શાળાઓ તથા કોલેજોમાં ચલાવવાને ટેક્સ્ટબુક તરીકે
આ પુસ્તક મંજુર છે.

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧લો.

કર્તા. ગુલાબભાઇ રઘુનાથજી દેસાઇ

કીંમત બાર આના.

Sanctioned as a Text-book for Schools and Colleges.

A NEW GEOMETRY

FOR GUJARATI SCHOOLS

PART 1

By

GULABBHAI RAGHUNATHJI DESAI,
B. A., S. T. C. D.

ADMINISTRATIVE OFFICER, DISTRICT SCHOOL BOARD, SURAT.

Author of "Geometry for Guj. Schools, Part I, Book 1," "Key to New Geometry, Part 1," "Senior Arithmetic," "Gujarati Arithmetic" and Joint Author of "Junior Arithmetic," "Primary Arithmetic, Part 1," &c.

SIXTH EDITION, 1930

Price Twelve Annas.

PRINTED BY VAJERAM MANSINGH
AT THE "SURAT CITY" PRINTING PRESS,
NEAR CHAUTA BRIDGE, SURAT.
AND
PUBLISHED BY
GULABBHAI RAGHUNATHJI DESAI, B. A.,
WADI FALIA, SURAT.

[શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્ષ્ટ બુક તરીકે મંજુર છે.]

ગુજરાતી નિશાળો માટે

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો

કર્તા

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી દેસાઈ, બી. એ., એસ. ટી. સી. ડી.
એડમીનીસ્ટ્રેટીવ ઓફીસર, ડીસ્ટ્રીક્ટ સ્કૂલ બોર્ડ, સુરત.

"ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો, પુસ્તક ૧ લું," "નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો ખુલાસો," તથા "સીનીઅર અંકગણિત," "ગુજરાતી અંકગણિત"ના અને "જ્યુનીઅર અંકગણિત"તથા "પ્રાથમિક અંકગણિત, ભાગ ૧ લા" ના સંયુક્ત કર્તા.

છઠ્ઠી આવૃતિ, ૧૯૩૦

કીંમત બાર આના

પ્રસ્તાવના.

સરકારી મરાઠી નવીન ભૂમિતિ પ્રમાણે ફેરફાર કરી ગુજરાતી શાળાઓના વિદ્યાર્થીઓને અને શિક્ષકોને માટે આ ભૂમિતિ છપાવી બહાર પાડવામાં આવી છે. પુસ્તકનો પ્રાયોગિક ભાગ મરાઠી પુસ્તકનો તરજુમો નથી, પરંતુ તે પુસ્તકમાં જે પ્રમાણેની ગોઠવણ કરવામાં આવી છે તેનેજ અનુસરી પદ્ધતિ તેની તેજ રાખી કોઈ કોઈ જગ્યાએ યોગ્ય સુધારા વધારા કરી અને સ્થળે સ્થળે નવી આકૃતિઓ દાખલ કરી આ પુસ્તક નવાજ રૂપમાં છપાવ્યું છે. મહેરબાન ડિરેક્ટર ઓફ પબ્લિક ઈન્સ્ટ્રકશન સાહેબની ભલામણથી નામદાર સરકારે પોતાના તા. ૨૩મી ડીસેમ્બર સને ૧૯૧૪ના ઠરાવ નંબર ૪૧૨૯થી આ પુસ્તક સઘળી શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્ષ્ટ બુક તરીકે કાયમનું મંજુર કર્યું છે. નામદાર ગાયકવાડ સરકાર તરફથી પણ આ પુસ્તક ઇનામ તથા લાયબ્રેરી માટે મંજુર કરવામાં આવ્યું છે. કેળવણી ખાતાના અધિકારીઓ, શિક્ષકો, તથા અન્ય વિદ્વાન્ ગૃહસ્થો તરફથી આ પુસ્તકને સારૂં ઉત્તેજન મળતું આવ્યું છે તે માટે એ સર્વે સાહેબોનો ઉપકાર માનું છું.

ભૂમિતિનો અભ્યાસક્રમ બદલવાનો હેતુ અને નવી ભૂમિતિ શીખવવાની સૂચના પુસ્તકમાં સવિસ્તર આપી છે. પુસ્તકમાં આપેલા પ્રશ્નો અને ઉત્તરોનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે સામાન્ય શિક્ષકને પણ તરતજ માલમ પડી આવે એવું છે.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણે જુદાં જુદાં ધોરણોમાં કયા કયા અભ્યાસક્રમ કરવાના છે તે પણ બતાવ્યું છે.

મરાઠી નવીન ભૂમિતિના કર્તાઓ તથા અંગ્રેજી ભૂમિતિના કર્તાઓ કે જેઓના પુસ્તકોમાંથી મને અમૂલ્ય મદદ મળી છે તેઓનો ઉપકાર માનવાની હું રજા લઉં છું.

જે જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઘણુજ ઉપકાર સહિત સ્વીકારી યોગ્ય સુધારા આવતી આવૃત્તિમાં કરવામાં આવશે.

વાડીફળીઆ, ગંધ્રફફળીઉં, સુરત. } ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી દેસાઈ.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણેના પરીક્ષાના અભ્યાસક્રમ.

૧. **છઠ્ઠા ધોરણ માટે,**

કર્તવ્ય ભાગ. પહેલા (વિભાગ) ખંડમાંથી પાનાં ૧૬થી ૯૬ એટલે § ૧ થી § ૯ ના (ञ) સુધી.

પ્રમેય ભાગ. બીજા (વિભાગ) ખંડમાંથી સિદ્ધાંત ૧ થી ૧૩.

૨. **સાતમા ધોરણ તથા વર્નાક્યુલર ફાઇનલ પરીક્ષા માટે,**

કર્તવ્ય ભાગ. પહેલો (વિભાગ) ખંડ આખો.

સિદ્ધ ભાગ. બીજો (વિભાગ) ખંડ તથા ત્રીજો (વિભાગ) ખંડ આખા; અને તેમાંના પ્રમેય અને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.

૩. **ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે,**

આખું પુસ્તક, સઘળા પ્રશ્નો સાથે.

અનુક્રમણિકા.

નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૧લો.

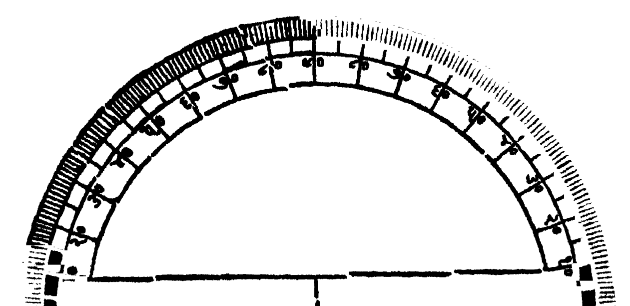
પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ.

अ. ભૂમિતિશિક્ષણ સંબંધી સામાન્ય સૂચના.

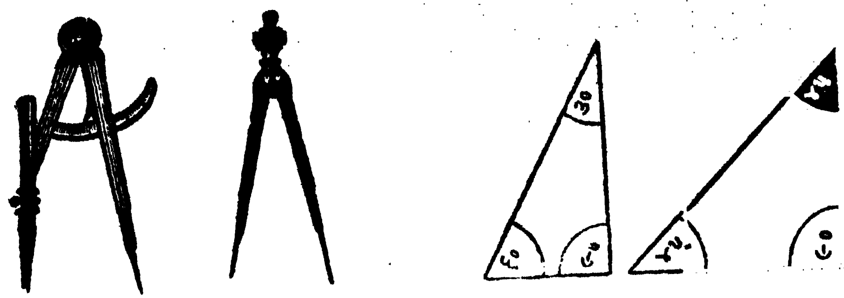
ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થવા જોઈએ તેનો પુરેપુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જો શિક્ષકની ઈચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય-ભાગમાં તેમજ સિદ્ધ ભાગમાં તેને એકી વખતે સાથેજ તાલીમ મળવી જોઈએ. ભૂમિતિશાસ્ત્રના એ બંને ભાગો એકમેકથી બિલકુલ વિરૂદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દૃષ્ટાંતરૂપ છે.

આ હેતુથી કર્તવ્યભાગમાં જે પ્રાયોગિક ભાગ આપવામાં આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સંપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે. સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સંભાળથી સાચવવાની જરૂર છે; તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામાં આવ્યો છે, તોપણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ ધર્મ પ્રયોગ ને અનુમાનદ્વારા પહેલેથીજ સમજાવવા.

(૧) આકૃતિઓ બહુજ સફાઈથી અને સંભાળથી નીચેનાં સાહિત્યોની મદદથી દોરાવવી જોઈએ; અને જરૂર પડે ત્યાં શિક્ષકે પોતે તે આકૃતિ પાટીઆ ઉપર નમુના રૂપે દોરી બતાવવી.



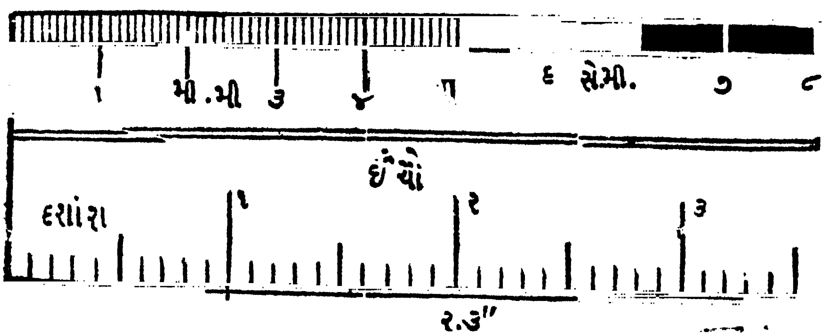
પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય.



કંપાસ, કે કર્કટી.

ડીવાઇડર્ઝ, કે અંતરમાપક.

સેટ સ્કવેરની જોડ, કે કાટખૂણા.



સીધી લીટીના ઉપર રૂલર (આંકણી)

(અ) ‘ત્રણ એચ’ અને ‘છ એચ’ ની બે પેન્સીલો;

(બ) કર્કટી અને અંતરમાપક સાહિત્ય;

(ક) પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય;

(ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરવાળું એક લાકડાનું આશરે છ ઇંચ લાંબું રૂલર, આંકણી.

(ઇ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ.

(૨) જે જે આકૃતિ સંબંધી વિવેચન (કર્તવ્યભાગમાં કે સિદ્ધ ભાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ શિક્ષકે **વિદ્યાર્થી પાસે પણ કઢાવવી.**

(૩) ખરાં માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી ઝીણી સફાઇદાર

હોવી જોઈએ; પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે. સઘળી લીટીઓ એકજ સરખી જાડાઈની આવવી જોઈએ.

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફજ દોરવી અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી બેવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આંગળાં અને કાંડું ફકત ખસેડવાં નહિ, પણ **આખો હાથ** ખસેડવો જોઈએ.

(૫) કર્કટી (કંપાસીઝ) ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવી, અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમાં રાખવું કે કાગળમાં છિદ્ર પડે નહિ.

(૬) રૂલર ઉપર અંતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેનું અંતર માપવાને ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો; રૂલરના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે તેવી રીતે ડીવાઇડર્ઝને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવું, અને જોઈએ તેના કરતાં સહેજ વધારે પહોળું રાખી ડીવાઇડર્ઝને સાંકડું કરવું.

(૭) પ્રોટ્રેક્ટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે.

આ બધાં સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતાં આવડે તે પહેલાં શિક્ષકે પાંચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાય તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટાં સાહિત્યો (પાટીઆ ઉપર વપરાય તેવાં) ખાસ રાખી મૂકવાં; યૂકિલડના સિદ્ધાંતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામાં આવતું તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ.

કર્તવ્યભાગમાં દરેક પ્રકરણમાં સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવાં જુદાં જુદાં દૃષ્ટાંત આપી વિદ્યાર્થી પાસેજ તેના પોતાનાજ શબ્દોમાં વ્યાખ્યા બને ત્યાં સુધી કઢાવવી, અને બરાબર સમજાયા પછીજ અંદરની વ્યાખ્યાઓ મોઢે કરાવવી. તર્ક શાસ્ત્રની આ વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણ ઠસાવવામાં ખાસ કરવાનો છે. કર્તવ્યભાગમાં જે જે પ્રયોગો આપ્યા છે તેમાંનો કોઈ પણ પ્રયોગ વિદ્યાર્થી પાસે મોઢે કરાવવાનો નથી; પણ તે પ્રયોગ પ્રમાણે અથવા તેવી કોઈ અન્ય રીતિએ

પૃથક્ પૃથક્ આકૃતિઓ પાડી (પાટીઆ ઉપર અથવા જાડા કોપીરતાની પાતળી પટીઓ કાપી તેમાં ટાંકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિનાં મુખ્ય મુખ્ય સત્યો સમજાવવાં. પ્રયોગોથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાઓ પાછળથી તર્કશાસ્ત્રના નિયમોને અનુસરી સિદ્ધાંતરૂપે આપવામાં આવી છે.

જેમ સાહિત્યનો શોખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીઓ મોઢે કરાવવાની આવશ્યકતા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે સિદ્ધાંતોમાં આપેલી દોષ રહિત તાર્કિક સિદ્ધતા અવશ્ય મોઢે કરાવવીજ જોઈએ. એ તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દોમાં, પણ જુદા જુદા ક્રમમાં કે ઉલટા શબ્દોમાં વ્યાખ્યાઓ બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરવી. જેમકે

(૧) વાંકી લીટીઓથી હદ થઈ હોય એવી સપાટ આકૃતિ તે વર્તુળ;
(૨) ચાર સરખી બાજુઓથી હદ થઈ હોય તેવી આકૃતિ તે રૉમ્બસ;
(૩) સીધી ન હોય એવી લીટી તે વાંકી લીટી, વગેરે.

ઉપલી વ્યાખ્યા કયાં કયાં કારણથી ખોટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથીજ કઢાવવાની ખાસ અગત્ય છે.

કર્તવ્યભાગમાં સત્યતાઓ બતાવવામાં કારણો દર્શાવવાની જરૂર નથી; એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગનો હોવાથી પાછળથીજ સિદ્ધાંતરૂપે આપ્યો છે, અને કર્તવ્ય ભાગમાં જેમ પ્રાયોગિક ભાગ શીખતા જાય તેમ તેમ આ કારણોવાળો સિદ્ધાંત ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવો. ભૂમિતિ શીખવવાનો મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનોજ છે અને એ વિષય બહુજ મહત્ત્વનો છે.

સિદ્ધાંતના તાર્કિક વિવેચનમાં વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનું કારણ સમજાવુંજ જોઈએ અને તે તે સમજે છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિપ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવો અવશ્યનો છે. એ વિવેચનનું કોઈ પણ વાકય પાછળના કોઈ પણ સિદ્ધાંત પર આધારભૂત હોય તો તેનો યોગ્ય સંબંધ વર્ગના પાઠમાં વિદ્યાર્થીને આવડવોજ જોઈએ. પુસ્તકમાં મુખ્ય મુખ્ય આધારના સંબંધો દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાઓમાં તે સંબંધ દર્શાવવાની જરૂર નથી;

જો કે વિવેચન અને સિદ્ધાતનું દરેક વાક્ય વિદ્યાર્થી સમજીને મૂકે છે કે નહિ તે તેણે પોતાની લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવું જોઈએ. જે જે સિદ્ધાંતોની મદદ આગળના સિદ્ધાંતમાં લેવામાં આવતી હોય તેનાં પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થીને આવડવાંજ જોઈએ. દરેક સિદ્ધાંત બરાબર મોઢે કરવો જોઈએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ. મોઢે કરાવવાનું કામ સહેલું કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા; (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની દોરવી; (૩) અક્ષરોનાં સ્થળ બદલવાં; (૪) ઘણી વખત કોઈ પણ અક્ષર વાપરવોજ નહિ; (આ રીત ખાસ લક્ષમાં લેવા યોગ્ય છે). ઉપર પ્રમાણેજ વિદ્યાર્થીએ ઘેરે વાંચવાની ટેવ પાડવી જોઈએ અને જો તે પોતાના **મનમાં** આકૃતિમાં જોયા વિના સિદ્ધાંત બરાબર સિદ્ધ કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનું યોગ્ય સાફલ્ય થાય છે.

વર્ગમાં સિદ્ધાંતનું પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અંદરનાજ શબ્દો બોલવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ; સિદ્ધાંતનું વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતાં આવડવું જોઈએ કે પાછલા સિદ્ધાંતોના આધારો બોલવાની જરૂર પડે નહિ. ચોપડીનીજ આકૃતિ કે અંદરના અક્ષરોની આવશ્યક્તા નથી. જ્યાંસુધી તેનું વિવેચન કારણદર્શક હોય ત્યાંસુધી અંદરના ક્રમમાંજ તે કહેવાની જરૂર નથી જે વિવેચન તે કરે તે યોગ્ય રીત સહિત, અને કારણદર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઈએ.

કોઈ કોઈ સિદ્ધાંતોની રચનામાં પાછળ સિદ્ધતા ન આવી હોય એવાં સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામાં આવ્યાં છે; જ્યારે એવાં કૃત્યો કરવામાં આવે ત્યારે તે એવાં હોવાં જોઈએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનું સબળ કારણ હોવું જોઈએ, અને તે કરવામાં ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઈ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવું જોઈએ. અમુક શરતો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવું બિંદુ આવી શકતું હોય ત્યારેજ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવું જોઈએ.

અમુક સિદ્ધાંતો મોઢે થઈ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં આવવું

જોઈએ કે ભૂમિતિ શાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચનશક્તિ કેળવવાનો છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતાં માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિના મુખ્ય વિચારો (જેવા કે બિંદુ, લીટી), (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો, (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો, અને (૫) પાછળ શીખી ગએલા સિદ્ધાંતોનું બનેલું છે. આ ઉપરાંત જે કાંઈ વધારાનું હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજુતિ અર્થે અથવા દૃષ્ટાંત રૂપેજ છે. તે વિવેચન જોઈએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શક્તિ ઉપરથી થાય છે. પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલું નથી, તેમજ શક્તિ બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ ધારવામાં આવે તેટલુ અઘરૂં નથી. એ કામને માટે પુસ્તકને અંતે આપેલી પૃથક્કરણ રીતિનો ઉપયોગ કરવો; અને તેમાં બતાવેલી વિગમનપદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મહાવરાથી ઠસી જશે અને ઉપયોગી થઈ પડશે.

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણત્રીના પ્રશ્નો. પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમાં સિદ્ધતા જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તેજ પ્રમાણે આપેલી કીંમતો મુકી કરવાના છે. શરૂઆતમાં બધાજ પ્રશ્નોમાં વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષક યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવું કે વિદ્યાર્થીનો આત્મપ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશ થાય નહિ. સહેલા પ્રશ્નો બનતાં સુધી મોઢેજ કરાવવા. નવો સિદ્ધાંત સમજાવતાં પહેલાં કર્તવ્ય ભાગમાં તેને લગતા આપેલા પ્રયોગો કરવાથી, અને રચનાનો ભાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિદ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેળે કહી શકશે.

સૂચના—પાટીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકલના અથવા લાકડાનાં મોટાં સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે. આવાં મોટાં સેટસ્કવેરો, કંપાસ, ડીવાઇડર્ઝ, રૂલર અને પ્રોટ્રેક્ટર, મુંબઈના મોટા બુકસેલરોને ત્યાંથી જોઈએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સૂચનાને આધારે મંગાવી આપશે. (નમુનાઓ બને તો જોઈને લેવાં.)

૪. શિક્ષણ સંબંધી થોડીક મુખ્ય સૂચના.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી જુદો છે તેથી જે શિક્ષકને એની શિક્ષણપદ્ધતિ નવી હોય તેણે આગળ બતાવેલી સૂચના પ્રમાણે પોતે બરાબર અધ્યયન કરી તેજ પ્રમાણે શીખવવાનો પ્રયત્ન કરવો. નીચેની બાબતો ખાસ ધ્યાનમાં લેવા યોગ્ય છે:—

(ક). જે આકૃતિના ગુણ, ધર્મ વગેરે અનુમાનથી શીખવવાના છે તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરી તેનાં બાજુ, ખૂણા, વગેરે ચોક્કસ માપી સમજાવીને પ્રાયોગિક ભાગ શીખવવો.

(ખ). આકૃતિ સંબંધી કે પ્રમેય સંબંધી પ્રયોગો કરી જે ગુણધર્મ કઢાવવાના છે તે બને ત્યાં સુધી વિદ્યાર્થી પાસે કઢાવવાનો પ્રયત્ન કરવો. શિક્ષણ જેમ ઉંચા પ્રકારનું હશે તેમ વધારે જવાબો વિદ્યાર્થી આપશે.

(ગ). આકૃતિના ધર્મો અને પ્રમેયો સ્પષ્ટ સમજાય તેને માટે આકૃતિઓ બરાબર કાઢવી જોઈએ. આકૃતિઓ પાટીઆ ઉપર બહુ કાળજી પૂર્વક દોરી તેની સ્પષ્ટ સમજુતિ આપવી; તેમજ વિદ્યાર્થીએ જે આકૃતિ કાઢવાની છે તે સાહિત્યોની મદદથી બહુજ ચોક્કસ કઢાવવા કદી પણ ચૂકવું નહિ. જેમ તે વધારે સફાઈદાર, સ્પષ્ટ અને ખરી હશે તેમ શિક્ષણ સહેલું થશે અને સમજુતિ બરાબર ગ્રહણ થશે.

(ઘ). બધી વ્યાખ્યાઓ એકદમ સાથે શીખવી દેવાની નથી; પરંતુ જેમ જેમ તેની જરૂર પડે તેમ તેમ તે શીખવવી. વ્યાખ્યાઓ એકદમ શીખવવામાં આવશે તો તે તરતજ ભૂલી જવાશે અને કદાચ શિક્ષણ થોડે ઘણે અંશે નિરર્થક થઈ પડશે.

(ઙ). શિક્ષકે જાતે વ્યાખ્યાઓ કહી ન દેતાં યોગ્ય શિક્ષણથી પુસ્તકમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવી. જો વિદ્યાર્થી તે ન કહી શકે તો જુદી જુદી આકૃતિઓ દોરી તેની સાથે પૂર્ણ સમજુતિ આપી વિદ્યાર્થીને સમજાવવી. બરાબર સમજુતિ અપાયા પછીજ વિદ્યાર્થી પાસે એવી આકૃતિઓ કઢાવવી, તેમજ ઓળખાવવી.

(ચ). પ્રમેય ભાગના જે સિદ્ધાંતો શીખવવાના છે તે શીખવવા પહેલાં પ્રાયોગિક ભાગમાં આપેલા તેને લગતા પ્રયોગો શીખવવા. તે બરાબર ધ્યાનમાં ઠસ્યા બાદ તેના ગુણધર્મોનું ગ્રહણ બરાબર સમજાય કે પછી વિદ્યાર્થીને કહેવું કે હવે એ ગુણધર્મો આપણે અનુમાનથી સિદ્ધ કરીએ છીએ; અને ત્યાર પછી પ્રમેય લેવું. એમ ન કરવામાં આવે તો પ્રાયોગિક ભાગ જે પહેલાં શીખ્યા હશે તે ભૂલી ગયા હશે, અને તેથી પ્રમેય ભાગની વિદ્યાર્થીને જોઈએ તેવી રીતે સમજ પડશે નહિ. આ બીના ખાસ અવશ્યમાં રાખવા જેવી છે.

क. નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતી.

(૧). શિક્ષણદ્વારા જ્ઞાન આપવાને માટે સામાન્ય રીતે ત્રણ રીત છે. જેમકે કાચના ઉપર છબી કેમ લેવાય છે તે વિષે કોઈ માણસ આપણને **ભાષણ આપી** જ્ઞાન આપે; પણ એથી આપણને જોઇએ તેવી સમજ પડતી નથી અને તેથી તરતજ આપણે તે ભૂલી જઈશું. પરંતુ તેજ જ્ઞાન જો આપણને આપણી રૂબરૂ પ્રત્યક્ષ **પ્રયોગ કરીને** આપે તો આપણને વધારે સમજ પડશે અને થોડાએક દિવસ આપણે તે યાદ રાખી શકીશું. પણ એ જ્ઞાન લેવાને માટે **આપણે પોતેજ** તે પ્રયોગ કરીએ તો તેથી ઉત્તમ જ્ઞાન મળશે, અને જે રીત આપણે શીખીશું તે ઘણા લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકીશું. આ પ્રમાણે કોઈ એક ચીજનું જ્ઞાન (૧) વર્ણનથી, (૨) પ્રત્યક્ષ જોવાથી, અને (૩) જાતે પ્રયોગ કરવાથી આપણે મેળવીએ છે; અને તે જે જે રીતે આપણે મેળવીએ તેમાં બહુ ફેર પડી જાય છે. આ પ્રમાણે બધીજ બાબતમાં સામન્ય રીતે બને છે. તેથી એવો સામાન્ય નિયમ નીકળે છે કે જે જ્ઞાન વર્ણનથીજ મળે તેના કરતાં જે જ્ઞાન પ્રત્યક્ષ જોવાથી મળે તે સારૂં; અને પ્રત્યક્ષ જોવાના કરતાં જે જ્ઞાન જાતિ અનુભવથી મળે તે ઉત્તમ હોય છે. એટલે **કે કોઈ જ્ઞાન ઉત્તમ રીતે પ્રાપ્ત કરવાને અને મનમાં ચોક્કસ ઠસાવવાનો વિદ્યાર્થીએજ જાતે પ્રયોગ કરી અનુભવ લેવોજ જોઈએ.** એજ નિયમે ભૂમિતિ

સંબંધી જ્ઞાન વ્યાવહારિક દૃષ્ટિથી જોતાં બહુજ અગત્યનું થઇ પડે માટે વિદ્યાર્થીએ જાતેજ પ્રયોગો કરી પોતે સમજી તે જ્ઞાન મેળવવું જોઈએ. આ પ્રમાણે સ્થિતિ હોવાથી જે જ્ઞાન પહેલાં ફક્ત મુખપાઠદ્વારાજ આપવામાં આવતું હતું તેનું કેવું પરિણામ આવ્યું તે બીના બધાને જાણીતી છે. ભૂમિતિનો વિષય બહુજ કઠણ મનાતો હતો એનું મુખ્ય કારણ એ હતું કે એ શીખવવાની જુની પદ્ધતિ જોઈએ તેવી સારી અને સરળ ન હતી. યુક્લિડનો ૩૨મો સિદ્ધાંત "ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે" જે વિદ્યાર્થીઓ શીખ્યા હતા તેઓને જો પૂછ્યું હોય કે "પ્રત્યક્ષ આકૃતિ દોરી અથવા પ્રયોગ કરી" એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો, તો ભાગ્યેજ કોઈ વિદ્યાર્થી તે પ્રમાણે કરી શકતો. આ ઉપરથી માલમ પડી આવશે કે પહેલેની શીખવવાની પદ્ધતિ કેવી અશાસ્ત્રીય હતી. એ રીત પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને આકૃતિ સંબંધી જ્ઞાન જોઈએ તેવું થતું ન હતું એટલુંજ નહિ, પણ ઘણીએક વખત પાઠો તેઓ મોઢે ;કરી લેતા હતા. આ સ્થિતિ બદલવાનો એકજ ઉપાય છે કે વિદ્યાર્થીઓએ પોતેજ આકૃતિ સંબંધી પ્રયોગ કરવા. આ વાત તો નક્કીજ છે કે (ધારો કે) યુક્લિડનો ૨૯મો સિદ્ધાંત અનુમાનદ્વારા–શબ્દદ્વારા શીખવ્યા બાદ પ્રયોગથી બતાવવામાં આવે કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તે વધારે સારૂં થઈ પડે; અને વિદ્યાર્થી જો તે પોતાની મેળેજ પ્રયોગ કરી શીખી લે તો તે સૌથી ઉત્તમ છે.

આ ઉપરથી એટલું તો સિદ્ધ છે કે ભૂમિતિના નિયમો ઠસાવવાને માટે વિદ્યાર્થીઓએ પોતાની મેળેજ પ્રયોગો વગેરે કરવા; તેથી નવી ભૂમિતિમાં લક્ષમાં રાખવાનું કે આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢી તેના ગુણધર્મ નજરે તપાસી પ્રયોગો કરી ભૂમિતિ સંબંધી સત્યતાઓ શીખવવી. તેથી **પ્રમેય સિદ્ધાંતની સત્યતાઓ અનુમાન–શબ્દદ્વારા શીખવવા અગાઉ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગો કરાવીને તેજ સત્યતાઓ બતાવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે.**

(૨). વિગમન પદ્ધતિથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન આપવું જોઈએ. પારિભાષિક શબ્દો અને સિદ્ધાંત સંબંધી માહિતી મેળવવાને માટે

તે સંબંધી પ્રત્યક્ષ વિવેચનની જરૂર છે એટલુંજ નહિ, પરંતુ તેનું યથાર્થ જ્ઞાન થઈ લાંબા વખત સુધી ટકે તેને માટે તેનાં દૃષ્ટાંતરૂપી વસ્તુઓ પ્રત્યક્ષ બતાવી તે ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પોતેજ વિચાર, જ્ઞાન મેળવે એ વધારે સારૂં. જે જ્ઞાન મેળવવામાં આપણે પોતેજ શ્રમ કરીએ તે જ્ઞાન બહુ સારી રીતે આપણે પ્રાપ્ત કરી શકીએ છીએ; અને ઘણો વખત સુધી આપણા મનમાં તે ઠસી રહે છે. પરંતુ જે બાબત લોકો આપણને કહે તેનું જ્ઞાન જોઈએ તેવું આપણને થઈ શકતું નથી એટલુંજ નહિ, પણ તે લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકતા નથી. વિદ્યાર્થીના મનની સ્થિતિ પણ એવીજ છે. તેથી જે જ્ઞાન તે પોતે શ્રમ કરીને મેળવે તે બહુજ સારી રીતે તેના મનમાં ઠસે છે. તેથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન તેઓને પોતાનેજ શ્રમ કરીને મેળવવા દેવું જોઈએ. તેથી જે જે ચીજોના ધર્મ ગુણ વગેરેનું જ્ઞાન વિદ્યાર્થીઓએ મેળવવાનું છે તે તે વસ્તુઓ અનેક રીતે તેની આગળ મુકી, તુલના કરાવી, તેમની પાસેજ તેમના શબ્દોમાં અનુમાન કરાવી તે જ્ઞાન આપવું. એટલે વ્યાખ્યા શીખવવાની રીત આ ભુમિતિમાં એવી છે કે જે આકૃતિની વ્યાખ્યા શીખવવાની હોય તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરાવી તેનાં ખુણા, બાજુ, વગેરે વિદ્યાર્થી પાસેજ મપાવવાં અને તેની પરીક્ષા કરાવવી; પછી એવીજ જાતની બીજી આકૃતિઓ કઢાવી સરખામણી કરાવવી; આ તુલના ઉપરથી જે નિયમો નીકળે તે કઢાવવા અને પછી વ્યાખ્યા બનાવવી. પ્રમેય સિદ્ધાંત શીખવવાને માટે પણ એજ રીત ગ્રહણ કરવી; એટલે અનેક ઉદાહરણો લઈ તે ઉપરથી પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો ઠસાવવા.

કોઈ પણ નિયમ અથવા સિદ્ધાંત શીખવવાને બે પદ્ધતિ હોય છે:—કોઈ બીજા સામાન્ય નિયમ ઉપરથી તે નિયમ ઠરાવવો તે એક રીત; અને પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમ ઠરાવવો તે બીજી રીત. આમાંની બીજી રીતે શીખવવું એ ઉપર કહ્યું છે. પહેલી રીતે શીખવવામાં એવો દોષ આવે છે કે ઘણીએક વખતે શબ્દોના અર્થ અનિશ્ચિત હોય છે, અથવા જે સામાન્ય નિયમને આધારે નિયમ ઠરાવીએ તે નિયમના

ક્યા અપવાદ હોય છે તેની આપણને ખબર પડતી નથી. અને તેથી જુદાં જુદાં વિધાન કરી ખરૂં અનુમાન કેવી રીતે કઢાવવું એ આપણને માલમ પડતું નથી. તેથી એ પદ્ધતિએ (Deductive-Synthetic-Method-**નિગમનપદ્ધતિ**) શીખવવામાં-શીખવામાં ભૂલચૂક થવાનો વધારે સંભવ રહે છે. પરંતુ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમો ઠરાવવાની બીજી પદ્ધતિમાં (Inductive-Analytical-Method-**વિગમનપદ્ધતિ**) જુદાં જુદાં ઉદાહરણો લઈએ તેથી ભૂલ થવાનો થોડોજ સંભવ છે. તેથી સિદ્ધાંત ખરો કરવાને આ પદ્ધતિ બહુ ઉપયોગી છે. વળી આ પદ્ધતિમાં પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણ-દૃષ્ટાંતો ઉપરથી સત્યતા ઠરાવવાની હોય છે તેથી સમજુતિ પણ અતિ સરળ થઈ પડે છે. અને તેથીજ આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન અને અનુભવ થવાંજ જોઈએ. આ કારણને લીધે નવી ભૂમિતિમાં આ પદ્ધતિનો ઉપરોગ કર્યો છે. તેથી **વ્યાખ્યા અને પ્રમેય-સિદ્ધાંત કે પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો-સત્યતાઓ શીખવવામાં આ વિગમનપદ્ધતિનોજ ઉપયોગ કરવો એ ઉત્તમ રીત છે.**

નિગમનપદ્ધતિ કરતાં વિગમનપદ્ધતિ સિદ્ધાંત ખરો ઠેરવવામાં વધારે ઉપયોગી છે; તેથી નિગમનપદ્ધતિ ખોટી છે કે નકામી છે એમ કાંઈ નથી. પહેલી પદ્ધતિ પ્રમાણે સિદ્ધાંત-નિયમો ઠરાવવામાં જે જે ઉદાહરણો જોઈએ તેમાંનાં કેટલાંએક સમૂળકાંજ મળી શકે નહિ અને કેટલાંએક મળે તો તે તપાસવાને પુરતો વખત મળે નહિ. આવી વખતે અનુમાનથી (ઉદાહરણથી નહિ) સિદ્ધાંત ઠરાવવાની આવશ્યકતા રહે છે. ન્યાયમંદિરોમાં ન્યાયાધીશો કામનો નિકાલ કરવામાં તેમજ ઇતિહાસ શોધકો, જ્યોતિષીઓ વગેરે વિદ્વાનો ગત કે અદૃશ્ય વસ્તુ સંબંધી કોઈ પણ નિયમ-સિદ્ધાંત ઠરાવવામાં આજ પદ્ધતિનો વિશેષ ઉપયોગ કરે છે. આપણી પાસે આવેલાં માણસો કેવાં છે, અમુક માણસો ક્યારે આપણને નક્કીજ મળી શકશે, વગેરે બાબતોમાં નિત્ય વ્યવહારમાં આપણે અનુમાનનો વિશેષ ઉપયોગ કરીએ છીએ; તેથી આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન તથા અનુભવ પણ આવશ્યક છે. આ કારણને લીધે યૂકિલડની ભૂમિતિમાં

જે આનુમાનિક પદ્ધતિ જોવામાં આવે છે તે આ ભૂમિતિમાં પણ રાખ-વામાં આવી છે.

ટુંકમાં, કોઈ પણ નિયમ બરાબર સમજાવવો અને મનમાં ઠસાવવો; એટલે પહેલવહેલાં વિગમનપદ્ધતિનો ઉપયોગ, અને પાછળ જે સામાન્ય નિયમો થયા હોય તે ઉપરથી બીજો નવો નિયમ કે સિદ્ધાંત કે અનુમાન કેમ નીકળે છે તે સમજાવવું અને પછી નિગમનપદ્ધતિનો ઉપયોગ કરવો:–આ રીત આ નવી ભૂમિતિમાં લેવામાં આવી છે.

(૩). કોઈ વિશેષ અક્કલવાળો માણસ એકાદ અપૂર્વ શાસ્ત્ર રચે તો તે બધી રીતે સંપૂર્ણ હોય એવું કાંઈ નથી. રચના ગમે તેવી ઉત્તમ હોય તો પણ તેમાં દોષ–ભૂલચૂક હોય છે. કાલિદાસ, ભવભૂતિ, શેક્સ-પીયર, વાલ્મિક આદિ કવિઓએ કાવ્ય રચ્યાં; તેમજ પ્લેટો, ડાર્વિન, ભાસ્કરાચાર્ય, પાણિનિ આદિએ શાસ્ત્રો અને તાત્ત્વિક ગ્રંથો રચ્યા; અને તે બહુજ ઉત્તમ છે તો પણ તેમાં દોષ છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના ગ્રંથોમાં પણ સમજવું. પણ તે ઉપરથી કાંઈ એમ ન સમજવું કે યૂકિલડના ગ્રંથો ખોટા છે. કોઈ મોટો ઇંજનેર બહુજ અક્કલ વાપરી કોઈ મોટે બુગડો કે પુલ બાંધે અને પાછળથી તેમાં નાના મોટા ફેરફાર કરવાની જરૂર પડે છે. કાળ અને દુનીઆની સામાન્ય સ્થિતિ જોઈ ફેરફાર કરવા પડે છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના સંબંધમાં પણ છે. યૂકિલડના સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જો કે બહુજ સારો છે તો પણ તે ક્રમમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. યૂકિલડના પહેલા સ્કંધના બીજા તથા ત્રીજા સિદ્ધાંતોને છોડી દઈએ તો ચાલે એમ છે; તેમજ ૧૩મા, ૧૪મા અને ૧૫મા સિદ્ધાંતો ચોથા અને પાંચમા સિદ્ધાંતો કરતાં સહેલા હોવાને લીધે અને એ સિદ્ધાંતો સીધી લીટીના સંબંધમાં હોવાને લીધે તે પહેલાં લઈએ તો વધારે સારૂં. એજ પ્રમાણે સિદ્ધતામાં પણ ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. જેમ પહેલા સ્કંધના ૮મા સિદ્ધાંતમાં અને બીજા સ્કંધના ૧૩મા સિદ્ધાંતમાં જે સિદ્ધતા યૂકિલડે આપી છે તેને બદલે સહેલી સિદ્ધતા આપણે આપીએ તો વધારે સારૂં. આ પ્રમાણે યૂકિલડની ભૂમિતિમાં ફેર-

ફાર કરવાની જરૂર છે. તેથી જે ફેરફાર કરવાથી આપણું કામ સહેલું થઇ પડે એવા ફેરફારો આ નવી ભૂમિતિમાં કરવામાં આવ્યા છે. આ પ્રમાણે **યૂકિલડના કરતાં સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જુદો છે; કોઇ ઠેકાણે સિદ્ધતા પણ જુદી આપી છે; કોઈ ઠેકાણે નકામા લાગતા સિદ્ધાંતો છોડી દીધા છે; અને કોઈ ઠેકાણે બીજા ઉપયોગી નવા સિદ્ધાંતો દાખલ કર્યા છે.**

(૪). નવી ભૂમિતિનું મુખ્ય કામ આકૃતિના ધર્મગુણ ઠસાવવાનું છે. જેમકે "સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા સરખા છે" અથવા "એક ખુણો બીજા ખુણા કરતાં મોટો છે" વગેરે બાબતો જ્યારે ભૂમિતિમાં સિદ્ધ કરવાની હોય છે ત્યારે એ સત્યતા બતાવવાને માટે સરખામણી બરાબર થઈ શકે તેથી આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢવી ખાસ જરૂરની છે. સમબાજુ ત્રિકોણ, લંબચોરસ, ત્રિકોણની મધ્યગા, સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ વગેરેની આકૃતિઓ જો બરાબર કાઢી હોય તો તેના સંબંધી નિયમો એની મેળેજ વિદ્યાર્થીને એકદમ સહજ દેખાઈ આવે છે; જેમકે, સમબાજુ ત્રિકોણની ખરી આકૃતિમાં ખુણા સરખાજ માલમ પડી આવે છે; ખરી આકૃતિના લંબચોરસમાં કર્ણો બરાબર છે; વગેરે. જો આકૃતિઓ ગમે તેમ દોરી ચલાવી લેવામાં આવે તો એજ આકૃતિના ગુણો એકદમ માલમ પડી આવતા નથી; એટલુંજ નહિ પરંતુ અનુમાનદ્વારા કે શબ્દદ્વારા જે સિદ્ધાંત સાબિત કરીએ તેની સત્યતા વિષે મનમાં શક રહેવાનો સંભવ છે. ધારો કે કોઈ પણ ત્રિકોણમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સરખી છે એમ સિદ્ધ કરવાને માટે ત્રિકોણના ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ દોરીએ તો તેમાં બાજુઓ સરખી હોતી નથી તેમજ તે સરખી દેખાતી પણ નથી, તે છતાં આપણે તેને સરખી કહીએ તો તે બહુ અયોગ્ય કહેવાય. આ કારણને લીધે **જે આકૃતિઓ દોરવાની છે તે કંપાસ, સેટસ્કવેર, ફુટપટી વગેર સાહિત્યોની મદદથી ચોક્કશજ દોરવી જોઇએ.** આ સાહિત્યનો ઉપયોગ કરવો એ આ નવી ભૂમિતિનું વિશેષ કામ છે. યૂકિલડમાં કંપાસ અને પટીનો ઉપયોગ

કરવામાં આવતો હતો. પરંતુ તેના વગર કામ ચલાવી લેવામાં પણ આવતું. આ સવડ આ નવી ભૂમિતિમાં નથી અને સાહિત્યોનો ઉપયોગ દરેક વખતે આપણે કરવોજ જોઇએ.

(૫). નવી ભૂમિતિમાં સિદ્ધતા આપવામાં કે અન્ય સ્થળે 'આધાર' આપવાની જરૂર નથી એટલે સિદ્ધાંતોનો અમુકજ ક્રમ રાખવો અવશ્યનો નથી. આધારો આપવામાં મુખ્ય ખામી એ રહે છે કે અમુક સમતા બતાવવામાં વિદ્યાર્થીને જો "આધાર" ટાંકવાની ટેવ પડે તો તે સમતાના કારણો ભૂલી જવાની બ્હીક રહે છે. જેમકે " △अबक = △डइफ છે, આધાર સિદ્ધાંત ૧૦ " એમ કહેવાની ટેવ પડે તો શું કારણથી એ બે ત્રિકોણો બરાબર છે તે કારણ સમજ્યા વિના ઉપલકીઆ જ્ઞાન થવાનો સંભવ રહે છે; અને કારણો લાંબા વખત સુધી મનમાં રહેતાં નથી. આવી જાતની ખામી ન રહે તેને માટે સિદ્ધાંતોનો ક્રમ અમુકજ ન રાખતાં જે પક્ષ ઉપરથી અમુક સાધ્ય સિદ્ધ કરવાનું છે તેજ પક્ષ ઉપરથી કારણો સહિત સિદ્ધતા આગળ ચલાવવી; અને એમ કરવામાં સિદ્ધતાના કારણોજ—એટલેજ આધારો—એક પછી એક લેવાં. કારણો બરાબર આવડે તો સિદ્ધતા બરાબર આવડે છે. અને તે ભુલી જવાનો સંભવ રહેતો નથી. આ કારણો બરાબર સમજાયા પછીજ સિદ્ધાંતોના ક્રમનો આધાર વિદ્યાર્થી લે તો પછી કાંઇ હરકત જેવું નહિ.

આ પુસ્તકમાં આધારો સિદ્ધાંતોના ક્રમ ઉપરથી આપ્યા છે તેનો હેતુ એવો છે કે એ પુસ્તક બહુ મોટું ન થઇ જાય. પરંતુ વિદ્યાર્થીએ એવી રીતે સિદ્ધાંતોના ક્રમના આધારો ન આપતાં કારણોનાજ આધારો આપવા.

(૬). નવી ભૂમિતિમાં ચિહ્ન—ટુંકી સંજ્ઞાનો ઉપયોગ બહુ કર્યો છે; પહેલાં પરીક્ષકની રજા વિના એનાં ચિહ્નો વપરાતાં ન હતાં. હવે એવી રજાની જરૂર નથી; પણ એ ચિન્હોનો ઉપયોગ હવે વિદ્યાર્થી પરીક્ષામાં પણ કરી શકશે.

(૭). પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અને સ્વીકૃત કૃત્યો એલાયદાં આપવામાં આવ્યાં છે તો પણ તે મ્હોડે કરવાની જરૂર નથી. દૃષ્ટાંતો આપી તેની

સત્યતાઓ બરાબર બતાવી ઠસાવવી. આ સિદ્ધતામાં જરૂર પડે ત્યાં "પ્રત્યક્ષ છે," "ખુલ્લુંજ છે," વગેરે શબ્દો કહેવામાં આવે તો ચાલશે.

નોટ–વિભાગ ૧લામાં પ્રાયોગિક ભાગમાં પ્રયોગો કેવી રીતે કરાવવા એ સંબંધી જુદી જુદી જગ્યાએ પુરેપુરી જે સમજુતિ આપી છે, એ સમજુતિ પ્રમાણે શિક્ષકે કામ લેવું અને તેમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસે કર્તવ્ય ભાગ કરાવવો. એ સમજુતિમાંનો ઘણોખરો ભાગ શિક્ષકનેજ માટે છે, જો કે એ ભાગમાં વર્ગમાં શિક્ષણ આપતી વખતે પ્રશ્ન અને ઉત્તર કેવા આવવા જોઇએ તે રીત બહુ સંભાળપૂર્વક બતાવી છે.

વિભાગ ૧લો. કર્તવ્ય અને પ્રાયોગિક ભાગ.

વિદ્યાર્થીએ નીચેનાં સાહિત્યો કર્તવ્ય ભાગમાં વાપરવાં:—

૧. આંકણી–લીટીઓ માપવાની આંકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઈંચ, ડેસીમીટર અને સેન્ટીમીટર, ના આંકો પાડેલા હોય છે. સામાન્ય રીતે ચપટી આશરે ૭ ઈંચ લાંબી આંકણી ઉપર એકજ બાજુ ઉપર ઈંચ અને દશાંશ ઈંચ એક કોર ઉપર, અને સેન્ટીમીટર અને મીલી મીટર બીજી કોર ઉપર હોય છે.

૨. પ્રોટ્રેકટર અથવા **કોણમાપક**–પ્રોટ્રેકટર બે જાતના હોય છે. એક ચોરસ અને બીજું ગોળ. આ પુસ્તકમાં અર્ધવર્તુળના આકારનું પ્રોટ્રેકટર વાપરવામાં આવ્યું છે.

૩. સેટસ્કવેર અથવા **કાટખુણાની જોડ**–બે જાતના સેટસ્કવેરો વાપરવામાં આવે છે. એકમાં એક ખુણો કાટખુણો, અને બાકીનો દરેક અર્ધો કાટખુણો હોય છે; અને બીજામાં એક ખુણો કાટખુણો અને બીજો ખુણો $\frac{1}{3}$ કાટખુણો અને ત્રીજો ખુણો $\frac{2}{3}$ કાટખુણો હોય છે; પહેલામાં ૯૦°, ૪૫°, ૪૫°ના અને બીજામાં ૯૦°, ૩૦°, ૬૦°ના ખુણા હોય છે.

૪. કંપાસ અથવા **કર્કટી**–એમાં એક હાથ લોખંડનો અને બીજો અર્ધો લોખંડનો હોય છે, જેમાં ઝીણી બારીક લીટી દોરી શકાય એવી પેન્સીલ મૂકવામાં આવે છે.

૫. અંતરમાપક—આ સાહિત્ય કંપાસના જેવુંજ હોય છે, પરંતુ તેના બન્ને હાથો આખા લોખંડના હોય છે. એકજ સાહિત્યના અર્ધા હાથમાં પેન્સીલ અથવા લોખંડનો છૂટો હાથ નાખી ચલાવવાથી કંપાસ અને અંતરમાપક બન્ને એકમાં આવી શકે છે.

આ સિવાય "એચ એચ" નંબરની પેન્સીલ, તેલીઓ કાગળ, ટાંકણી, ચોરસ આંકેલી ચોપડી વગેરે પણ જોઇશે. પેન્સીલની અણી તીણી કરવા માટે કાચવાળો પોલીશ પેપર વપરાય છે. અનુમાનો લખવા માટે અને અન્ય પ્રશ્નો છોડવા માટે જુદી જુદી ચોપડીઓ (બને તો) રાખવી. આ સાહિત્યોની જોડે એક નાની કાતર પણ હોય તો સારૂં.

પ્રકરણ ૧લું.

§ સીધી લીટી અને તેનું માપ.

લીટીઓ માપવાને માટે ૨જા પાના ઉપર બતાવેલી આંકણી જેવી લાકડાની ૭ ઇંચ લાંબી આંકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, તથા સેન્ટીમીટર અને મીલીટરના કાપા પાડેલા હોય છે. એક **મીટર** આશરે ૩૯.૩૭ ઇંચ હોય છે. મીટરના દશમા ભાગને દેસીમીટર અને દેસીમીટરના દશમા ભાગને સેન્ટીમીટર કહે છે. સેન્ટીમીટરનો દશમો ભાગ મીલીમીટર કહેવાય છે. પટી ઉપર સૌથી નાનો કાપો મીલીમીટરનો છે. ૧, ૨, ૩, ૪, વગેરે આંકડા સેન્ટીમીટરના છે.

લંબાઇનાં કોષ્ટકો.

અંગ્રેજી.	ફ્રેન્ચ.
૧૨ ઇંચ (૧૨″) = ૧ ફુટ,	૧૦ મીલીમીટર (મી. મી.) = ૧ સેન્ટીમીટર.
૩ ફુટ (૩′) = ૧ વાર,	૧૦ સેન્ટીમીટર (સે. મી.) = ૧ ડેસીમીટર.
૧૭૬૦ વાર = ૧ માઇલ.	૧૦ ડેસીમીટર (ડે. મી.) = ૧ મીટર (મી.)

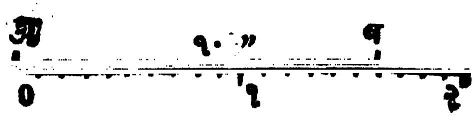
ફ્રાન્સ દેશમાં લંબાઇના માપની એકમ **મીટર** છે. અને તેના ઉપર પ્રમાણે નાના ભાગો પાડેલા છે. એ રૂઢિમાં દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દશગણું છે. મીટરનું માપ નક્કી કરવા માટે પારિસ શહેરમાં

થઈ બન્ને ધ્રુવમાંથી જે યામ્યોત્તર વૃત્ત (longitude) જાય છે તેની બરાબર ગણત્રી કરી તેનો ચાર કરોડાંશમો ભાગ લીધો છે. ફ્રાન્સમાં આ કુદરતી માપ ઉપરથીજ અન્ય માપો લીધાં છે; જેમકે, ક્ષેત્રફળ માપવાને ૧૦૦ ચોરસ મીટર = ૧ એર (are), પ્રવાહી પદાર્થ ભરવાને એક ઘન ડેસીમીટર = ૧ લીટર (litre), તોલનું માપ લેવાને એક ઘન સેન્ટીમીટર પાણીનું વજન = ૧ ગ્રામ (gramme) અને ઘનફળ માટે એક ઘન મીટર = ૧ સ્ટીઅર.

ઉપલાં કોષ્ટકોમાં બતાવેલાં માપો લાકડાની ફુટપટી ઉપર છોકરાઓ સમજે છે કે નહિ તેની **બરાબર ખાત્રી કર્યા પછીજ** નીચે પ્રમાણે લીટી માપવાનું કામ વિદ્યાર્થી પાસે શિક્ષકે શરૂ કરાવવું.

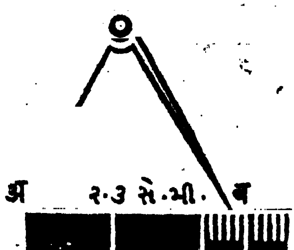
(क). લીટીઓ માપવાની રીત.

૧લી રીત—જો **अ ब** લીટી માપવાની હોય તો ફુટપટીનો ૦ ઇંચનો દોરો બરાબર **अ** આગળ પડે, અને ફુટપટી બરાબર **अ ब** લીટી સાથે રહે તેમ પટી ગોઠવો.



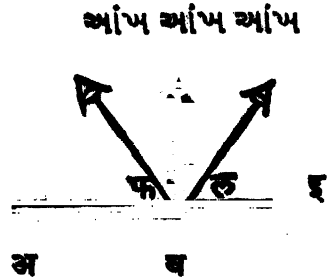
જો **ब** છેડો ફુટપટીના કોઈ ચોક્કસ દોરા આગળ આવી રહે તો તે પ્રમાણે **अ** છેડેથી તેની લંબાઈ ગણી લેવી. ઉપર **अ ब** = ૧·૬ ઇંચ (૧·૬") છે.

૨જી રીત—કોઈ પણ લીટીની લંબાઈ, એટલે બે બિંદુની વચ્ચેનું અંતર વધારે ચોક્કસ લાવવા માટે ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો.



જે અંતર માપવાનું હોય, તેના કરતાં સહેજ વધારે, અંતરમાપકને પહોળું કરવું પછી ધીમે રહીને તેને દબાવવું, અને તેના બન્ને છેડાઓ દબાવતાં દબાવતાં આપેલા અંતરના બન્ને છેડા ઉપર તે બરાબર આવી રહે તેમ મૂકવું. પછી અંતરમાપકને ઉંચકી લઈ સહેજ આડું રાખી ફુટપટી ઉપર તે અંતર માપવું. અંતરમાપકના છેડા ફુટપટી ઉપર દબાવવાં નહિ, કારણ કે એ પ્રમાણે કરવાથી ફુટપટીના દોરાઓ ભોંકાઈ ભોંકાઈ બગડી જાય છે.

સૂચના. ફુટપટીની ઉપલી કોરો બન્ને બાજુથી નીચે ઢળતી હોય તો સારૂં, કારણ કે પટીના દોરાઓ જેમ બને તેમ કાગળની પાસે આવવા જોઈએ. કદાચ એ કોરો બેઠી જાડી હોય તો તેમાં ભૂલ આવવાનો સંભવ છે. જો अ ब લીટી માપવી હોય અને क ह જાડી આંકણી હોય તો આંકણી अ ब સાથે બરાબર ગોઠવ્યા છતાં ल લીટીમાંથી જોઈએ તો ब આગળનો ચોક્કસ દોરો ह નહિ દેખાતાં ब પાસેના ખોટું માપ આપનારા ल क દોરામાંથી દેખાશે, એટલે अ ब જોઈએ તેના કરતાં મોટી દેખાશે. તેમજ फ માંથી જોતાં अ ब નાની દેખાશે. પણ જ્યારે ह દોરામાંથી बने જોઈશું તો તેજ ખરૂં અંતર આપશે.



પ્રશ્નો.

નીચેની લંબાઈ (ઇંચ") અને (સે. મી., મી. મી.)માં માપોઃ—

૧. તમારી ચોપડીની લંબાઈ, પહોળાઈ, અને જાડાઈ.

૨. તમારા સેટસ્કવેરોની લંબાઈ.

૩. નીચેની લીટીઓની લંબાઈ બન્ને માપમાં કાઢોઃ—

૪. ઉપલા પ્રશ્નો ઉપરથી એક ઇંચમાં કેટલા મીલીમીટર છે તે કહો. એક લીટી ૨·૪" માપી લઈ તેના સે. મી. અને મી. મી. કરો.

૫. નીચેની લંબાઈ ઇંચ અને સે. મી.માં માપી તેનાં દશાંશ ભાગ કહો.

૬. નીચેની अ ब, ब क માપી સરવાળો કરી अ क સાથે સરખાવો.

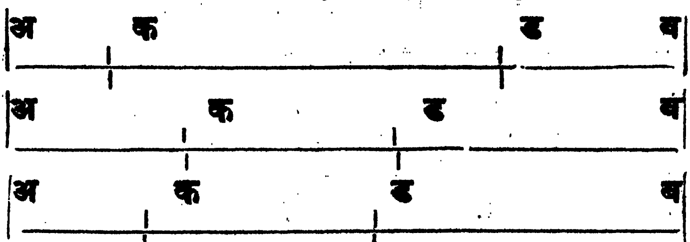
अ ब क अ ब क

अ क

૭. अ ब, ब क, क ड, ड ह માપી સરવાળો કરી अ ह સાથે સરખાવો.

अ ब ड ह

૮. अ ब, क ड બંને માપથી માપી બાદબાકી કરો. अ क અને ड ब માપી સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.



૯. अ ब = ૩·૮" લો. अ बમાં क બિંદુ ગમે ત્યાં લો. क अ, क ब માપો. બન્ને માપનો સરવાળો કરી તે ૩·૮" ન થાય તો ભૂલ ક્યાં આવી છે તે શોધી કાઢો.

૧૦. આઠ ઇંચ લાંબી એક अ इ સીધી લીટી દોરો. अ છેડેથી अ ब = ૩", ब क = ૧·૮" અને क ड = ૨·૩" માપો. ड इ માપો. ड इ લંબાઈ હોવી જોઈએ તેટલી છે? ન હોય તો ભૂલ ક્યાં આવી તે શોધો.

૧૧. ૭·૭" લીટી લો. તેના ૧ : ૬ના પ્રમાણમાં બે ભાગ કરો.

૧૨. કોઈ પણ લીટી લો. તેનું માપ આશરે જોઈનેજ કહો; પછી માપીને કહો. કેટલો ફેર પડે છે તે જુઓ.

૧૩. ઉપલા પ્રશ્ન ૧૨મા પ્રમાણે ઘણી લીટીઓ લઈ કરો.

૧૪. ૨·૪"ની લીટી લઈ આશરે તેનું અર્ધું કરી નિશાની કરી બન્ને ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૫. ૪·૮ સે. મી.ની લીટી લઈ તેના આશરે સરખા ત્રણ ભાગ કરી નિશાની કરી ત્રણે ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૬. ૪·૨ સે. મી.ની લીટી લઈ ૪·૨નું અર્ધું કરી તેટલો ભાગ એક છેડેથી કાપો. બાકીનો ભાગ એ ભાગ જેટલો છે?

૧૭. ૩·૩"ની લીટી લઈ ૩·૩નું એક તૃતીયાંશ લઈ એક છેડેથી કાપો. બાકીનામાંથી પણ તેટલુંજ કાપો. ત્રણે ભાગ સરખાવો.

૧૮. अ ब લીટીના આશરે બે સરખા ભાગ કરી તે ભાગો માપો.

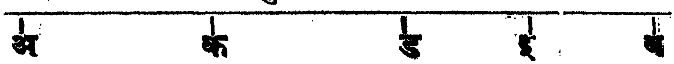
૧૯. अ ब લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

૨૦. **अ ब** લીટીના ચાર સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

નોટ.—અજમાયશે લીધેલાં માપો ઘણુંખરાં બરાબર આવે ત્યાં સુધી ઉપલી રીતે અનેક પ્રશ્નો કરવા.

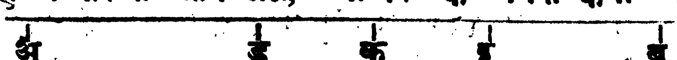
(ख) લીટી દુભાગવાની (બે સરખા ભાગ કરવાની) રીત.

પહેલી રીત. નીચે પ્રમાણે એક **अ ब** લીટી લો. પહેલવહેલાં **अ ब**ને આશરે મ્હોડેથી દુભાગો. જો **अ क** અર્ધો ભાગ હોય તો



કંપાસના છેડાઓ **अ क** બરાબર પહોળા કરો. પછી કંપાસના એજ અંતરથી **क ड** લો. હજુ જો **ड ब** રહી જાય તો **ड ब**નું અર્ધું કરી કંપાસને એ અર્ધા **ड इ** અંતર જેટલું વધારે પહોળું કરો; **क इ** અંતર **अ ब**નું અર્ધું છે. માટે એક છેડેથી કંપાસ મૂકી **क इ** અંતર માપી લઈ **अब**ને દુભાગો.

બીજી રીત. **अब**ને આશરે દુભાગો, ધારો કે **क**, **अ ब**નું મધ્ય બિંદુ છે. પછી **अ** ઉપર કંપાસનું અગ્ર બિંદુ રાખી પેન્સીલના છેડાથી **अ ब** ઉપર **ड** બિંદુ લો; અને તેજ અંતરથી **ब** ઉપર અગ્ર બિંદુ રાખી **इ** બિંદુ લો. વળી **ड इ** જો રહી જાય તો તેના પણ એજ પ્રમાણે બે સરખા ભાગ કાઢો; આખરે **क** અથવા **क**ની પાસેનું કોઈ



બિંદુ **अ ब**ને દુભાગશે.

પ્રશ્નો.

૨૧. ૩·૬", ૫·૨ સે. મી., ૫·૯", ૧૦·૩ સે. મી., ૫·૩", અને ૭·૩ સે. મી.ની લીટી દોરો. ઉપર પ્રમાણે તેને દુભાગો.

૨૨. ૪·૨", ૬·૪"ની લીટી દોરો. દરેકના ચાર સરખા ભાગ કરો.

કાગળ વાળી લીટી દુભાગવાની રીત:—કાગળને બેવડ વાળી સળની કોર ઉપર **अ ब** માપી લો. **अ' ब'** (**अ** ટાંપ **ब** ટાંપ) લીટી સળ ઉપર આવી હોય તો **अ'** (**अ** ટાંપ) ઉપર **ब'** (**ब** ટાંપ)

પડે તેમ સળને તેની ઉપર પાછો એવડ વાળો. જ્યાં કાપો પડે ત્યાં અ' બ' એટલે અ બ દુભાગાય છે.

પ્રશ્નો.

૨૩. ૩·૫", ૪·૩ સે. મી., ૪·૭", ૫·૮ સે. મી.ની લીટીઓ દોરો. ઉપર પ્રમાણે એવડ વાળી દરેકને દુભાગો.

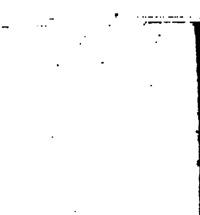
૨૪. ૫·૭", ૩·૩ સે. મી., ૪·૧", ૩·૫"ની લીટી દોરો. દરેકનો એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખી અને એ બન્ને ભાગો ત્રીજાની ઉપર રાખી છેડાઓ બરાબર મેળવી ત્રણ ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૨૫. ઉપલી લીટીઓના ભાગો કંપાસથી માપી ખાત્રી કરો.

૨૬. ૫·૯", ૧૧·૩ સે. મી., ૭·૩", ૧૦·૫ સે. મી.ની લીટી દોરો. એવડ વાળવાની રીતથી તેના ૪, ૬, ૮ સરખા ભાગ કરો; બધા ભાગો માપી સરખા છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

શિક્ષકને સુચના. પ્રશ્નોની સંખ્યા જ્યાં થોડી લાગે ત્યાં આપેલા પ્રશ્નોની જાતના અથવા અન્ય જાતના વધારે પ્રશ્નો પોતે બનાવી શિક્ષકે વિદ્યાર્થીને આપવા.

§ ૨. સ્કેલમાપ અથવા અંતરપ્રમાણ.



તમારી સામેના કાળા પાટીઆની લંબાઈ માપો. કેટલા ફુટ છે? ૪ ફુટ. પાસેની આકૃતિની લંબાઈ માપો. કેટલી છે? એક ઇંચ. આ જગ્યાએ પાટીઆની લંબાઈ એક ઇંચ છે એ જુઓ છો? આ આકૃતિમાંની એક ઇંચ લંબાઈ છે તે ખરેખરી રીતે પાટીઆની કેટલી લંબાઈ બરાબર સમજવાની? ચાર ફુટ.

આકૃતિની પહોળાઈ માપો. તે કેટલી છે? એક ઇંચ; પાટીઆની પહોળાઈ માપો; તે કેટલી છે? ૪ ફુટ. આ ઉપરથી પહોળાઈના સંબંધ વિષે શું સમજો છો? આકૃતિમાં એક ઇંચ પહોળાઈ તે પાટીઆની ચાર ફુટ પહોળાઈ બતાવે છે.



પાસે એક ડુંગરનું ચિત્ર છે; એની ઉંચાઇ કેટલી છે? પોણો ઇંચ. ડુંગરની ખરેખરી ઉંચાઇ કેટલી હશે? ખબર નહિ. તે જાણવા માટે શું જાણવું જોઇએ? ડુંગરની ઉંચાઇ અને ચિત્રની ઉંચાઇનો સંબંધ, તે સંબંધને શું કહે છે? ચિત્ર અને ડુંગરની ઉંચાઇઓનો સંબંધ અથવા **પ્રમાણ.**

પ્રકૃતિનાં ખરેખરાં અંતર અને આકૃતિમાંનાં લંબાઇ, પહોળાઇ વગેરેનાં અંતરોના સબંધને **સ્કેલ** અથવા **અંતર પ્રમાણ** કહે છે. આ પ્રમાણ જ્યારે આપવામાં આવ્યું ન હોય ત્યારે જે વસ્તુની આકૃતિ કાઢી હોય તેનું વાસ્તવિક પરિણામ માલમ પડે ખરૂં? નહિ. ઠીક. આ પ્રમાણ ન આપેલું હોય અને તે વસ્તુના જેવડીજ આકૃતિ કાઢી હોય તો શું?

પ્રકૃતિમાં વસ્તુઓ વાસ્તવિક રીતે જેવડી હોય તેવડીજ આકૃતિઓ દોરવી એ કામ હંમેશાં શક્ય નથી. ઘણી વસ્તુઓ અતિશય બારીક હોય છે, અને તેવડીજ આકૃતિ કાગળ ઉપર કાઢવી એ ઘણુંખરૂં અશક્ય છે; જો કે સાહિત્યની મદદથી તેટલી નાની આકૃતિ નીકળી શકે છે; પણ તે જોનારને સ્પષ્ટ દેખાતી નથી; તેથી આવી **નાની આકૃતિઓને મોટી કરવાની જરૂર છે.** તેમજ પ્રકૃતિમાં ઘણી વસ્તુઓ અતિશય મોટી હોય છે. અને તેવી મોટી આકૃતિઓ દોરવાને માટે અતિશય મોટો કાગળ જોઇએ. તેથી **એવી મોટી વસ્તુઓની આકૃતિઓ નાની કાઢવી પડે છે.** આ કારણોને લીધે વસ્તુની ખરેખરી લંબાઈ અને આકૃતિની લંબાઇની વચ્ચે **પ્રમાણનો** સંબંધ ગોઠવામાં આવે છે. આ કારણને લીધે નકશામાં જે સ્કેલ આપ્યાં હોય છે તે ઉપરથી કુદરતી વસ્તુઓની લંબાઇ અને નકશાનાં લંબાઇનો સંબંધ નીકળી શકે છે.

અંતરપ્રમાણદર્શક અપૂર્ણાંક—ઉપલી આકૃતિમાં ડુંગર એક માઇલ ઉંચો હોય અને આકૃતિની ઉંચાઇ એક ઇંચ હોય તો આકૃતિની ઉંચાઇને અંશ તરીકે અને ડુંગરની ઉંચાઇને (તેના ઇંચ કરીને) છેદ તરીકે મૂકવાથી જે અપૂર્ણાંક થાય તે **અંતરપ્રમાણદર્શક અપૂર્ણાંક** કહેવાય

છે. જેમકે ઉપલા દષ્ટાંતમાં ૫૨૮૦×૧૨=૬૩૩૬૦ એ અંતરપ્રમાણુદર્શક અપૂર્ણાંક છે. એજ પ્રમાણે જો ૨ ઈંચ ૩ માઇલ બતાવે તો $\frac{૨}{૫૨૮૦ \times ૩ \times ૧૨} = \frac{૧}{૯૫૦૪૦}$ એ ૨ ઈંચ ૩ માઇલનું અંતરપ્રમાણુદર્શક અપૂર્ણાંક છે; અથવા એ પ્રમાણ ૨″ : ૩ માઇલ (કે ૩ મા. : ૨″) લખાય છે.

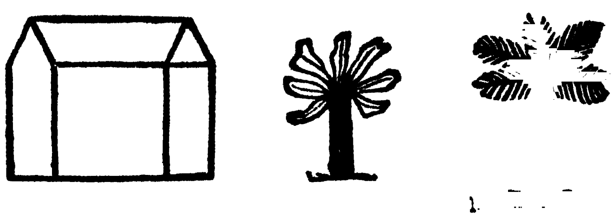
પ્રશ્નો.

ટીપ.—પહેલા બે પ્રશ્નોમાં નજીકના દશક સુધીનાં અંતરો કહેવાં.

૧. નકશામાં આપેલા સ્કેલ ઉપરથી મુંબઈ ઇલાકાના નકશામાં મુંબઈ અને પુના, અમદાવાદ અને મદ્રાસ, સુરત અને કરાંચીનાં અંતર કાઢો.

૨. હિંદુસ્થાનના નકશામાં મુંબઇ અને કાશી, કલકત્તા અને લાહોર, નાગપુર અને મદ્રાસ, અમદાવાદ અને દિલ્હીનાં અંતર કાઢો.

૩. પાસેનાં ચિત્રો જે પ્રમાણમાં કાઢયાં છે તેનું પ્રમાણ ૧ ઈંચે ૧૦ ફુટ છે તો તેની ઉંચાઇઓ કાઢો.



૪. પાસેના પર્વતની ઉંચાઇ કાઢો.
સ્કેલ ૧″=૮૦૦૦ ફુટ.



૫. ૧ ઇંચે ૧ માઇલ આવે એવા સ્કેલથી ૩½ માઇલનું અંતર દોરો.

૬. ૧″=૨ માઇલના પ્રમાણથી ૬ માઈલ લાંબો રસ્તો દોરો.

૭. બે ગામો ૪.૫ માઇલ દૂર છે તો ૧ સે. મી.=૧ માઇલના પ્રમાણથી તેનું અંતર બતાવો.

૮. એક વાંસ ૩૦ ફુટ ઉભો દાટયો છે તો ૧ સે. મી.=૩ ફુટના પ્રમાણમાં તેની આકૃતિ કાઢો.

૯. એક કિલ્લો ૧૨૦ ફુટ ઉંચો છે તો તેની ઉંચાઇ ·૩"=૫ ફુટના સ્કેલમાં દોરો.

સૂચના. નીચેના પ્રશ્નોમાં કાટખૂણો દોરવાની રીતની જરૂર પડે છે. માટે તે રીત સમજ્યા પછી એ પ્રશ્નો છોડવા.

૧૦. ૧૦ ફુટ લાંબો ને ૫ ફુટ પહોળો લંબચોરસ દોરો. (સ્કેલ ૧"=૧૦').

૧૧. ૩૦૦ ફુટ લાંબા અને ૨૦૦ ફુટ પહોળા લંબચોરસ ખેતરની આકૃતિ કાઢો. (સ્કેલ ૧ સે. મી.=૧૦૦ ફુટ.)

૧૨. ૨૫૬ ફુટ લાંબા અને ૧૯૨ ફુટ પહોળા લંબચોરસ બગીચાની આકૃતિ કાઢો. (અંતરપ્રમાણ ·૧"=૧૬ ફુટ).

૧૩. નીચેની બાજુવાળા લંબચોરસને ૬ : ૧ના પ્રમાણમાં દોરોઃ– ૯, ૧૨; ૧૮, ૨૪; ૧૨, ૧૫; ઇંચો; ૨૪, ૩૦; ૩૩, ૪૮ સે. મી.

(ટીપ.—૬ : ૧ એટલે પ્રકૃતિના ૬ ઇંચ=આકૃતિનો ૧ ઇંચ.)

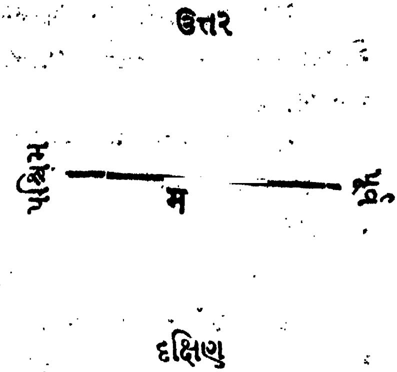
૧૪. નીચેની બાજુવાળા ચોરસો ૧૨ : ૧ના પ્રમાણમાં દોરોઃ— ૧૨, ૧૮; ૩૦, ૩૬, ઇંચો; ૩૬, ૪૮; ૨૪, ૪૮ સે. મી.

૧૫. એક લંબચોરસ કિલ્લાની અંદરની લંબાઇ અને પહોળાઈ અનુક્રમે ૩૧૦ અને ૧૭૦ ફુટ છે. અને કિલ્લાની ભીંતની જાડાઈ ૧૦ ફુટ બધી બાજુએ છે તો ભીંતની સાથે તેના તળીઆની આકૃતિ દોરો. (અંતરપ્રમાણ ૧"=૧૦૦ ફુટ.)

૧૬. ૨૦ ફુટ અને ૧૫ ફુટ લંબાઇ પહોળાઇ હોય એવા લંબચોરસ ઓરડાની આકૃતિ દોરો; તેના સામસામેના ખુણાનું અંતર માપી ખરેખરૂં અંતર કહો. (યોગ્ય સ્કેલ લેવું.)

૧૭. એક સીડી (**अब**)નો એક **अ** છેડો જમીન ઉપર છે અને બીજો **ब** છેડો એક ભીંત (**कड**) ઉપર છે. **क** ભીંતનો પાયો છે. **कअ** =૩૦ ફુટ અને **कब**=૪૦ ફુટ છે તો સીડી કેટલી લાંબી છે?

૧૮. ઉપલા ૧૭મા પ્રશ્નમાં **अक**=૧૫ ફુટ અને **बक**=૩૬ ફુટ છે તો **अब** સીડીનું માપ કાઢો.



સૂચના. પાસે પ્રમાણે બબ્બે પાસે પાસેની મુખ્ય દિશાઓ વચ્ચે **મ** આગળ કાટખુણો હોય છે તે વિદ્યાર્થીને કહી નીચેના પ્રશ્નો છોડાવવા.

૧૯. એક કીડી ઉત્તરે ૪.૫" જાય છે અને પછી પૂર્વમાં ૧૦.૮" જાય તો પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઈ હશે?

૨૦. **અ** પશ્ચિમમાં ૭.૫ સે. મી. જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૦.૦ સે. મી. જાય તો મૂળ જગ્યાએથી તેનું કેટલું અંતર થયું?

નોંધ.—નીચેના પ્રશ્નોમાં યોગ્ય સ્કેલ લેવાં.

૨૧. એક લખોટાને દક્ષિણમાં ૧૩.૨" ફેંક્યો અને ત્યાંથી પાછો પૂર્વમાં ૧૧.૦" ફેંક્યો તો મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલો દૂર છે?

૨૨. એક ખેપીઓ **અ** થી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ અને ત્યાંથી પૂર્વે ૧૨ માઇલ જાય તો તે **અ** થી કેટલે દૂર ગયો તે કહો.

૨૩. એક ખેપીઓ **ક**થી દક્ષિણે ૨૩ માઇલ અને પછી પશ્ચિમમાં ૨૧ માઇલ જાય તો તે મૂળ જગ્યાએથી સીધું કેટલું ગયો?

૨૪. **અ**, **બ**થી ૧૨ માઇલ પૂર્વે ગયો અને પછી ૧૮ માઇલ દક્ષિણે અને પાછો પૂર્વે ૧૨ માઇલ ગયો ત્યારે **અ**, **બ**થી હવે કેટલો દૂર છે?

૨૫. **અ**, **બ**ની દક્ષિણે ૧૭ માઈલ છે; **ક**, **બ**ની પૂર્વે ૧૧ માઈલ છે. **ડ**, **ક**ની ઉત્તરે ૯ માઈલ છે તો **અ**થી **ડ**નું અંતર કહો.

૨૬. **અ**, **બ**ની પશ્ચિમે ૪ માઇલ છે; **અ**ની ઉત્તરે **ક** ૯ માઇલ છે; અને **ક**ની પૂર્વે **ડ** ૧૧ માઈલ છે તો **બ ડ** અંતરની લંબાઈ કહો.

૨૭. **અ**, **ડ**ના વાયવ્યમાં ૧૨૫ માઇલ અને **ડ**, **ક**ના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઈલ છે તો **અ ક** અંતરની લંબાઈ કહો.

૨૮. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઇલ છેટે છે અને એક વહાણુ એકથી ઈશાનમાં અને બીજાથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું ?

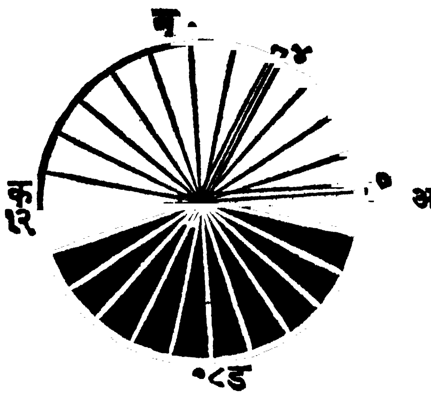
૨૯. દમણથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખુણામાં છે અને દેહેણુંથી ૨૭ માઇલ દૂર પૂર્વમાં છે તો દમણુથી દેહેણું કેટલું ? અને દમણુથી મહાલક્ષ્મી કેટલું ?

ટીપ.—દમણુ–દેહેણું ઉત્તર દક્ષિણુ છે.

૩૦. अ, ब બે સ્થળો ઉત્તર દક્ષિણુ છે. क, अથી અગ્નિમાં અને बથી ઈશાનમાં છે. જો अ क + ब क ૩૦૦ ફુટ હોય તો अ क કેટલું ?

§ ૩. ખુણો.

(क). ખુણો કેવી રીતે બને છે ?



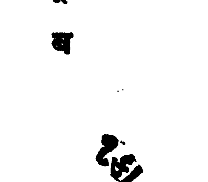
પાસે પ્રમાણેની એક આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢો; અથવા મોટા કાગળ ઉપર કાઢી તેને પાટીઆ ઉપર ટાંકણીઓ મારી સજ્જડ કરો. કાગળની બે પાતળી પટીઓ કાપી તેના એકેક છેડામાં છિદ્ર પાડી તેમાં ટાંકણી મારી આકૃતિના મધ્ય બિંદુમાં બરાબર બેસાડો. આ પ્રમાણે બે પટીઓને કંપાસના હાથ ગણી લઈ એક પટી સ્થિર રાખી (આડી પટી) બીજી પટીને ઉપરથી ધીમે ધીમે ફેરવો. જે જગ્યાએ ટાંકણી મારી છે તે જગ્યાએ બન્ને પટીઓની વચ્ચે ગાળો પડશે. આ ગાળો વિદ્યાર્થીઓને બતાવી પૂછવું કે આ બે પટીની વચ્ચે શું થયું ? ગાળો. આ ગાળાને ખુણો કહે છે. આ પ્રમાણે **બે લીટી* અથવા બે બાજુની વચ્ચે જે ગાળો થાય છે તેને ખુણો કહે છે.** પાસેની ઘણી વસ્તુઓ બતાવી કહેવું કે બે ભીંતની વચ્ચે, મેજની કોરો વચ્ચે,

* "લીટી" એટલે સીધી લીટી એવો અર્થ આ પુસ્તકમાં લીધો છે.

પાટીઓની કોરો વચ્ચે, ચોપડીની કોરો વચ્ચે, ખુણાઓ થાય છે. પછી બે પટીઓની વચ્ચે કેટલો ગાળો થયો છે તે બતાવી યાદ રખાવવું; અને ઉપલી પટી ઉપરથીજ ફેરવીને પહેલા ગાળાના કરતાં હવે બેવડો ગાળો કરી પૂછવું, કે પહેલાં કરતાં હવે ગાળો મોટો થયો છે? પહેલાં પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી (કેટલા અંશમાંથી) ફર્યો હતો? હવે તે કેટલો ફર્યો છે? પહેલાં કરતાં હવે એ ગાળો કેવડો થયો છે? વિદ્યાર્થીઓ "બેવડો" એમ જવાબ આપશે. જવાબ ખરો મળે ત્યાં સુધી ઘણી રીતે પ્રશ્નો કર્યાજ કરવા.

આ પ્રમાણે ઉપલી પટીને ધીમે ધીમે ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવતા જવું અને પૂછવું કે આ *સાંકડા ખુણા (ઉન કાટખુણ) કરતાં આ ન્યૂનતાપૂરક [દ્વિકાટખુણપૂર્ણી] ખુણો મોટો કે નાનો છે? મોટો. આ ખુણો જે મોટો છે તે જેમ જેમ પટી ઉપર ફેરવીએ છીએ તેમ તેમ શું થાય છે? નાનો. આ (ઉન કાટખુણ) મૂળ ખુણો શું થાય છે? મોટો. પટીને વધારે ફેરવવી અને કાટખુણો [૦થી ૬] થાય ત્યાં સુધી ઉપલી પટી લઈ જવી. પછી પૂછવું કે [મૂળ ખુણો] આ ખુણો અને [ન્યૂનતાપૂરક] આ ખુણા વચ્ચે શો ફેર છે? "કાંઈ નહિ; બન્ને સરખા છે." પછી બતાવીને કહેવું કે **આ ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે.** કાટખુણાનાં બીજાં અનેક ઉદાહરણો વિદ્યાર્થીને બતાવવાં અને તેઓને પૂછી કઢાવવાં.

પછી પટીને પાછી ડાબા હાથ તરફ સહેજ સેરવવી. આ પ્રમાણે થતો ખુણો કાટખુણા કરતાં મોટો કે નાનો છે? મોટો. એનો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો (દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી) નાનો કે મોટો થાય છે? નાનો. પટીનો છેડો છેક ક સુધી લઈ જવો,



કાટખુણો.

અને એ પ્રમાણે પૂછવું; અને મૂળ ખુણા અને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી વચ્ચેનો તફાવત કઢાવતા જવું. ક આગળ પટીનો છેડો આવે ત્યારે પૂછવું કે આ ખુણો (મૂળ ખુણો) કાટખુણા કરતાં કેટલો મોટો છે? ખ આગળ છેડો

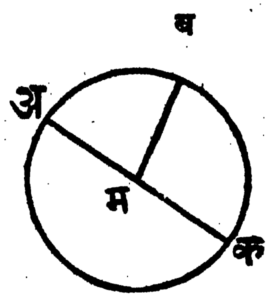
*સમજુતિમાં આ અને એવા બીજા શબ્દ શિક્ષકને માટેજ છે.

હતો ત્યાંના કરતાં હવે કેટલો મોટો એ ખુણો છે? હવે કેટલા કાટખુણા થયા? વગેરે.

એક કાટખુણો ફરતી વેળા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી ફર્યો? ચોથા. કેટલો ભાગ ફરવાથી બે કાટખુણા થાય? અર્ધો. કેટલો ભાગ ફરવાથી અર્ધો કાટખુણો થાય? આઠમો. વગેરે......

સૂચના—અગાઉનો ભાગ શીખવ્યા પહેલાં વર્તુળ, મધ્યબિંદુ, પરિઘ, વગેરે શબ્દોની માહિતી વિદ્યાર્થીને કરાવવી. એ શબ્દોની વ્યાખ્યા મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી, પરંતુ શરૂઆતમાં તેના અર્થ બરાબર સમજે અને તેનો ઉપયોગ બરાબર કરે તો બસ છે.

વ્યાખ્યા—જો કોઈ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઈ પણ સીધી લીટીનું અંતર લઈએ તો તે અંતર હંમેશાં એકનું એકજ રહે તો તે આકૃતિ **વર્તુળ** છે. આવી વક્ર લીટી તે **પરિઘ** કે **પરિધિ** છે.



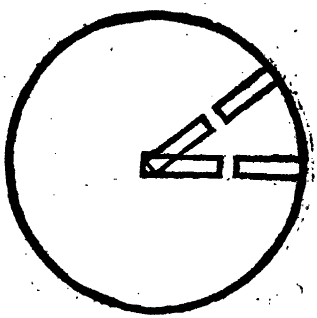
વ્યાખ્યા—વર્તુળમાં જે (**म**) મુકરર બિંદુથી પરિઘ સુધી સરખી લીટી દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું **મધ્યબિંદુ** કહે છે. અને આ સરખી લીટીઓ **ત્રિજ્યા** કહેવાય છે. પરિઘના કોઈ પણ ભાગને **કાસ** કે **ચાપ** કહે છે. વર્તુળમાં પરિઘ સુધી બંને બાજુ મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી **વ્યાસ** છે.

(**ख**). ખુણાઓનું મહત્ત્વ.

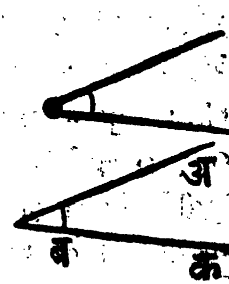
પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે પટીઓની વચ્ચે અર્ધો કાટખુણો થાય તેમ પટીઓ ગોઠવો. ત્યાર પછી એ પટીઓની સાથે બીજી એવડીજ પટીઓ બાંધી દરેક પટી **બેવડી** કરો. પછી પૂછો કે પટીઓને શું કર્યું છે? આ ખુણો પહેલાંનાં કરતાં બેવડો થયો છે? પહેલાં



કેવડો ખુણો હતો? ઉપલી પટીને ફેરવતાં વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલી વખતે રોકાયો હતો? આઠમો ભાગ. હવે પટી બેવડી કર્યા પછી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પટી ફરી છે? આઠમો ભાગ. આ ઉપરથી પટીઓ બેવડી કર્યાથી પહેલી વખતના ખુણામાં કાંઈ ફેર પડયો છે? **ખુણો મોટો કરવાને પટીઓને લાંબી કરી હોય તો તે મોટો થઈ શકે ખરો? નહિ. તો મોટો કરવાને માટે શું કરવું જોઈએ? ઉપલી પટીને ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવવી જોઈએ.**



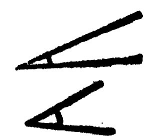
પાસે પ્રમાણે બીજો વર્તુળ કાઢી પટીઓ ગોઠવી, બન્ને પટીઓને હવે અર્ધી કરો. અને પૂછો કે પટીઓનું શું કર્યું? પહેલાં બે પટીઓની વચ્ચે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ રોકાયો હતો? પટીઓ અર્ધી કરવાથી હવે કેટલો રોકાયો છે? પટી ટુંકી કરવાથી ખુણો નાનો થયો છે? નહિ, તો **ખુણો નાનો કરવાને આપણે શું કરવું જોઈએ? પટીને નીચેથી ફેરવવી જોઈએ.** ત્યારે પટીઓ નાની કરવાથી ખુણો નાનો થઈ શકે ખરો? નહિ.



ગમે તે કોઈ સરખા પણ નાના મોટા હાથવાળા બે ખુણા પાટીઆ ઉપર કાઢો. આ બેમાં મોટો કયો છે? મોટા હાથવાળો ખુણો મોટો છે એવો જવાબ મળશે; પછી ડીવાઇડર્ઝ લઈ તેનું માથું ખુણા ઉપર મુકી બન્ને હાથ એક ખુણાના હાથ ઉપર આવે તેમ પહોળું કરો; પછી ડીવાઇડર્ઝને તેમનું તેમજ ઉંચકી બીજા ખુણા ઉપર માથું બરાબર મુકી હાથો ખુણાના હાથ ઉપર ગોઠવો. અને પૂછો કે પહેલી વખત ખુણાના જેટલું ડીવાઇડર્ઝને પહોળું કીધું હતું? પછી ડીવાઇડર્ઝને

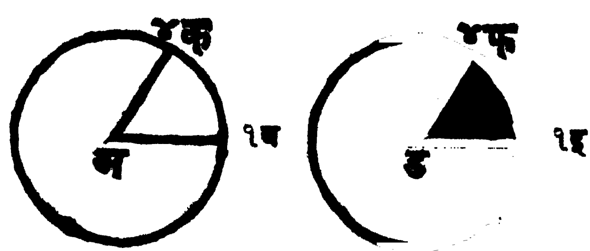
સાંકળું અથવા પહોળું કર્યું? ડીવાઇડર્ઝને તેમને તેમજ બીજા ખુણા ઉપર મૂકયું કે પહોળું કરીને મૂકયું? છોકરાઓ પાસે પણ ડીવાઇડર્ઝના ખુણા સાથે ખુણાઓનાં માપ સરખાવાવી જોવાં; અથવા વર્તુળના મધ્ય બિંદુ સાથે ડીવાઇડર્ઝના માથાને રાખી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે, અને બીજા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે તે પ્રત્યક્ષ બતાવવું. અને પૂછવું કે આ બન્ને ખુણા વચ્ચે કાંઈ ફેર છે? નહિ.

પાસે પ્રમાણેના બે ખુણા પાટીઆ ઉપર દોરો. મોટા ખુણાના હાથ કરતાં નાના ખુણાના હાથ મોટા કરો. ઉપર પ્રમાણેના સવાલ જવાબ કરી, ડીવાઇડર્ઝથી સરખાવી, અથવા ડીવાઇર્ઝની મદદથી વર્તુળના ભાગ સાથે સરખાવી બે ખુણામાંથી મોટો કયો છે તે પૂછો; નાના હાથવાળો મોટો છે? "હા."



આ પ્રયોગો પરથી ખુણાઓના નાનામોટાપણાનો આધાર શા ઉપર રહે છે? હાથો લંબાવ્યાથી ખુણો મોટો થાય છે? ટુંકા કર્યાથી નાનો થાય છે?

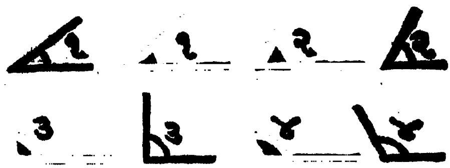
વર્તુળમાં **अ क**-ને ફેરવી **ब अ क** ખુણો પરિધના ૧થી ૪ ભાગ રોકે એવડો બનાવો. બીજા વર્તુળમાં **ड ई** ઉપર **ड फ** ને કેટલી



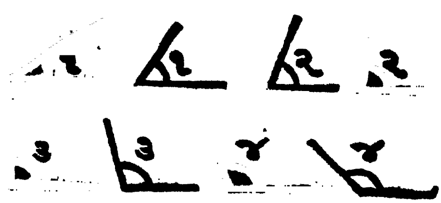
ફેરવીએ તો **ब अ क**ના જેવડો ખુણો થાય? ૧થી ૪. બે ખુણાઓ સરખા હોય તો આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? વિદ્યાર્થી પાસે નિયમ કઢાવવો. ન નીકળે તો ફરીથી સમજાવવું.

“જે બે ખુણાઓના હાથો વર્તુળના સરખા ભાગમાંથી (સરખા અંશમાંથી) ફરે છે તે ખુણા સરખા છે” એમ કહો.

(ગ). ખુણાઓની સમાનતા કે અસમાનતા બતાવવાની રીત.



પાસે પ્રમાણે સરખા ખુણાઓની ચાર જોડ લો. ૧ને ૧ ઉપર, ૨ને ૨ ઉપર, ૩ને ૩ ઉપર, અને ૪ને ૪ ઉપર શિરોબિંદુ શિરોબિંદુ ઉપર આવે ને ખુણાના હાથો એક બીજા ઉપર આવે તેમ મૂકો. પૂછો કે આ ખુણો આ ખુણા પર મળી જાય છે? બરાબર મળી જાય છે? એકનો આ હાથ બીજાના આ હાથ ઉપર બરાબર આવેલો છે? બીજા હાથો પણ મળી જાય છે? માટે આ ખુણાઓ સરખા છે.

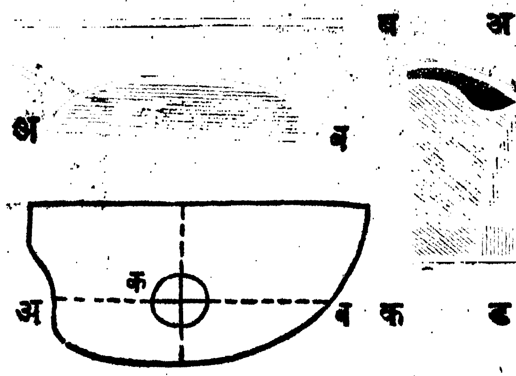


પાસે પ્રમાણે અસમાન ખુણાઓની ચાર જોડ લો. શિરોબિંદુઓ બરાબર મળી જાય અને એકેક હાથ બરાબર મળી જાય તેમ ૧ને ૧ ઉપર ૨ને ૨ ઉપર, ૩ને ૩ ઉપર, ને ૪ને ૪ ઉપર ગોઠવો. આ ખુણાના બીજા હાથ ક્યાં પડે છે? એ હાથ અંદર પડે છે કે બહાર? અંદર. આ ખુણાઓ સરખા છે? નાના ક્યા છે? મોટા ક્યા છે? નાના ખુણાનો ઉપલો હાથ અંદર કે બહાર પડે છે? વગેરે.

આ ઉપરથી ઠસાવો કે ખુણાઓનું નાનામ્હોટાપણું ખુણા જે બાજુ-લીટીઓની વચ્ચે થાય છે તેની લંબાઈ ઉપર આધાર રાખતું નથી; પણ તે હાથો વધારે કે ઓછું ફરે તેના ઉપર આધાર રાખે છે. ખુણાઓના હાથની વચ્ચે વધારે ઓછી જગ્યા હોય તો ખુણો મોટો નાનો થાય ખરો? નહિ. આ નિયમો બરાબર ઠસાવ્યા પછી આગળ ચાલવું.

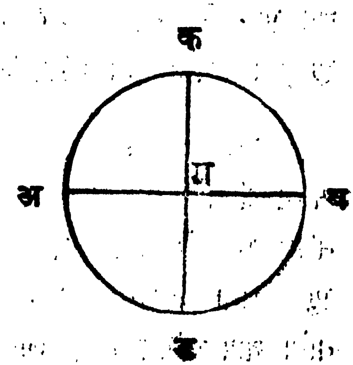
(ઘ). કાટખુણો.

કોઈપણ કાગળનો કટકો લો. તેની વચ્ચે એક આડો अ ब સળ વાળો; અને ફરીથી એ સળની કોર બરાબર એક ભાગ બીજા પર મળી જાય તેમ વચ્ચે બીજો સળ વાળો. આ પ્રમાણે એ સળની વચ્ચેનો ખુણો (क) બતાવી પૂછો કે પહેલાં જે કાટખુણો બતાવ્યો હતો તેની બરાબર આ ખુણો છે?

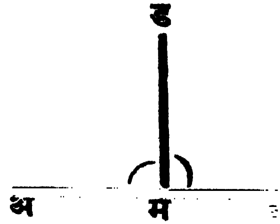


એક સળ ઉખેડો અને બે કાટખુણા બતાવો; બીજો સળ ઉખેડી ચાર કાટખુણા બતાવો, સામાન્ય વસ્તુઓના દાખલા–પાનાં, ટેબલ, પાટલી, સ્લેટ,–લઈ "કાટખુણા"નો વિચાર બરાબર ઠસાવો. બીજા નાના મોટા ખુણા લઈ એક કાટખુણાં સાથે સરખાવો અને એ પ્રમાણે કાટખુણા કરતાં નાના અને મોટા ખુણાઓ પણ ઠસાવો. કંપાસ ઉઘાડાવી જુઓ કે વિદ્યાર્થી કાટખુણો કરી શકે છે કે નહિ.

એક વર્તુળ કાઢી ઉપલો પ્રયોગ ફરી કરો. વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા થાય છે? अ ब સળની ઉપલી બાજુએ કેટલા ખુણા છે? આ ખુણા સરખા છે? अ ब સળ ઉપર म क સળ કેવી રીતે પડે છે. તેની આજુબાજુના ખુણા બરાબર છે? આ ઉપરથી કાટખુણાની વ્યાખ્યા કઢાવવી.

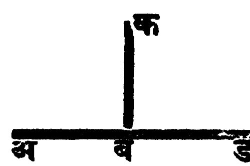


વ્યાખ્યા—જો એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે અને બન્ને બાજુના ખુણા સરખા થાય તો તે દરેક **કાટ-ખુણો** કહેવાય છે. અથવા ખુણાઓના હાથોની વચ્ચે વર્તુળનો ચોથો ભાગ રોકાય તો તે ખુણો **કાટખુણો** છે; એટલે હાથો વર્તુળના ચોથા ભાગમાંથી ફરે છે.



ચાર પાંચ કાટખુણા સળ પાડી બનાવો. એકને બીજાની ઉપર બરાબર ગોઠવો. આ ખુણાઓ બરાબર ગોઠવ્યા છે? એક બીજાના હાથો બરાબર મળી ગયા? ખુણાઓ બરાબર મળી ગયા છે? આ ઉપરથી ઠસાવો કે **સઘળા કાટખૂણાઓ બરોબર** છે.

વ્યાખ્યા. એક લીટીથી બીજી લીટી સાથે કાટખુણો થાય તો તે બે લીટીઓમાંની એક બીજીને **લંબ** છે એમ કહેવાય છે. આકૃતિમાં **अ ब, ब क**ને લંબ છે; અને **ब क, ब अ**ને લંબ છે.

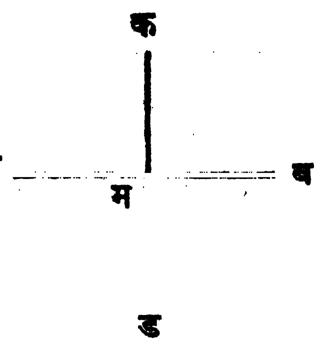


(ड.) લંબ દોરવાની રીત.

૧લી રીત. કાગળનો એક કકડો લો. એ કકડામાં એક સળ વાળો. આ સળની કોરો એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ ફરીને સળ વાળો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. બીજા સળથી પહેલા સળ ઉપર કેવડો ખૂણો થાય છે? **કાટખૂણો.** આ ઉપરથી કાગળમાં સળ પાડી એક લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે શું કરવું જોઈએ? સળ કેવી રીતે પાડવો જોઈએ?

૨જી રીત. ઉપલી રીતથી, આપેલી લીટીની બહાર બિંદુ આપ્યું હોય, તો લંબ કેવી રીતે દોરી શકાય? આપેલી લીટી ઉપર કાગળને બેવડ વાળો. આપેલા બિંદુમાંથી ટાંકણીથી અથવા કંપાસના અગ્ર બિંદુથી છિદ્ર પાડો. આ બે બિંદુની વચ્ચે સળ વાળો. કાગળને આ સળની ઉપર ફરીથી બેવડ વાળો. કોરો બરાબર મળી જાય છે? દરેક

ખુણો કેવડો ? કાટખુણો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે કયી રીત છે ?



૩૭ રીત. अ ब આપેલી લીટી છે. **क** આપેલું બિંદુ છે. કાગળમાં એવો સળ વાળો કે **अब**ના એક બાજુ ઉપરનો **मअ** ભાગ બીજી બાજુ ઉપરના **मब** ભાગ ઉપર બરાબર મળી રહે; અને ઉભો સળ **क**માંથી જાય. સળોની કોરો બરાબર મળી જાય છે ? આ દરેક ખુણો કેવડો ? કાટખુણો. **क**માંથી લંબ દોરવાને કયી રીત કામ લાગે છે ?

પ્રશ્નો.

૧. તમારા ડીવાઇડર્ઝના હાથ પહોળા કરી કાટખુણો કરો.

૨. તમારા સેટસ્કવેરોના સૌથી મોટા ખુણા કેવા છે ?

૩. તમારી ચોપડીનાં પાનાંના ખુણાઓ કેવા છે ?

સૂચના. નીચેના પ્રશ્નોમાં ઘડીઆળમાં એક કાંટો ચાલે તો બીજો ચાલતો નથી એમ સમજવું. કાગળનું ઘડીઆળ પટીના કાંટાવાળું અને એકથી બાર અંક સુધીનું હોય તો સારૂં. નહિ તો તે બનાવવું.

૪. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૩ ઉપર આણો તો બે કાંટાની વચ્ચેનો ખુણો કાટખુણા કરતાં નાનો કે મોટો છે ?

૫. બે કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટો બાર ઉપર લઈએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ?

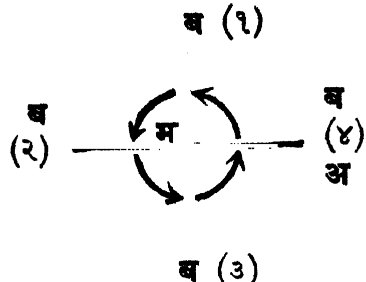
૬. બન્ને કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટો ૯ ઉપર લઈએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૭. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૧૨ ઉપર લઈએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૮. બન્ને કાંટા ૫ ઉપર છે. એક કાંટો ૨ ઉપર લો, તો બન્નેની વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ? બીજાને હવે ૮ ઉપર ;લઈએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ?

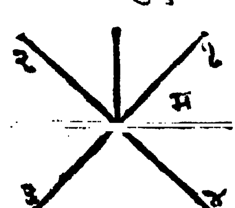
(च). કોઈપણ બિંદુની આસપાસ થતા ખુણાનો સરવાળો.

પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે **म अ** પટી ઉપર **म ब** પટી મુકો. એની વચ્ચે કેવડો ખુણો થાય છે? બન્ને પટી કેવી રીતે મુકેલી છે? પછી **मअ**ને સ્થિર રાખી **म ब**ને **ब** (૧) સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો.



હવે બે પટીઓ કેમ આવી છે? એની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો છે? કાટખુણો. એ વખતે કેટલા કાટખુણા થયા છે? **એક કાટખુણો.** પછી **मअ**ને એજ સ્થિતિમાં રાખી **मब**ને **ब**(૨)ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. હવે **मब**(૧) અને **मब**(૨)ની વચ્ચે કેવો ખુણો થયો? એ કેટલા કાટખુણા છે? **म अ** અને **मब**(૨)ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા? **બે કાટખુણા.** **मब**ને ફરીથી આગળ **मब**(૩)ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. **म ब** (૨) અને **म ब** (૩)ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો? એ કેટલા કાટખુણા થયા છે? હવે **म अ** અને **म ब** (૩)ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા છે? **ત્રણ કાટખુણા.** **मब**ને ફરીથી **ब** (૪)ની એટલે **अ**ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. **म ब** (૩) અને **म ब** (૪)ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો? **मअ**ને **म ब** (૨) વચ્ચે કેટલો ખુણો થયો? એ ખુણો કેવો છે? ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં (દિશા બતાવી) જતાં **म अ** અને **मब**ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા? **ચાર કાટખુણા.**

વળી કાગળમાં કાટખુણો થાય તેમ સળો વાળી કાગળ ઉકેલી બતાવો કે સળોના *છેદનબિંદુની આજુબાજુ કેટલા ખુણા થયા? એ ખુણા કેવા છે? કેટલા કાટખુણા છે? વળી પાસે પ્રમાણે બે લીટી કાટખુણે દોરો. છેદનબિંદુ (**म**) આગળ કેટલા કાટખુણા છે.? **म**૧ દોરો. એ ચાર કાટખુણામાંથી કોઈ ભાગ ઘટયો છે? કોઈ વધ્યો છે? **म**૨, **म**૩, **म**૪, વગેરે દોરી એ નિયમ ઠસાવો.



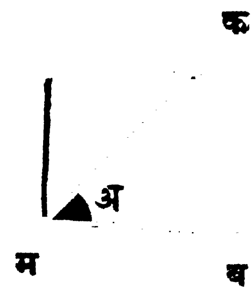
---

*બે લીટી (સીધી કે વાંકી) જે બિંદુમાં છેદે કે મળે તે છેદનબિંદુ છે.

આ પ્રમાણે એક બિંદુની આસપાસ એક લીટી ફરતી ફરતી ઉપરથી નીચે આવી તેજ સ્થિતિમાં પાછી આવે તો કેટલા કાટખુણા થાય છે? એ લીટી કેટલા કાટખુણામાંથી ફરે છે? **ચાર કાટખુણા.**

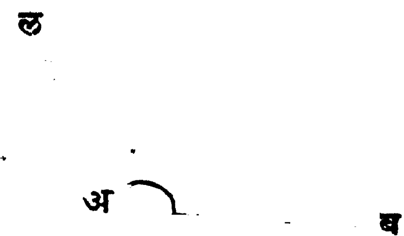
એક બિંદુ આગળ ગમે તેટલી જુદી જુદી લીટીઓ દોરીએ તો તે લીટીઓની વચ્ચેના ખુણાનો સરવાળો શું થાય છે?

આ નિયમ ઠસાવ્યા પછી નીચેની **વ્યાખ્યાઓ** પાકી કરાવવી.



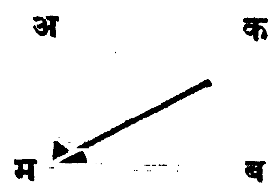
વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને **ઉનકાટખુણ** (ઉન = ઓછો, કાટખુણાથી ઓછો) કે **સાંકડો** ખુણો કહે છે.

∠**अ** કે ∠**बमक** સાંકડો ખુણો છે.



વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી મોટા પણ બે કાટખુણાથી નાનો ખુણો હોય તેને **અતિકાટખુણ** (અતિ = મોટા, કાટખુણાથી મોટા) કે **પહોળો** ખુણો કહે છે.

∠**बअल** પહોળો ખુણો છે.



વ્યાખ્યા— બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **એક કાટખુણપૂર્ણી યા કોટિખુણો** કહે છે.

∠**बमक**, કે ∠**कमअ** કોટિખુણો છે.



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **દ્વિકાટખુણપૂર્ણી** કે **ન્યૂનતાપૂરક** ખુણો કહે છે.

∠**बअर**, કે ∠**कअर** ન્યૂનતાપૂરક છે.

વ્યાખ્યા—કોઈપણ સીધી લીટીની અંદરના કોઇપણ બિંદુ આગળ તે લીટીની એકજ બાજુએ જે ખુણો હોય છે તે **દ્વિકાટખુણ** છે.

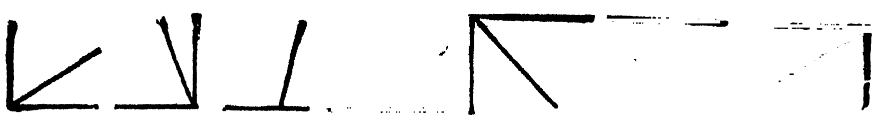


પ્રશ્નો.

૯. નીચેના ખુણાઓમાં સાંકડો ખૂણો કયો? પહોળો ખૂણો કયો? અને કાટખૂણો કયો?

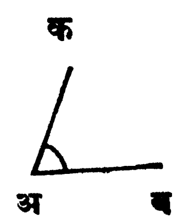


૧૦. નીચેના ખૂણાઓમાં કોટિખુણા કયા? અને ન્યૂનતાપૂરક કયા?



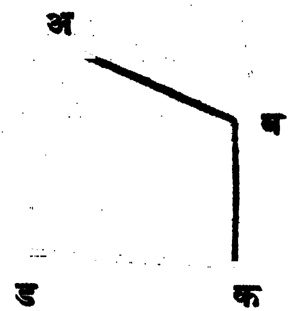
૧૧. ઉપર પ્રમાણે દશ ખુણાઓ કાઢી પ્રશ્ન ૯ અને ૧૦ પ્રમાણે પ્રશ્નો પૂછી ખુણાઓનો પ્રકાર બરાબર દસાવો.

(છ) ખુણા ઓળખવાની રીત.



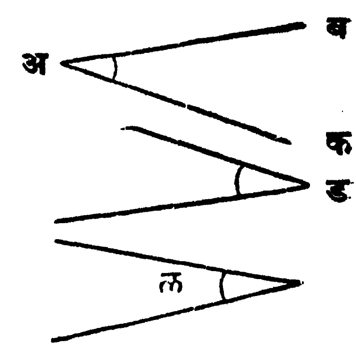
બે લીટીઓ દોરી એક ખુણો બનાવો. અને પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે અક્ષરો મૂકો. જે બે લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થાય છે તેને તે ખુણાની **શાખા લીટી** કે **હાથ** કહે છે. **अब**, **अक** ખુણાના હાથ છે. એ શાખા લીટીઓ જ્યાં મળે છે તે બિંદુને ખુણાનું **શિરોબિંદુ** તે **કોણબિંદુ** કહે છે. ઉપલી આકૃતિમાં **अ** બિંદુ શિરોબિંદુ છે. ખુણાનું નામ આપવા માટે આપણે ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર વચ્ચે મૂકી તેની આજુબાજુ શાખા લીટી આગળના બીજા અક્ષરો મૂકીએ છીએ; જેમકે ઉપલો ખુણો **बअक**, અથવા **कअब** કહેવાય છે.

વળી કોઇપણ આકૃતિને અક્ષરથી ઓળખવા માટે કોઇપણ ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર લઇ ત્યાંથી અનુક્રમે આવતા અક્ષરો (ઉપરથી કે નીચેથી) સાથે લઇ બોલવાનો (મૂળ અક્ષર આવે ત્યાં સુધી, પણ તે અક્ષર નહિ) રિવાજ છે. ઉપલી આકૃતિ



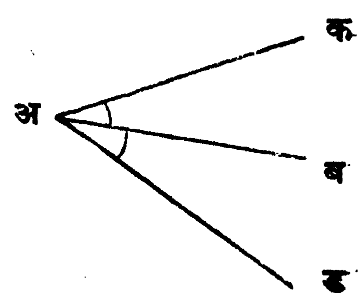
अबकड, बकडअ વગેરે, અથવા **अडकब. डकबअ**, વગેરે બોલાય છે. સામાન્ય રીતે જે અક્ષરો વપરાયા હોય તેમાંના પહેલા (મૂળાક્ષરના) અક્ષરથી શરૂ કરવાનો રિવાજ છે. જેમકે ઉપલી આકૃતિ **अबकड** બોલાય છે.

ખુણાઓને ઓળખવા માટે ઉપર સિવાયની બીજી રીતો પણ છે. જેમકે પાસેનો ખુણો **बअक**થી ઓળખાય એટલુંજ નહિ, પરંતુ કોઇ વખતે ખુણાની શાખા લીટીના બહારના છેડા ઉપર અક્ષર ન લખી ખુણા આગળજ અંદરથી કે બહારથી એક અક્ષર મુકાય છે; જેમકે **बअक** ખુણો ड અથવા ખુણો **ल**થી પણ ઓળખાય છે.



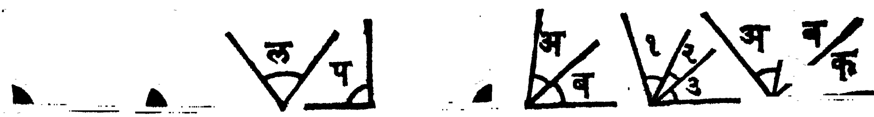
સંજ્ઞા (ટુંકી રીત). "**ખુણો**" શબ્દને માટે ∠ આવું ચિન્હ ખુણાની અગાડિ મુકવાનો રિવાજ છે. જેમકે ∠**बअक** એટલે ખુણો **बअक**; ∠**ड** = ખુણો **ड**; ∠**ल** = ખુણો **ल**.

વ્યાખ્યા–પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે બે ખુણાઓની વચ્ચે એકજ શાખા લીટી હોય અને એકજ બિંદુમાં તે ખુણાઓ મળતા હોય તો એ ખુણાઓને **પાસેપાસેના** ખુણા કહે છે. ∠**कअब**, ∠**बअड** પાસેપાસેના ખુણા છે.



अडની ઉપર **अ** બિંદુ સ્થિર રાખી **अक**ને ફેરવો. **अक**માં તે આવે ત્યારે અટકો. કયો ખુણો થયો? **डअक.** પછી ફરીથી **अड**થી લઈ **अब**ની સ્થિતિમાં અટકો. કયો ખુણો થયો? **डअब**; અને **अब**ને હજુ આગળ લઈ **अक** આગળ અટકો. કયો ખુણો થયો? **बअक. डअब** અને **बअक** ખુણાને ભેગા કરીએ તો ખુણો થાય? **डअक.** આ ઉપરથી શું સમજો છો તે કહો.

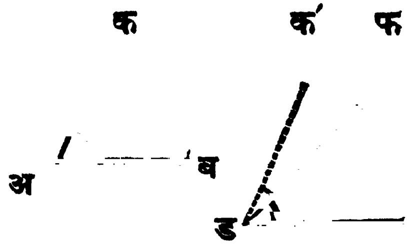
પ્રશ્ન.



૧૨. ઉપલી આકૃતિમાંના ખુણાઓને નામ આપો. કયા કયા ખુણા પાસેપાસેના ખુણા છે? નામ આપી ને ખુણાઓ કહો.

(ज) ખુણાઓની સરખામણી.

બે ખુણામાં કયો કોનાથી મોટો છે તે પારખવાની રીત.



પાસે પ્રમાણે **बअक, इडफ** ખુણાઓ લો. **बअक** ખુણા ઉપર તેલીઓ કાગળ અથવા કોઇ પાતળો (ઉપરથી નીચેનો ખુણો દેખાય એવો) કાગળ મૂકો; અને નીચેના **बअक** ખુણાની નકલ પેન્સીલથી કાગળ ખસ્યા વિના કરો. એ કાગળને ઉંચકીને **अ, ड** ઉપર પડે અને **अब, डइ** ઉપર તેમ ગોઠવો. **अक, इफ**ની બહાર પડે છે? **डफ** ઉપર **डक**'ને લાવવા માટે શું કરવું જોઇએ? ત્યારે **इडक'** ખુણો નાનો કે મોટો થશે? ત્યારે **इडक'** ખુણો **इडफ**ના કરતાં નાનો કે મોટો છે? **इडक'** ખુણો **बअक**ના કરતાં મોટો કે નાનો છે? કે બરાબર છે? ત્યારે **बअक** ખુણો, **इडफ** ખુણા કરતાં મોટો કે નાનો છે?

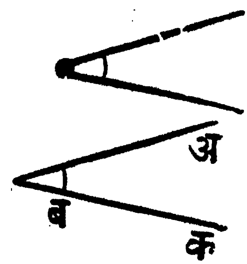
बअक ખુણાને નાનો દોરી એજ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરવા.

તેલીઆ કાગળ અથવા પાતળા કાગળ ઉપર આપેલા ખુણાની નકલ કરવી હોય તો બીજી *કોઇ રીતે તેવડો ખુણો બનાવી ઉપર પ્રમાણે પ્રયોગ કરવો.

---

*આપેલા ખુણાના જેવડો ખુણો નીચેની રીતે પણ બનાવી શકાય છે:—

(૧) **अ ब क** ખુણાની નીચે કાગળ મુકો. ઉપરથી, **अ, ब, क**માંથી ટાંકણીથી છિદ્રો પાડો. ખુણો ઉપાડી લઈ નીચેના કાગળમાં જ્યાં છિદ્રો પડ્યાં છે ત્યાં **क' ब', ब' अ'** સાંધો; તો **क' ब' अ'** ખુણો **कबअ** ખુણાની ખરેખરી નકલ છે.



(૨) **ब अ क** ખુણો **अ ब**ને **अक**ની ઉપર ફેરવીએ ત્યારે બને છે માટે **अ ब** ત્રિજ્યા વર્તુળના **क ब** ભાગમાંથીજ ફરી છે. માટે વર્તુળના **क ब** ભાગ જેટલાજ ભાગમાંથી ઉપલી લીટીને ફેરવીએ તો **क अ ब** ખુણા જેવડો ખુણો થશે. માટે **अक**ના જેવડી **ड प** લીટી લો. અને **ड** બિંદુ મધ્યબિંદુ લઈ **अक**ના જેવડી (**ड प** બરાબર) ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળનું કૌંસ દોરો. અને **क ब** માપી લો. **प** મધ્યબિંદુ અને **क ब** ત્રિજ્યા લઈ બીજું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ આગલા કૌંસને **ल**માં છેદે છે. **ड ल** સાંધો. ખરૂં જોતાં આપણે ∠**कअब**ને ન ઉંચકતાં તેના ત્રણે ભાગો (ત્રણ બાજુ) જુદા પણ તેવીજ સ્થિતિમાં મૂક્યા છે. માટે **पडल** ખુણો **कअब** ખુણા બરાબર છે.

ટીપ પાંચ દશ ખુણાઓ કાગળ ઉપર કઢાવી તેના જેવડા ખુણા વિદ્યાર્થીઓ પાસે કઢાવી પહેલી અને બીજી રીત ખાસ કરીને દસાવવી.

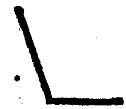
પ્રશ્નો.

૧૩. તેલીઆ કાગળ ઉપર પાંચ ખુણાની નકલ કરી કાગળ ઉંચકી લઇ ફરીથી ખુણો ગોઠવી તપાસી જુઓ કે ખુણો બરાબર થયો છે કે નહિ.

૧૪. પાસેના ખુણાઓની જોડામાં બબ્બે ખુણા સરખાવી કયો કોનાથી મોટો છે તે બતાવો.



૧૫. પાસેના ખુણાઓની જોડામાં બબ્બે ખુણા સરખાવી મોટો કયો અને નાનો કયો તે કહો.



૧૬. પાસેના ખુણાઓ સરખાવો.



૧૭. પાસેના ખુણાઓમાં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો કયો ?



૧૮. હાથથીજ દશ કાટખુણા કાઢો. અને બબ્બેને સરખાવી જુઓ. કાંઈ ફેર લાગે છે કે નહિ ?

૧૯. હાથથીજ દશ સાંકડા ખૂણા કાઢો.

૨૦. હાથથીજ દશ પહોળા ખૂણા કાઢો.

(ज्ञ) ખુણાના વિભાગ.

કાગળના કકડામાં સળો વાળી એક કાટખુણો બનાવો. અને તે કાપી કાઢો. કાટખુણાની **શાખાલીટીઓ** એક બીજી પર બરાબર મળી જાય તેમ સળ વાળો. કાટખુણાના કેટલા સરખા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે ? અર્ધો. બેવળ વાળેલા ભાગને ઉપર પ્રમાણેજ ફરીથી બેવળ વાળો. હવે કાટખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે ? ચતુર્થાંશ.

જે પ્રમાણે રૂપીઆના સોળ ભાગ કરીએ તો દરેક ભાગને આનો કહીએ છીએ, તે પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કરેલા છે અને તે દરેકને **અંશ** કહે છે. કોણમાપક સાહિત્ય ઉપરના અંશ બતાવવા અને તેની સંખ્યા બરાબર સમજાવવી; પછી ખાત્રી કરવી કે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ (અંશ) કરેલા છે.

એક લીટીને બીજી લીટીની આસપાસ વર્તુળના આકારમાં ફેરવવાથી ખુણો થાય છે એમ આપણે ઉપર જોયું છે. એક આખા વર્તુળના ૩૬૦ (સરખા) ભાગ કરેલા છે; અને એ પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ ભાગ કરેલા છે. આ ઉપરથી કોઈપણ ખુણો માપવો હોય તો તે વર્તુળના ૩૬૦મા ભાગ પરથી મપાય છે.*

સંજ્ઞા—અંશ શબ્દને માટે (અંશના) આંકડાની ઉપર આવું ચિહ્ન (મીંડું) જમણી બાજુના ઉપલા ખુણા ઉપર મૂકવામાં આવે છે. જેમકે ૧૩° એટલે ૧૩ અંશ; ૪૦° એટલે ૪૦ અંશ. ૩૧૫° = ૩૧૫ અંશ વગેરે.

પ્રશ્નો.

૨૧. એક કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? અર્ધા કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? ૧/૩ કાટખુણામાં કેટલા અંશ છે? ૧/૪, ૧/૫, ૧/૬, ૧/૯. ૧/૧૦ ૧/૧૫, ૧/૩૦ કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? ૨/૩, ૩/૫, ૪/૧૫, કાટખુણામાં કેટલા અંશ છે?

૨૨. ઘડીઆળમાં ૩ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૩. ઘડીઆળમાં ૫ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૪. ઘડીઆળમાં ૬ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૫. ઘડીઆળમાં નીચે બતાવેલા વખતે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

(૧) ૨·૦; (૨) ૪·૦; (૩) ૮·૦; (૪) ૯·૦;
(૫) ૧૧·૦; (૬) ૧૨·૦; (૭) ૧·૦; (૮); વગેરે.

૨૬. પાટીઆ ઉપર નીચેની દિશાઓ દોરી બન્ને દિશાઓ વચ્ચે કેટલા અંશ છે તે કહો —

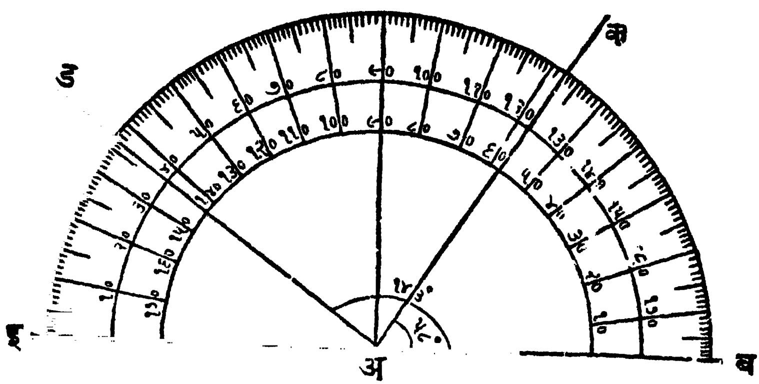
(૧) ઈશાન અને પૂર્વ; (૨) અગ્નિ અને દક્ષિણ; (૩) નૈઋત્ય અને પશ્ચિમ; (૪) વાયવ્ય અને દક્ષિણ; (૫) અગ્નિ અને ઉત્તર; (૬) ઈશાન અને પશ્ચિમ; (૭) ઉત્તર અને દક્ષિણ; (૮) પૂર્વ અને પશ્ચિમ.

---

*પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ ૩૬૫ દિવસમાં ફરી રહે છે, એટલે એક વર્તુળ પુરો કરે છે. આ ઉપરથી વર્તુળના એટલે ચાર કાટખુણાના ૩૬૦ ભાગ કરેલા લાગે છે. ૩૬૫ના કરતાં ૩૬૦ સંખ્યા વધારે સારી વિભાજ્ય છે. સામાન્ય રીતે મહિનાના ૩૦ દિવસ અને વરસના ૩૬૦ દિવસ છે.

(ज) ખુણા માપવાની રીત.

કોઈપણ (**ब अ क**) ખુણો માપવાનો હોય તો નીચે પ્રમાણે તે માપી શકાય છે:—કોણમાપક (પ્રોટ્રેકટર)ને **ब अ क** ખુણા ઉપર એવી રીતે મૂકવું કે એ સાહિત્યની સીધી કોર **अ ब** સાથે ઉપરથી જોતાં બરાબર મળી જાય. અને તેની સાથેજ પ્રોટ્રેકટરનું મધ્યબિંદુ ખુણાના શિરોબિંદુ **अ**ની સાથે મળે. જુઓ કે આપેલા ખુણાની બીજી શાખાલીટી **अ क** પ્રોટ્રેકટરની નીચેથી ઉપરના કયા અંશમાંથી જાય છે. **अब**ના ૦ અંશથી લઈ અંશ ગણતાં **अक** સુધીમાં કેટલા અંશ આવે છે ? ૫૮. માટે **ब अ क** ખુણો ૫૮°નો છે.



ટીપ. આપેલો ખુણો માપવા માટે કોણમાપકની નીચે ખુણાની એક શાખાલીટી સાહિત્યની આડી કોર સાથે અને ખુણાનું શિરોબિંદુ સાહિત્યના મધ્યબિંદુ સાથે બરાબર મળી જાય છે. ત્યાર પછી બતાવવું કે ખુણાની બીજી શાખાલીટીથી થતો ખુણો સાહિત્યની જમણી બાજુએ કે ડાબી બાજુએ માપવો છે. **ब अ क** ખુણાની **अ क** પહેલી શાખાલીટી જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે; **ब अ क** ખુણાની બીજી શાખાલીટી **अ ड** પણ જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે માટે **अ क** ઉપર આવેલા અને **अ ड** ઉપર આવેલા અંશના બબ્બે જુદા આંકડા પૈકી જમણી બાજુ ઉપરથી ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશનાં આંકડા ગણવા. પરંતુ **इ अ ड** ખુણો માપવો હોય તો **इ अ** સાથે **अड**થી થતો ખુણો ડાબા હાથ તરફ માપવો છે. માટે **इ** આગળના ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશ ગણવા ∠**इअड**=૩૭°નો છે.

સૂચના—પ્રોટ્રેક્ટરથી આપેલા ખુણા માપવામાં કયી વખતે જમણી બાજુના અને કયી વખતે ડાબી બાજુના અંશના અંકથી શરૂ કરવું જોઈએ, એ વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં બરાબર ઠસાવવું જોઈએ.

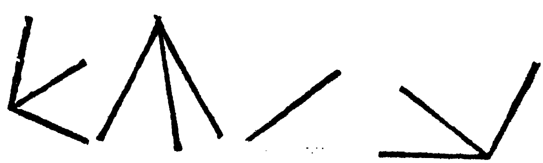
પ્રશ્નો.

૨૭. તમારા સેટસ્કવેરના ખુણાઓના આકાર કાગળ ઉપર પાડી તે માપો.

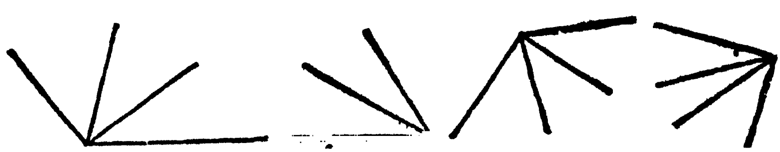
૨૮. તમારૂં ડીવાઈઝડ પહોળું કરો. તેના હાથની વચ્ચેના ખુણાના અંશ આશરે કહો. તેનો આકાર કાગળ ઉપર કાઢી તે ખુણો માપી જુઓ. (અજમાયશથી અને માપથી કાઢેલા અંશોમાં ત્રણેક અંશનો ફેર ચાલશે.)

૨૯. પાંચ ખુણાઓ દોરો. એ ખુણાઓ માપો અને તે કેટલા કેટલા અંશના છે તે કહો.

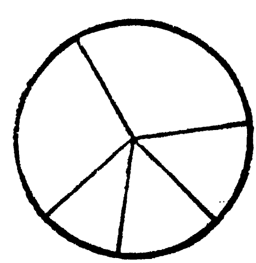
૩૦. નીચે આપેલા ખુણાને પહેલાં આખા માપો; પછી દરેક જોડના પેટા ખુણાઓ જુદા જુદા માપો; પછી સરવાળો કરી આખા ખુણાના જેટલા અંશ એકંદર થાય છે કે નહિ તે જુઓ.



૩૧. પ્રશ્ન ૩૦ પ્રમાણેજ નીચેના ખુણાઓ માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

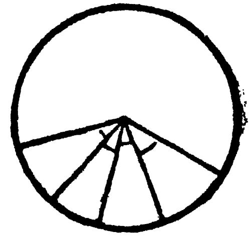


૩૨. એક વર્તુળ દોરો. પરિઘ ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુ લઈ તેને મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો; પછી મધ્યબિંદુ આગળ થતા પાંચ ખુણાઓ માપી સરવાળો કરો. આ પ્રમાણે વર્તુળમાં મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા છે ?

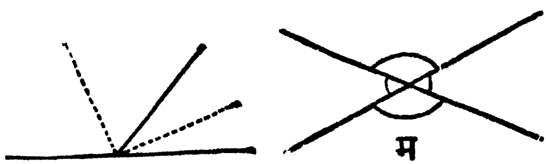


૩૩. પ્રશ્ન ૩૨મા પ્રમાણે વર્તુળ દોરી પરિધ ૬, ૭, ૮, ૯, ૧૦, વગેરે બિંદુઓ લો. અને પ્રશ્ન ૩૨મા પ્રમાણેજ બધા ખુણા માપો. શું છે?

૩૪. વર્તુળ દોરી પરિધ ઉપર ચાર સરખા ભાગ કંપાસથી લો. એ છેદનબિંદુઓ મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો અને એ પાસેપાસેની બબ્બે ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ ખુણાઓ સરખા છે?



૩૫. નીચેની આકૃતિના ખુણા માપી સરવાળો કરો અને તે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે જુઓ.



(ट). ખુણો દુભાગવાની રીત.

૧લી રીત. अबक ખુણો લો. ∠**अबक**ને એવી રીતે બેવડ વાળો કે **बअ** શાખાલીટી **बक** ઉપર પડે, અને સળ **ब**માંથી જાય. **अबक** આખા ખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે? એ ભાગો એક બીજા ઉપર બરાબર બેસે છે? માટે આપેલા ખુણાના કેવા ભાગ થાય છે? **એ સરખા ભાગ.**

ટીપ. ત્રિજ્યા, મધ્યબિંદુ, કૌંસ, વગેરે શબ્દોને માટે ઉપર આવી ગએલા ભાગનું પુનરાવર્તન અત્રે કરવું.

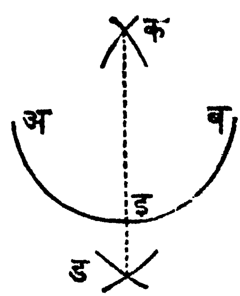
૨જી રીત. ∠**ब अ क** લો. **अ** મધ્યબિંદુ લઈ કોઇપણ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળનું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ **अब**ને **ड**માં અને **अ क**ને **इ**માં છેદે છે. **ड** અને **इ** મધ્યબિંદુ લઇ અને એકજ ત્રિજ્યા લઇ બે કૌંસો **फ**માં છેદે તેમ દોરો. **फ अ** સાંધો. **फ अ**, **ब अ क** ખુણાને દુભાગે છે.

૧લી રીત પ્રમાણે ∠**बअफ**ને ∠**क अ फ** ઉપર બેવડ વાળી જુઓ. **फ अ**, ∠**बअक**ને દુભાગે છે?

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવાની રીત.



૧લી રીત. **अबक** કોઈપણ કૌંસ લો. કાગળને બેવડ વાળી કૌંસનો ડાબા હાથ તરફનો ભાગ જમણા હાથ તરફના ભાગ ઉપર **अ**, **ब** ઉપર પડે તેમ બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડો. આ સળ **अब**ને **क**માં છેદે છે. **अबक** કૌંસના **क** આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.



૨જી રીત. **अ इ ब** કૌંસ લો. **अ**, **ब** મધ્યબિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઇ બે કૌંસ **क**માં છેદે તેમ દોરો. અને **अ**, **ब** મધ્યબિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઈ બે કૌંસ દોરો. આ કૌંસ **ड**માં છેદે છે. **क ड** સાંધીએ તો તે આપેલા **अ इ ब** કૌંસને **इ**માં દુભાગે છે.

નોંધ. જે ત્રિજ્યાઓ લઇએ તે **अब** અંતરના અર્ધાથી મોટી હોવી જોઈએ; નહિ તો કૌંસો એક બીજાને છેદશે નહિ.

પ્રશ્નો.

૩૬. કોઈપણ ખુણો લો. તેને પહેલી રીત પ્રમાણે દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૭. કોઇપણ ખુણો લો. બીજી રીત પ્રમાણે તેને દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૮. કોઇપણ ખુણો લો. ૧લી રીતે તેને દુભાગો. અને વળી ૨જી રીતે પણ દુભાગો. આપેલો ખુણો એકજ લીટીથી દુભાગાય છે?

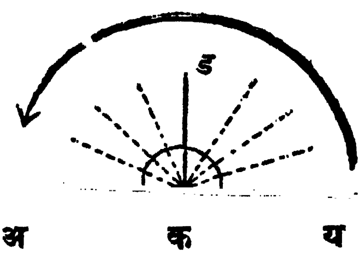
૩૯. એક વર્તુળ દોરી તેનું **अ ब** કૌંસ લો. **अब**ને ૧લી રીતે **क**માં દુભાગો. **क**ને **म** મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો. અને **अ म**, **ब म** પણ સાંધો. **अ म क**, **ब म क** ખુણા માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ. આ ખુણા સરખા છે?

૪૦. પ્રશ્ન ૩૯માંના કૌંસને બીજી રીતે દુભાગી એજ પ્રશ્નમાં કહ્યા પ્રમાણે કરો.

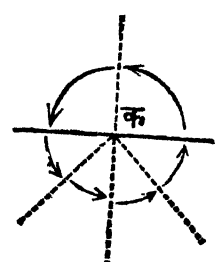
૪૧. એક વર્તુળ લો. તેનું **अ ब** કૌંસ લો. **अ**, **ब**ને **म** મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો. ∠**बमअ**ને **मक**થી દુભાગો. **म क**, **अ ब** કૌંસને દુભાગે છે?

૪૨. એક ∠**अ ब क** લો. તેને પ્રોટ્રેકટરથી માપી અંશનું અર્ધું કરો. એની મદદથી **अबक**ને દુભાગો. પરિણામ સરખાવો.

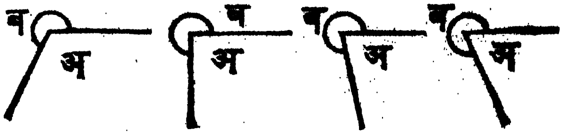
(ઠ) અતિદ્વિકાટખુણ.



क ब લીટીની આસપાસ **कड**ને અતાવેલી તીરની દિશામાં ફેરવીએ તો **ब क ड** ખુણો મોટો અને મોટો થશે. ફરતી લીટી **कडम** આવે ત્યારે ∠**बकड** કાટખુણો થશે, અને **क अ**માં આવે ત્યારે ∠**ब क अ** બે કટખુણા અથવા **દ્વિકાટખુણ** થશે.



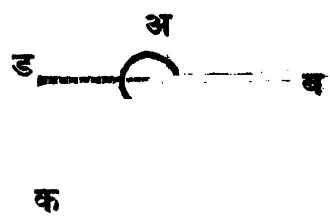
ફરતી લીટીને હજુ પણ આગળ તીરની દિશામાં લઈ જઈએ તો ખુણો મોટો અને મોટો થશે. એટલે ક (૨)ની આગળથી ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં લીટીનો છેડા ક ૨½, ક૩, ક ૩½ આપણે લઇ જઇએ તેમ **कब** આગળ ઉપરથી થએલો ખુણો મોટો અને મોટો થાય છે. અને એમાંની કોઇપણ જગ્યાએ **ब क** ક ખુણો બે કાટખુણા કરતાં મોટો છે, પરંતુ ચાર કાટખુણા કરતાં નાનો છે. આવા ખુણાને, એટલે બે કાટખુણા કરનાં મોટા પણ ચાર કાટખુણા કરતાં નાના ખુણાને, **અતિદ્વિકાટખુણ** (અતિ = મોટો, દ્વિ = બે) કહે છે. એ ખુણાને **અંતર્ગામી** પણ કહે છે, કારણ કે **क**કરની સ્થિતિ છોડયા પછી ફરતી લીટી **ब** છેડાથી દૂર જવાને બદલે અંદર (અંતર) જાય છે (ગામી). નીચેના બતાવેલા **ब** ખુણા બધાજ આતદ્વિકાટખુણ છે:—



ફરતી લીટી વર્તુળના અર્ધા ભાગ કરતાં વધારે ફરે છે તો એથી દ્વિકાટખુણુ થાય છે એમ માલમ પડશે. વળી લીટી જેમ જેમ ફરે છે તેમ તેમ ब ખુણો મોટો અને મોટો થાય છે, પરંતુ સામેની બાજુનો अ ખુણો નાનો અને નાનો થાય છે. માટે એ બે લીટીઓની વચ્ચે જે બે ખુણા થાય છે તેમાંથી એક (∠ब) બે કાટખુણા કરતાં મોટો, અને બીજો (∠अ) બે કાટખુણા કરતાં નાનો છે.

નોંધ—બે લીટીઓની વચ્ચેનો ખણો લેવા કહ્યું હોય તો તે વખતે સામાન્ય રીતે નાનો (બે કાટખૂણાથી નાનો) ખુણો લેવાનો રિવાજ છે; પરંતુ મોટો લેવાનો હોય તો તે પ્રમાણે અતિદ્વિકાટખુણુ કે અંતર્ગામી શબ્દ વપરાય છે.

અતિદ્વિકાટખુણુ માપવાની રીત.



ब अ क અતિદ્વિકાટખુણુ લો. बअને લંબાવો તો ઉપલો ब अ ड ખુણો બે કાટખુણા (૧૮૦°) બરાબર છે. डअकને કોણમાપકથી માપો. જે માપ આવે તે બે કાટખુણામાં ઉમેરો. સરવાળો અતિદ્વિકાટખુણનું માપ છે. નીચેના અતિદ્વિકાટખુણુ ખુણાઓ ઉપલી રીતે માપો.

પ્રશ્નો.

૪૩. ઘડીઆળમાં નીચે આપેલા વખતે બે કાંટાની વચ્ચે જે અતિદ્વિકાટખુણુ થાય છે તે કેટલા કેટલા અંશનો છે?

(૧) ૫–૦; (૨) ૭–૦; (૩) ૪–૦; (૪) ૮–૦; (૫) ૩–૦; (૬) ૯–૦; (૭) ૧૦–૦; (૮) ૨–૦; (૯) ૧–૦; (૧૦) ૧૧–૦.

૪૪. પાંચ અતિદ્વિકાટખુણુ લઇને માપો અને તેમાં દરેકમાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે કહો.

૪૫. પ્રશ્ન ૪૪માં બે લીટીઓની વચ્ચેના નાના ખુણામાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે માપ્યા વિના કહો.

૪૬. બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિ દ્વિકાટખુણુ ખુણો નાના ખુણાથી ૩ગણો છે તો તેમાં કેટલા અંશ છે?

૪૭. બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિદ્વિકાટખુણુ ખુણો નાના ખુણાથી ૨, ૪, ૫, ૭, ૮, ૯, ૧૧, અને ૧૪ગણો છે તો તેમાં કેટલા કેટલા અંશ છે? (જુદી જુદી આકૃતિ દોરવી.)

§ ૪. બેરીંગ* અથવા કોણ અંતર.

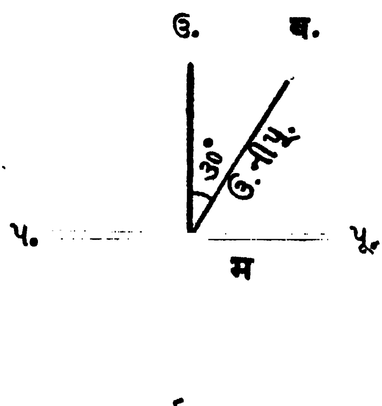
એક સ્થળ બીજા સ્થળથી કયી દિશામાં દેખાય છે તે જોવાની રીત:—**અ** સ્થળ **બ** સ્થળથી કયી દિશામાં છે એ આપણે જાણવું છે. **બ** સ્થળ ધારો કે પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશામાં છે. **બ**થી **અ** સુધી એક લીટી દોરો. આ લીટી **બ**માંથી પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશા લીટી સાથે કયો ખુણો કરે છે તે પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો. ધારો કે ∠**બ**, ૭૫° છે. આ



ખુણો પ–પૂ. દિશા લીટીની કયી દિશાએ છે? ઉત્તરે. માટે **અ** સ્થળ **બ**થી પશ્ચિમની ઉત્તરે ૭૫° છે એમ કહેવાય છે.

આ અંતર **બ**થી **અ**નું કોણઅંતર અથવા બેરીંગ* કહેવાય છે.

છેદન બિંદુ **મ** આગળથી **બ**નું કોણ-અંતર કાઢવું હોય તો **મ**માંથી મુખ્ય ચાર દિશાઓ દોરો. **મબ** સાંધો. **મબ** લીટી કયી દિશાલીટી સાથે ખુણો કરે છે? પૂર્વ અને ઉત્તર સાથે. ઉત્તર સાથેનો ખુણો માપો. એ ૩૦° છે. માટે **બ** સ્થળ **મ** આગળથી "ઉ૦ની



---

* બેરીંગ એ અંગ્રેજી શબ્દ છે અને તેનો અર્થ ગમે તે બે દિશાઓની વચ્ચેના ખુણાનું માપ કે કોણઅંતર છે.

પૂર્વે ૩૦°" અથવા "ઉ૦ ૩૦° પૂ૦" ને કોણઅંતરે છે; અથવા "પૂ૦ની ઉત્તરે ૬૦° "અથવા પૂ૦ ૬૦° ઉ૦"ને કોણઅંતરે છે એમ કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

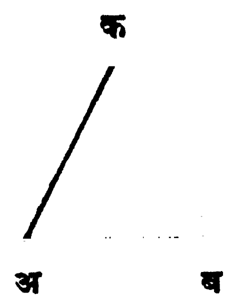
(સ્કેલ માપના વધારાના પ્રશ્નો.)

૧. **ગ**થી **ह** પશ્ચિમે ૮ માઇલ, **ह** થી ઉત્તરે **अ** ૧૨ માઇલ અને **अ**થી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ **र** છે. તો **ग र** કેટલું ? **ग**થી **र**નું કોણઅંતર શું ? (સ્કેલ ૧૦ મા. : ૧".)

૨. **ह**ની ઉત્તરે **अ** ૧૨ માઇલ, અને દક્ષિણે **ह** ૨૪ માઇલ છે. **अ** ની પશ્ચિમે **क** છે. જો **कह** ૪૩ માઇલ છે તો **कह** અને **कअ** અંતર કેટલાં ? **क**થી **ह**નું, અને **ह**નું કોણ અંતર શું ? (સ્કેલ ૧૦ મા. : ૧")

૩. **अ** દીવાદાંડીથી **ब** વહાણ ઉત્તરે છે, અને **क** વહાણ ઇશાને છે. જો **अब** = ૫૭ માઇલ અને **अक** = ૨૪ માઇલ તો **बक** અંતર કેટલું ? **ब**થી **क**નું કોણઅંતર શું ? (સ્કેલ ૧૦ મા: ૧ સે. મી.)

ટીપ—નીચેનામાં યોગ્ય સ્કેલ લેવાં.



૪. **अबक** અને **बअक** ખુણો દરેક ૭૫°નો છે. **अब** પૂર્વ પશ્ચિમ છે તો **क**, **अ**થી કયી દિશામાં છે ? **क**, **ब**થી કયી દિશામાં છે ?

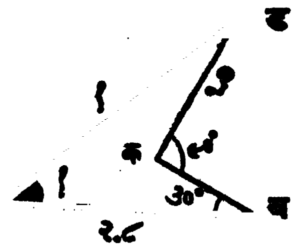
૫. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ છે, અને ૧૨ માઇલ દૂર છે. એક વહાણ એક બંદરથી ઇશાનમાં છે અને બીજા બંદરથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું ?

૬. **अ**, **ब**થી પૂર્વમાં ૫ માઇલ છે અને **क**, **ब**થી દક્ષિણમાં ૭ માઇલ છે, તો **अक** અંતર કેટલું ? **अ**થી **क**નું કોણ અંતર શું ?

૭. એક ખેપીઓ **अ** ગામથી દક્ષિણમાં ૪ માઇલ જાય છે અને ત્યાંથી અગ્નિ ખુણામાં ૬ માઇલ જાય છે. જો તે **ग** ગામમાં પહોંચે તો તે **अ**થી સીધી લીટીમાં કેટલું ગયો ? **अ**થી **ग**નું કોણઅંતર કાઢો.

૮. **अ**, **ब**થી ૨૨ માઇલ પૂર્વમાં ગયો; પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયો અને પાછો પૂર્વે ૭ માઇલ ગયો ત્યારે **अ**, **ब**થી કેટલે દૂર ગયો ? **ब**થી **अ**નું કોણ અંતર શું ?

૯. એક માણુસ **અ**થી **બ** સુધી ૨૮ માઇલ, ૩૦°ને અંતરે **બ**થી **ક** સુધી ૧૩ માઇલ અને **ક**થી **ડ** સુધી કાટખુણે ૧૭ માઇલ જાય તો **અડ** કેટલું ? **અ**થી **ડ** નું બેરીંગ શું [પાસેની આકૃતિ જુઓ.]

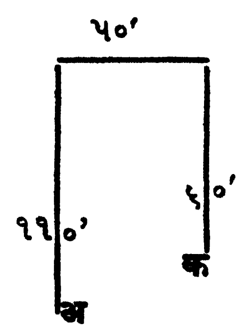


૧૦. એક આગબોટ ૧૮૦ માઇલ પશ્ચિમમાં, પછી ૧૨૦ માઇલ ઉત્તરમાં, ને પછી પૂર્વમાં જાય છે. જો પહેલી જગ્યાએથી તે ૧૫૦ માઇલ જાય તો પૂર્વમાં તે કેટલી ગઇ હશે ?

૧૧. એક વહાણવટી **અ**થી ઉત્તરમાં **બ** સુધી ૩૫ માઇલ, **બ**થી પૂર્વમાં **ક** સુધી ૪૭ માઇલ અને **ક**થી ઉત્તરમાં **ડ** સુધી ૩૯ માઇલ જાય તો **અડ** અંતર શોધી કાઢો. **અ**થી **ક** કયી દિશામાં હશે ?

૧૨. એક ઘોડાને એક સીધી લીલોતરીવાળી વાડથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે. જે દોરડાથી તેને બાંધ્યો છે તે ૪૫ ફુટ લાંબું છે; તો વાડનો કેટલો ભાગ તે ઘોડો ચરી શકશે ?

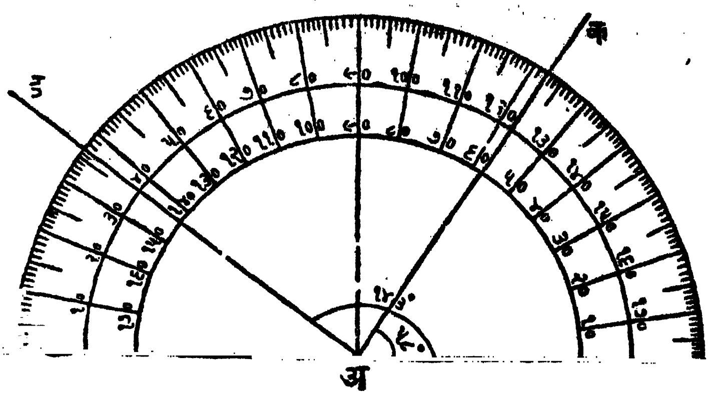
૧૩. એક ખાણુમાં ૧૧૦ ફુટ લાંબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૦ ફુટ લાંબી બીજી ગેલેરી છે, અને પાછી ત્રીજી ગેલેરી ૬૦ ફુટ લાંબી છે, તો **અ**થી **ક**નું સીધું અંતર શું ?



૧૪. બે માણુસો ૧૦૦૦ ફુટને અંતરે ઉત્તર દક્ષિણ છે. એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે, તો એ દીવાદાંડી બન્નેથી કેટલે અંતરે હશે ?

૧૫. ૬″ લાંબું કંપાસ ૪૫° ને ખુણે ઉઘાડીએ તો બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટીનું અંતર કેટલું આવે ?

§ ૫. આપેલા અંશ ઉપરથી ખુણો બનાવવાનું.



બઅ એક લીટી લેા. તેના **અ** છેડા આગળ ધારેા કે ૫૮°નેા ખુણેા બનાવવાનેા છે. **બઅ** લીટીના ડાબા છેડા **અ** ઉપર કેાણમાપકનું મધ્યબિંદુ મુકેા. અને કેાણમાપકની નીચેની સીધી કેાર **બઅ**ની સાથે બરાબર મળી જાય તેમ મુકેા. પછી ૫૮° (ધારેા કે)નેા ખુણેા બનાવવાનેા હેાય તેા કેાણમાપકના અર્ધ વર્તુળ ઉપર **બ** આગળના ૦ અંશથી ગણતાં ડાબા હાથ તરફ જતાં જતાં ૫૮ અંશનેા અંક આવે ત્યાં તે દેારાની બરાબર નીચે **ક** આગળ પેન્સીલના **તીણા** છેડાથી એક બિંદુ નીચે કાગળ ઉપર લેા. કેાણમાપક ઉંચકી લઈ **કઅ** સાંધેા. તેા **બઅક** ખુણેા ૫૮°નેા છે.

નેાંધઃ—પેન્સીલની અણી બહુજ બારીક ઘડેલી હેાવી જોઇએ. નહિ તેા એ અણી જાડી હેાય ત્યારે એકદમ બે અંશ આમ તેમ આવી જવાનેા સંભવ છે. **અક** લીટી બહુજ પાતળી હેાય તેા ખુણેા બરાબર થશે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચે પ્રમાણેના આપેલા અંશના ખૂણા કાઢેાઃ—

૨૫°; ૪૯°; ૧૭°; ૫૧°; ૧૧૧°; ૧૩૦°; ૧૭૧°; અને ૧૭૯°;
૧૩°; ૩૬°; ૪૧°; ૫૯°; ૮૪°; ૧૩૭°; ૧૫૭°; અને ૧૭૫°;

૨. ૩૨°નેા એક ખુણેા કાઢેા. અને તેના શિરેાબિંદુ આગળ અને એક શાખાલીટીની સાથે ૪૬°નેા બીજો ખુણેા કાઢેા. આ આખેા ખુણેા માપેા. તેમાં ૭૮° છે? નહિ તેા ભૂલ ક્યાં થઈ છે તે જુઓ.

૩. **બઅક** ખુણો ૪૧°નો કરો અને પાસેનો **કઅડ** ખુણો ૪૯°નો કરો. **બઅડ** ખુણો માપી જુઓ. આ બન્ને ખુણાને અરસપરસ શું કહો છો?

૪. **બકઅ** અને **અકડ** ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે પાસેપાસેના આપ્યા છે તો તે કાઢો:—**બકડ** કાટખુણો છે? ખાત્રી કરો.

૩૧°, ૫૯°; ૭૧°, ૨૦°; ૪૫°, ૪૫°; ૧૭°, ૭૩°;
૫૨°, ૩૮°; ૭૨°, ૧૮°; ૬૨°, ૨૭°; ૫°, ૮૫°.

૫. ∠**અબક** ૨૭°નો ને પાસેનો ∠**કબડ** ૫૦°નો કરો. **અબડ** ખૂણો માપી જુઓ. એ કાટખુણો છે? જો હોય તો ભૂલ ક્યાં છે તે શોધી કાઢો.

૬ ઉપરના પાંચમા પ્રશ્નમાં બન્ને ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:—

૧૮°, ૭૦°; ૨૯°, ૬૦°; ૫૧°, ૩૭°; ૬૩°, ૨૫°;
૨૮°, ૬૧°; ૫૩°, ૩૬°; ૪૭°, ૪૨°; ૬૯°, ૨૦°.

બહારની શાખાલીટીઓ કાટખુણો બનાવે છે? બનાવે તો બન્ને ખુણાનો સરવાળો કરી કાટખુણો હોવો જોઈએ કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

૭. **અબક, કબડ, ડબઇ** ખુણા અનુક્રમે ૨૬°, ૨૧°, અને ૩૨°ના કરો. **અબઇ** ખુણો માપી જુઓ કે તે ૭૯°નો છે? ભૂલ હોય તો ક્યાં ભૂલ થઈ તે શોધી કાઢો.

૮. પ્રશ્ન ૭મામાં ત્રણે ખુણાઓ અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:—

૧૭°, ૩૧°, ૪૦°; ૩૬°, ૪૪°. ૫૧°; ૩૪°, ૩૩°, ૬૧°;

પ્રશ્ન ૭ પ્રમાણે સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

૯. એક ૧૨૭°નો ખુણો કરો; તેમાંથી અનુક્રમે ૨૦°નો, ૩૧°નો અને ૪૭°નો ખુણો કાપી લો. બાકીનો ખુણો ૨૯°નો છે કે નહિ તે માપી ખાત્રી કરો.

૯. **અ.** પ્રશ્ન ૯મામાં નીચે પ્રમાણેના ખુણા લો:—

૧૩૭°માંથી ૫૩°, ૪૯°, ૨૨°, બાકી ૧૩°;
૭૮°માંથી ૧૭°, ૨૦°, ૧૦°; બાકી ૩૧°;
૧૭૧°માંથી ૪૧°, ૫૦°, ૩૯°; બાકી ૪૧°;

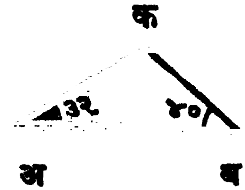
ઉપરનાં બધાં પરિણામ સરખાવી ભૂલ હોય તો સુધારો.

૧૦. ૪૦°નો ખુણો આશરે હાથથીજ કાઢો; તેને માપી ખાત્રી કરો. ભૂલ કેટલી આવે છે તે જુઓ.

૧૧. ૪૫°, ૩૦°, ૬૦°, ૭૫°, ૫૦°, ૮૦°, ૨૫°, ૩૭°, ૫૩°ના ખુણા આશરે હાથથીજ કાઢો. માપી ખાત્રી કરો. ભૂલ આવી હોય તો તે સુધારો.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧મા પ્રમાણે ખુણા બરાબર આવે ત્યાં સુધી ગમે તેટલા ખુણા આશરે કાઢો અને માપી જુઓ.

૧૩. ૧·૨″ ની **अब** લીટી લો. **अ** આગળ **बअक** ખુણો ૩૨°નો કરો. **ब** આગળ **अबक** ખુણો ૪૦°નો કરો. **अक**, **बक** લંબાવી **क**માં તેને મળવા દો. ∠**क** માપી જુઓ કે તે ૧૦૮°નો છે? આ આકૃતિને ત્રિકોણ* કહે છે.



૧૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવી દરેકમાં ત્રીજો ખુણો માપોઃ—

(૧) **अब** = ૩″, ∠**अ** = ૪૧°, ∠**ब** = ૫૧°;

(૨) **बक** = ૩·૯″, ∠**ब** = ૯૯°, ∠**क** = ૩૧°;

(૩) **फल** = ૫·૯ સે. મી., ∠**ल** = ૭૩°, ∠**फ** = ૩૭°;

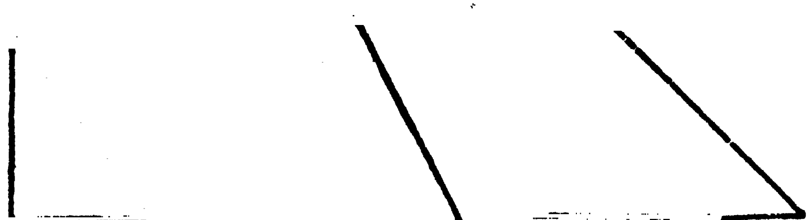
(૪) **गर** = ૭·૭ સે. મી., ∠**ग** = ૫૨°, ∠**र** = ૨૭°;

(૫) **अक्ष** = ૫·૬″, ∠**अ** = ૩૭°, ∠**क्ष** = ૮૮°;

(૬) **अक** = ૪·૫″, ∠**अ** = ૫૭°, ∠**क** = ૪૯°;

(૭) **बड** = ૬·૭ સે. મી, ∠**ब** = ૬૬°, ∠**ड** = ૭૩°.

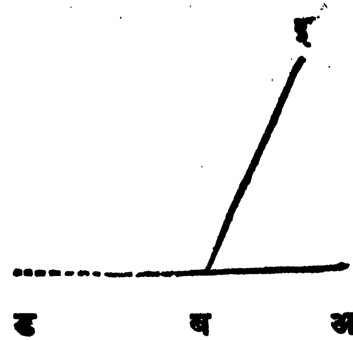
***ત્રિકોણ.**



*જે આકૃતિમાં ત્રણ ખુણા (ત્રિ = ત્રણ, કોણ = ખુણા) હોય તે. જે આકૃતિની હદ ત્રણ સીધી લીટીથી થઈ હોય તેને ત્રિકોણ કહે છે.

§ સીધી લીટાથી બનતા ખુણા.

अबइ કોઈપણુ સાંકડો ખુણો લો. **अब**ને ડાબી બાજુ ઉપર **ड** સુધી લંબાવો. **इबड** ખુણો સાંકડો કે પહોળો છે ?



अबइ એક કાટખુણા બરાબર લો. **अब**ને **ड** સુધી લંબાવો; જુઓ કે **इबड** ખુણો સાંકડો કે પહોળો ખુણો છે ?

अबइ એક પહોળો ખુણો લો. **अब** લંબાવો. જુઓ કે **इबड** સાંકડો કે પહોળો ખુણો છે? **अबइ** એક અર્ધો કાટખુણો કરો. **अब** લંબાવતાં **इबड** ખુણો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી જુઓ. **अबइ** ⅔ કાટખુણા બરાબર કરો. **अब** લંબાવતાં **इबड** માપી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો. **अबइ** ⅘ કાટખુણા બરાબર કરો. **अब** લંબાવતાં **इबड** કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી કહો. **इब** લીટી **अबड** લીટી ઉપર પડે છે, અને

∠**अबइ** ૫૩° નો છે તો ∠**इबड** કેટલા અંશનો છે ?
∠**अबइ** ૪૭° નો છે તો ∠**इबड** કેટલા અંશનો છે ?
∠**अबइ** ૭૧° નો છે તો ∠**इबड** કેટલા અંશનો છે ?
∠**अबइ** ૧૧૦° નો છે તો ∠**इबड** કેટલા અંશનો છે ?
∠**अबइ** ૧૫૭° નો છે તો ∠**इबड** કેટલા અંશનો છે ?
∠**अबइ** ૧૬૯° નો છે તો ∠**इबड** કેટલા અંશનો છે ?

આ પ્રશ્નોમાં **अबइ** આપેલો ખૂણો કાટખુણા કરતાં કેટલો નાનો અથવા મોટો છે તે જુઓ; **इबड** ખુણો તેજ પ્રશ્નમાં કાટખુણા કરતાં કેટલો મોટો કે નાનો છે તે જુઓ. આ બન્ને પરિણામ પરથી ∠**अबइ** અને ∠**इबड** વચ્ચે કાંઈ સંબંધ જુઓ છો ? એ સંબંધ કેવો છે ? બન્ને ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે ? ત્યારે તે ખુણા કેવા છે ? ન્યૂનતા-પૂરક કે દ્વિકાટખુણપૂર્ણી. એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો એ પ્રમાણે થતા પાસેપાસેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

"એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો બીજી લીટીની એકજ બાજુ તરફના પહેલી લીટીથી થતા પાસેપાસેના ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે."

પ્રશ્નો.

૧. **अकब** લીટી ઉપર **डक** લીટી પડે તો જ્યારે

∠**डकअ** = ૪૫° હોય ત્યારે ∠**बकड** કેવડો ?

∠**डकअ** = ૧૭° હોય ત્યારે ∠**बकड** કેવડો ?

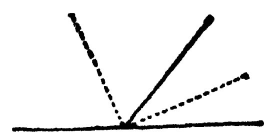
∠**डकअ** = ૫૩° હોય ત્યારે ∠**बकड** કેવડો ?

∠**डकअ** = ૯૩° હોય ત્યારે ∠**बकड** કેવડો ?

૨. **अकब** લીટી ઉપર **डक** લીટી પડે અને **डकअ** ખુણો ૭૫° નો કરે તો **डकब** ખુણો કેટલા અંશનો છે.

૩. **अब** એક લીટી છે; અને તેની સાથે **डक** લીટી **डकअ** ૧૨૯°નો ખુણો કરે છે, તો **डकब** ખુણો કેવડો છે ?

૪. **अब** એક લીટી દોરો. **कडअ** કોઈ પણ ખુણો **कड** દોરી કરો. **कडअ** ખુણાને સળ વાળી **डइ**થી દુભાગો; અને **कडब** ખુણાને સળ વાળી **डफ** થી દુભાગો. **इडफ** ખુણો માપી જુઓ.



इड, डफની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? એક કાટખુણો. આ ઉપરથી **अडक, कडब** ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો ? એ બે ખુણાઓનો અરસપરસ સંબંધ શો છે ?

अब એક લીટી લો. તેની એક બાજુએ **बअक** ખુણો ૪૯°નો કરો, અને તેની બીજી બાજુએ **बअड** ખુણો ૧૧૬°નો કરો, **कअड** ખુણો કેટલા અંશનો છે ? એ બે કાટખુણાથી મોટો કે નાનો છે ?



कअड એકજ સીધી લીટી છે? ત્યારે **बअक, बअड** ખુણાનો સરવાળો કેટલો? ત્યારે **कअ, डअ** એકજ સીધી લીટીમાં લાવવાને એની વચ્ચે કેવડો ખુણો જોઇએ? બે કાટખુણા બરાબર.

अबની સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસે પાસેના ખુણા બનાવી ઉપલો પ્રયોગ કરોઃ—

૬૦° અને ૧૧૫°; ૫૦° અને ૧૨૦°; ૪૩° અને ૧૨૦°;
૭૭° અને ૧૦૦°; ૧૧૨° અને ૬૧°; ૧૨૮° અને ૪૦°.

ઉપરના પ્રયોગો કર્યા પછી જો **डअक** એકજ સીધી લીટી હોય તો **कअब** અને **डअब** ખુણા વચ્ચે શો સંબંધ હોવો જોઇએ? આ બે ખુણાનો સરવાળો કેટલો હોવો જોઇએ? આ ઉપરથી કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે?

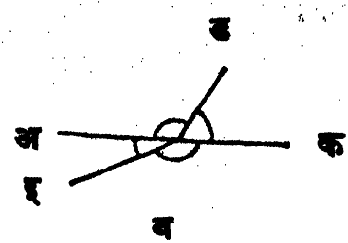
बअक, बअड ખુણા અનુક્રમે ૪૭° અને ૧૩૨°ના હોય તો **डअक** એક સીધી લીટી છે ખરી કે?

∠**बअक**, ∠**बअड** ,, ૧૫૩°, ૨૮°; **डअक** ,, ,, ,,
,, ,, ૪૦°, ૧૪૧°; ,, ,, ,, ,,
,, ,, ૯૦°, ૮૯°; ,, ,, ,, ,,
,, ,, ૧૫૦°, ૨૭°; ,, ,, ,, ,,
,, ,, ૬૧°, ૧૨૨°; ,, ,, ,, ,,
,, ,, ૩૩°, ૧૪૫°; ,, ,, ,, ,,

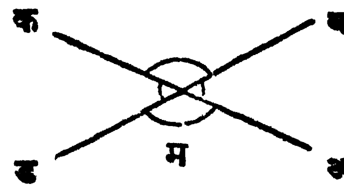
ઉપલા પ્રયોગો કર્યા પછી કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે? બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં હોવાને વચ્ચેની શાખા લીટીની આજુબાજુના પાસેપાસેના ખુણાનો શો સંબંધ હોવો જોઇએ?

“ જ્યારે બે પાસેપાસેના ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તેની બહાર પડતી શાખાલીટીઓ (કે હાથો) એકજ સીધી લીટીમાં હોય છે. ”

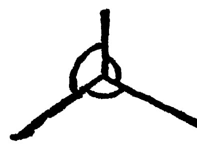
પાસેની આકૃતિઓ પાટીઆ ઉપર કાઢી પુછો કે **अबड, डबक** ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? **क ब इ, अ ब इ** ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે? (**ब** છેદન બિંદુ છે).



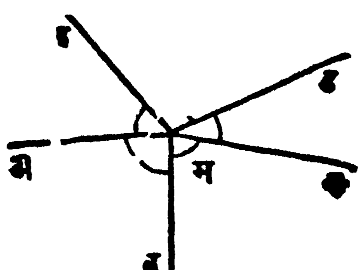
પાસેની આકૃતિમાં **अ म ब, ब म क** નો અને **क म ड, ड म अ** ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે તે કોણ-માપકથી માપીને કહો.



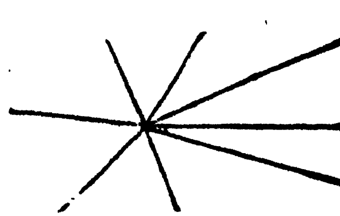
પાસેની આકૃતિમાં છેદનબિંદુ આગળના ત્રણે ખુણા માપી કહો કે તે બધા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે.



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે **म** બિંદુ આગળથી પાંચ જુદી જુદી લીટી દોરો. અને પાંચે ખુણા માપી સરવાળો કરો, અને કહો કે બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છેદન બિંદુ આગળ ૮ ખુણા એકેક જોડે લાગેલા છે તો એ આઠે ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર હોવો જોઇએ તે માપ્યા વિના કહો.

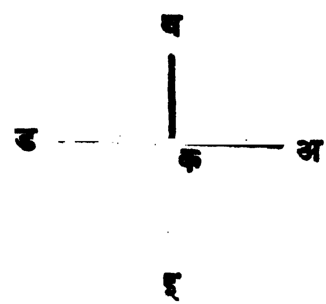


સાત, નવ, દશ ખુણાઓ એકેક જોડે લાગેલા છે અને તેઓનાં શિરોબિંદુઓ એકજ બિંદુમાં છે તો તે બિંદુ આગળના બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો.

એકજ બિંદુ આગળ સાત ખુણા પાસેપાસે છે. પાંચ ખુણાનો સરવાળો ૩ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?

એકજ બિંદુ આગળ ૭ ખુણા પાસેપાસે છે. ચારનો સરવાળો ૨$\frac{1}{2}$ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીનાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા છે?

એકજ બિંદુ આગળ પાંચ ખુણા પાસેપાસે છે. ત્રણ ખુણા અનુક્રમે ૫૭° ૧૧૨°, ૪૩° છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?



अकब ખુણો કાટખુણો કરો. **अक** ને **ड** સુધી, અને **बक**ને **इ** સુધી લંબાવો. **बकड** ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ?

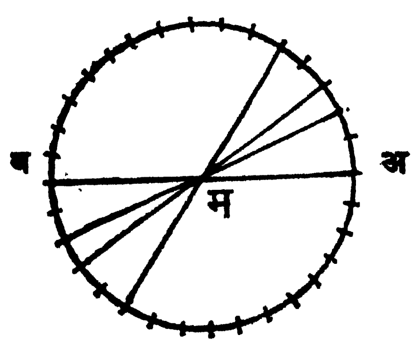
अकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ?

डकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ?

પાછલા પ્રયોગોનો આધાર લઇ સિદ્ધ કરી બતાવો કે એ દરેક ખુણો એક કાટખુણા બરાબર છે.

अकब લીટી લો. તેના ઉપર **कड** લીટી દોરો. **बकड** ખુણો સળ વાળી દુભાગો. **अकड** ખુણો સળ વાળી દુભાગો. આ બે સળની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે તે માપ્યા વિના અનુમાનથી સિદ્ધ કરી કહો,

૬૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીઓની વચ્ચે થતા ખુણા.



પાસેની આકૃતિમાં બતવ્યા પ્રમાણે એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિધ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે સરખા કાપાઓ પાડો, (ક્રૈ પરિધ ઉપર ૮ સરખા કાપા પાડયા છે.)

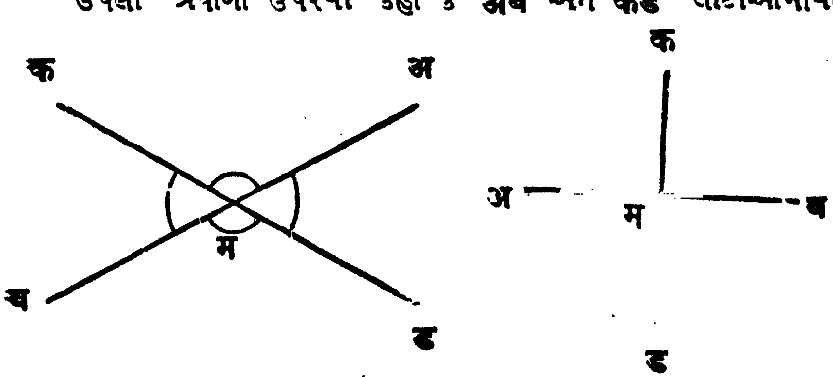
બે પાતળી પટીઓ લો. અને તેને એકની ઉપર બીજી મુકી વચ્ચે એક ટાંકણી મારી **म** મધ્યબિંદુ આગળ ગોઠવો. પહેલાં બન્ને

પટીઓને સાથે રાખી આડી **अब** લીટીમાં રાખો. પછી નીચેની પટી સ્થિર રાખી ઉપરની બીજી પટીને ડાબા હાથ તરફ ફેરવો. ઉપલી પટીનો છેડો ૧/૪ કાટખુણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? ૧/૪ કાટખુણામાંથી. ઉપલો છેડો ૧/૨ કાટખુણામાંથી ફરે, ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? ઉપલો ૩/૪ કાટખુણામાંથી ફરે, ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? ઉપલો ૧ કાટખુણાથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરે? ૧ કાટખુણામાંથી. વગેરે.

પટીઓમાં બીજી કોઇ જગ્યાએ ટાંકણી મારી તેઓને **म**માં સજ્જડ કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો. પટીઓ લાંબી ટુંકી કરી ટાંકણી ગમે ત્યાં મારી **म**માં સજ્જડ કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો.

ઉપલી પટી સ્થિર રાખી નીચલી પટીને ઉપર અને નીચે ફેરવી બન્ને પટીઓ વચ્ચે કેવડો ખુણો દરેક વખતે થાય છે તે ઉપલા પ્રયોગમાં જુઓ. આ પ્રયોગો પરથી તમે શું અનુમાન કરો છો? પટીઓ લાંબી ટુંકી કરીએ તો જેવડા ખુણામાંથી તે ફરે છે તે ખુણો તેની લંબાઇ (પટીઓની) ઉપર આધાર રાખે છે? નહિ.

ઉપલા પ્રયોગો ઉપરથી કહો કે **अब** અને **कह** લીટીઓમાંથી



(**म**માં ટાંકણી મારી) **मक** વર્તુળના ૧/૨ ભાગમાંથી ફરે તો **मह** કેટલા ભાગમાંથી ફરે? **कह** લીટીનું **क** બિંદુ ૨/૪ કાટખુણામાંથી ફરે તો **ह** બિંદુ

કેટલા કાટખુણામાંથી ફરે? **अब**નો **अ** છેડો વર્તુળના ¼ ભાગ એટલે ૧ કાટખુણામાંથી ફરે તો **ब** છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? વગેરે.

એક લીટી પોતાના એક બિંદુની આસપાસ ઉપર અથવા નીચે ફરે તો તેના બન્ને હાથો જે ખુણાઓમાંથી ફરે છે તે ખુણાઓનો કયો સંબંધ છે? એ વિષે શું અનુમાન કરો છો?

"એક લીટી પોતાની અંદરના કોઈ પણ બિંદુની આસપાસ ફરે તો તે બિંદુથી તેની લંબાઈ ઘટે અથવા વધે તોપણ તે લીટીના છેડા સરખાજ ખુણામાંથી ફરે છે."

अब લીટી **क** બિંદુની આસપાસ **ब** **क** ફરે છે. **कब** ભાગ ઉપર ૪૨°ના ખુણામાંથી ફરે તો **कअ** ભાગ ક્યા ખુણામાંથી ફરે છે? **कब** ભાગ નીચે ૧૧૨°ના ખુણામાંથી ફરે તો **कअ** ભાગ કયા ખુણામાંથી ક્યી તરફ ફરે છે?

अब લીટીને **कड** લીટી **म**માં છેદે છે. **मक** ભાગ **म**ની આસપાસ ફરી **मब** સાથે ૫૫°નો ખુણો કરે તો **मड** ભાગ **मअ** સાથે કયો ખુણો કરે છે? જો **क** છેડો **ब**થી લઈ ૩૭°, ૧૦૧°, ૬૦°, ૮૮°, ૪૯°ના ખુણામાંથી ફરે તો **ड** છેડો **अ**થી લઇ કયા કયા ખુણામાંથી ફરશે? **अमक** ખુણો કેવડો છે? **बमड** ખુણો કેવડો છે? બન્નેનો શો સંબંધ છે? **बमक** ખુણો ૪૧°નો હોય તો **अमड, अमक, बमड** ખુણા કેવડા? **अमक** ૧૦૭°નો છે તો **बमड, अमड, बमक** ખુણા કેવડા?

∠**अमक**, ૫૧°, ૨૬°, ૬૮°, ૭૧°, ૧૧૩°, ૧૪૭° નો લઇ બાકીના ખુણા કેવડા છે તે કહેા; માપી ખાત્રી કરો.

ઉપલા પ્રયોગો અને પ્રશ્ન ઉપરથી એ ચાર ખુણામાંથી બેબેનો શો સંબંધ છે તેની કાંઇ સમજ પડે છે?

अब, कड બે લીટી **म**માં છેદે તેમ દોરો. **बमक** ખુણો કાપી લો અને **अमड** ઉપર ગોઠવો. તેજ પ્રમાણે **अमक** ખુણો કાપી **बमड** ઉપર ગોઠવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો? બે લીટીઓ અરસપરસ

છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળ થતા **સામસામેના** ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો?

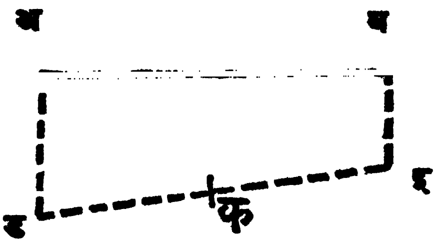
"બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળના સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે."

अब, कड બે લીટી **म**માં છેદે છે, તો **म** આગળના ખુણાઓમાંથી ∠**अमड**, ∠**कमब** બરાબર છે એમ માપ્યા વિના **સિદ્ધ** કરો.

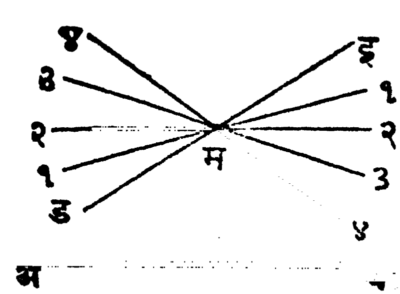
§ ૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ.

બબ્બે લીટીની થોડીક એવી જોડ પાટીઆ ઉપર દોરો કે કોઈ બે લંબાવતાં ડાબા હાથ તરફ મળે, કોઇ બે લંબાવતાં જમણા હાથ તરફ મળે, અને કોઇ બે બન્ને બાજુ લંબાવતાં સમૂળકીજ મળે નહિ. તેના એકજ બાજુ તરફના છેડાની વચ્ચેનાં અંતરો જુઓ. આ અંતરો કેટલાં કેટલાં છે? લીટી લંબાવતા એ અંતરો વધારે થાય છે કે ઓછાં થાય છે? કે છે તેટલુંજ રહે છે? કોઇ લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે, કોઇની વચ્ચેનું અંતર ઘટે છે, અને કોઈ કોઇની વચ્ચે **તેનું તેજ** અંતર રહે છે. જે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે તેઓને લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે? નહિ. તેને (બીજી બાજુ તરફ) લંબાવીએ તો તે મળે છે કે નહિ? જે લીટીઓ સમૂળકીજ મળતી નથી તેઓને ડાબી બાજુએ લંબાવીએ તો તેઓના છેડા મળે છે? નહિ. જમણી બાજુએ લંબાવીએ તો તેઓ મળે છે? નહિ. ત્યારે આ (૩)ની લીટીઓ પહેલી બે જાતની લીટીઓ કરતાં જુદીજ જાતની છે. (૨)ની લીટીઓ જમણા હાથ તરફ મળે છે. ત્યારે આ (૩)ની લીટીઓ **બન્ને બાજુ મળતી નથી.** આવી લીટીઓને આપણે **સમાન્તર લીટીઓ** કહીએ છીએ. સમાન્તર (સમ + અંતર = બરાબર + અંતર) આ લીટીઓ કયે કયે ઠેકાણે **સરખે અંતરે** રહે છે? બધે ઠેકાણે.

તમારી સામેના ટેબલની સામસામેની કોરો બતાવો. એ કોરો કેવી છે? પાટીઆની કોરો બતાવો. એ કેવી છે? વગેરે.



પાટીઆ ઉપર એક **अब** આડી લીટી દોરો. **डइ** એક બીજી લીટી લઈ તેમાં **क** માં ટાંકણી મારી **अब**ની નીચે પાટીઆ ઉપર મૂકો. **डइ** ગમે તે સ્થિતિમાં મૂકી છે. બન્ને લીટીઓનાં **अड** અને **बइ** અંતર માપો. આ અંતરો બરાબર છે? નહિ. કયું મોટું છે? **अड. ड** છેડો **अ**ની વધારે પાસે લાવો. **ड** છેડાને **अ**ની પાસે લાવીએ ત્યારે **इ** છેડો **ब**ની પાસે આવે છે કે દૂર જાય છે? દૂર જાય છે. આ સ્થિતિમાં **अड, बइ** માપો. આ અંતરો સરખાં છે? નહિ. કયું મોટું છે? **अड. ड**ને હજુ પણ **अ**ની પાસે લો. **इ, ब**ની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું? દૂર ગયું. **अड, बइ** અંતરો માપો. આ અંતરો બરાબર છે? હા. **ड**ને **अ**ની પાસે લઈ ગયા ત્યારે **इ, ब**ની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું? **ड**ને **अ**ની પાસે લઈ જતાં જતાં કોઈપણ વખતે **डअ, इब** અંતર સરખાં થશે ખરાં? હા. આવી સ્થિતિમાં **डइ, अब**ની વચ્ચે **अड** જેવડી એક પટી કાપી ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ સરખી રાખી લઈ જાવ. આ પટીના છેડાઓ **अब, डइ**ની વચ્ચે હંમેશાં બરાબર રહે છે? હા. આવી સ્થિતિમાં બે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર હંમેશાં એકજ રહે છે ત્યારે એ લીટીઓ **સમાન્તર** કહેવાય છે?



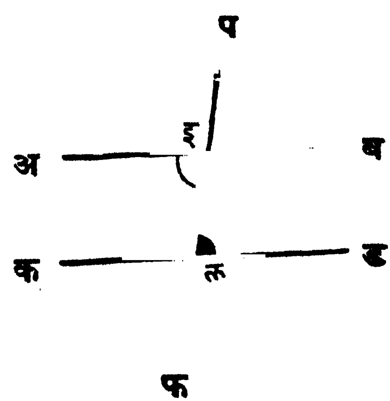
પાટીઆ ઉપર **अब** જેવી એક આડી લીટી દોરો. **म** બિંદુની આગળ ટાંકણી મારી **डइ** જેવી એક લીટી મુકો. **म** બિંદુની આસપાસ જે **डइ** લીટી ફરે તેની જુદી જુદી સ્થિતિ ૧, ૨, ૩, ૪થી બતાવી છે. **डइ**ને

ड તરફ લંબાવીએ તો **अब** લીટીને તે મળશે ખરી? હા. ક્યા હાથ તરફ તે મળે છે? ડાબા હાથ તરફ. **डब** લીટીને ૧–૧ની સ્થિતિમાં લો. હવે તેને **ड** તરફ લંબાવો તો **अब**ને ડાબા હાથ તરફ તે મળશે? હા. **डइ**ને હજુ પણ ૩–૩ની સ્થિતિમાં ફેરવો. હવે તેને **ड** તરફ લંબાવો તો **अब**ને મળશે ખરી? નહિ. ત્યારે શું થશે? હવે તે જમણા હાથ તરફ **अब**ને મળશે. **डइ**ને ૪–૪ની સ્થિતિમાં મુકો. હવે **डइ**ને ક્યા છેડા તરફ લંબાવતાં તે **अब**ને મળશે? જમણા છેડા તરફ.

આ પ્રયોગમાં **डइ** લીટી કોઇ કોઇ વખતે **ड** તરફ લંબાવતાં **अब**ને ડાબ હાથ તરફ મળે છે, અને કોઇ કોઇ વખતે **इ** તરફ લંબાવતાં **अब**ને જમણા હાથ તરફ મળે છે; ત્યારે આ બે જાતની સ્થિતિમાં કોઇ એવી સ્થિતિ છે ખરી કે કોઈપણ છેડા તરફ લંબાવતાં **डइ** લીટી **अब** ને મળેજ નહિ? હા. એવી કયી સ્થિતિ તે છે? **डइ** (૨–૨). આવી સ્થિતમાં **अब, डइ સમાન્તર** છે એમ કહેવાય છે.

(**क**). ખુણાનાં નામ.

अब, कड બે લીટીઓ દોરો. **पफ** લીટી આ બે લીટીને અનુક્રમે **इ**, **ल**માં છેદે તેમ દોરો. આ આડી લીટીથી કેટલા ખુણા થાય છે? **इ** આગળ ચાર, અને **ल**માં આગળ ચાર.



अइल અને **इलड** ખુણા વ્યુત્ક્રમ (ઉલટી બાજુના) ખુણા છે; તેમજ ∠**बइल** ને ∠**इलक** વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે; ∠**अइप**, ∠**पइब**, ∠**कलफ** અને **डलफ** એ ચાર **બહારના ખુણા** કહેવાય છે; કારણ કે આપેલી લીટીઓની બહાર એ ખુણા આવેલા છે.

∠**पइब** અને ∠**इलड** **મળતા આવતા ખુણા** કહેવાય છે.
તેમજ ∠**अइप** અને ∠**इलक** પણ ,, ,,
તેમજ ∠**फलक** અને ∠**इलअ** પણ ,, ,,
તથા ∠**फलड** અને ∠**लइब** પણ ,, ,,

∠**अइल**, ∠**बइल**, ∠**कलइ**, ∠**डलइ**, **અંદરના ખુણા** કહેવાય છે, કારણ કે તે આપેલી લીટીની અંદરની બાજુએ છે. ∠**अइल** અને ∠**इलक**, **पफ**ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા કહેવાય છે. તેમજ ∠**बइल** અને ∠**इलड** પણ **पफ**ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા છે.

ટીપ. જુદી જુદી આકૃતિ કાઢી ઉપરના ખુણાઓની પુરેપુરી સમજણ આપવી.

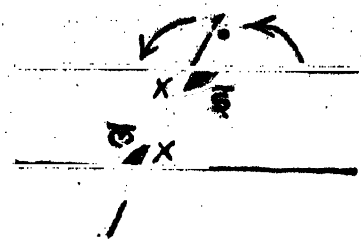
એકસરસાઈઝ બુકમાં જુદી જુદી સમાન્તર લીટીઓની ચાર પાંચ જોડ લેા. દરેક જોડને છેદનારી કોઈપણ આડી લીટી દોરો. આ આડી લીટી અને સમાન્તર લીટીની વચ્ચે થતા દરેક જોડના ગમે તે કોઈ બે વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ. દરેક જોડના બાકીના વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ; અને પરિણામ સરખાવી જુઓ. દરેકમાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાનેા અરસ-પરસ કાંઈ સંબંધ છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કાઢો છો?

બે સમાન્તર લીટીઓની એક જોડ લઈ તેને છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. એક વ્યુત્ક્રમ ખુણો કાપી તેને બીજા વ્યુત્ક્રમ ખુણા ઉપર (કાપેલાનો વ્યુત્ક્રમ) મુકો. આ ખુણાઓ બરાબર એક બીજા ઉપર મળી રહે છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

સમાન્તર નહિ હોય એવી લીટીઓ દોરો. તેનાથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ માપી જુઓ. આ ખુણાઓ બરાબર છે? નહિ. આ પ્રયોગો ઉપરથી સમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણા અને અસમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓમાં કાંઈ તફાવત છે કે નહિ? હોય તો શો ફેર છે તે કહો.

"સમાન્તર લીટીઓને છેદનારી આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે."

વળી એક્સરસાઈઝ બુકમાં બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીઓ અને આડી લીટીની વચ્ચેનો જમણા હાથ તરફનો ભાગ કાપી લો. તેને ઉંચકીને તીરની દિશામાં ફેરવીને ડાબા હાથ તરફના ભાગ ઉપર ખુણા આવે તેમ મૂકો. આ પ્રમાણે કરતાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે? શું અનુમાન કરો છો?



સમાન્તર અને અસમાન્તર લીટીઓની બે જોડ જુદી જુદી દોરો. દરેકને છેદનારી આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો કોઈ પણ ખુણો માપો અથવા કાપી લો; અને તેજ જોડનો અંદરનો તેને મળતો આવતો ખુણો માપો અથવા કાપી લો. અસમાન્તરની જોડમાં પણ એમજ કરો. સરખાવતાં માલમ પડે છે કે સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો ખુણો અંદરના મળતા આવતા ખુણાની બરાબર છે? અસમાન્તરોમાં એ ખુણા બરાબર છે કે નહિ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. અને આડી લીટીથી થતા અંદરના એકજ બાજુ તરફના બે ખુણાઓ માપો. બન્નેનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

બીજી બાજુ ઉપરના બે અંદરના ખુણાઓનો પણ સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે કાટખુણા.

બે સમાન્તર લીટી લો. તેને છેદતી આડી લીટી દોરો. સમાન્તરો અને આડી લીટીની વચ્ચેના અંદરના ચારે ખુણા બરાબર કાપી લો. ડાબા હાથ ઉપરના બે ખુણાઓને એક લીટીની સાથે બરાબર મૂકો. શું અનુમાન કરો છો? આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? બીજી જોડમાં પણ એમજ કરો. આ ખુણાઓ મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે કાટખુણા.

લંબાવતાં ડાબી બાજુએ મળે એવી બે લીટી દોરો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. જમણી બાજુ પરના અંદરના ખુણાઓ

આપો. આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે બે કાટખુણા કરતાં તે મોટા કે નાના છે? મોટા. ડાબા હાથ તરફના અંદરના બે ખુણાઓનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે તે મોટો કે નાનો છે? નાનો.

લંબાવતાં જમણા હાથ તરફનું અંતર ઓછું અને ઓછું થતું જાય એવી બે લીટીઓ લો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે તેના અંદરના ડાબા હાથ ઉપરના અને જમણા હાથ પરના ખુણાઓ માપો. ડાબા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો છે? મોટો. જમણા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો? નાનો.

ત્યારે સમાન્તર લીટીઓ ઉપરના ઉપલા પ્રયોગો પરથી શું શું અનુમાન કરો છો? એવી લીટીઓના કયા કયા ગુણ છે?

બે સમાન્તર લીટીઓને એક આડી લીટી છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે;

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના મળતા આવતા (સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના) ખુણાની બરાબર છે.

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાઓનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.

સમાન્તર લીટીઓના ઉપલા ગુણો અસમાન્તર લીટીઓને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? નહિ.

નોંધ. નીચેની અને હવે પછીની બીજી વ્યાખ્યા, જે આપી છે, તે વિદ્યાર્થીને ફક્ત અત્રે સમજાવવાનીજ છે, પાછળથી તે મ્હોડે કરાવવી.

વ્યાખ્યા—કોઈપણ લીટીઓ, "એકજ સફાઈમાં" એવી રીતે આવી હોય કે તેને ગમે તે બાજુ તરફ લંબાવતાં તેઓ એક બીજીને મળે નહિ તો તે સમાન્તર લીટીઓ કહેવાય છે.

ઉપલી વ્યાખ્યામાં "એકજ સફાઈમાં" એવા શબ્દો શા કારણથી વાપર્યા હશે? એક પેન્સીલ પૂર્વ પશ્ચિમ દિશામાં ટેબલની ઉપર મુકો. બીજી પેન્સીલ તેને અસમાન્તર હોય તેમ ઉત્તર દક્ષિણ દિશામાં પહેલી પેન્સીલથી સહેજ ઉંચે રાખો. આ પેન્સીલ-લીટી લંબાવતા કદી પણ મળશે નહિ. ત્યારે આ પેન્સીલો સમાન્તર છે? નહિ. આ કારણથી ઉપલી વ્યાખ્યામાં "એકજ સફાઈમાં" શબ્દો મુક્યા છે. બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે છે; ત્યારે જો

એક વ્યુત્ક્રમ ખુણો ૫૧°નો હોય, તો બીજો વ્યુત્ક્રમ ખુણો કેવડો?

,, ૧૧૩° ,, ,, ,, ,,

એક બહારનો ખુણો ૪૯° ,, તો બીજો મળતો આવતો ખુણો કેવડો?

,, ૭૩° ,, ,, ,, ,,

,, ૧૦૪° ,, ,, ,, ,,

અંદરના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખુણાઓમાંનો

એક ખુણો ૬૩° હોય તો બીજો કેવડો?

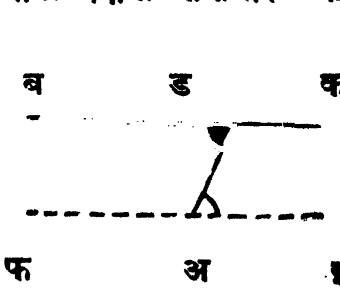
,, ૯૦° ,, ,,

,, ૧૩૭° ,, ,,

(ख) એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

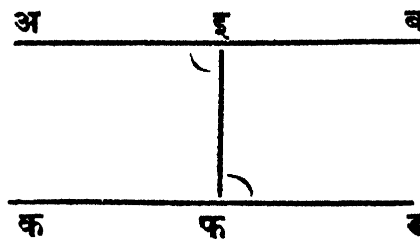
બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે તો કયા ખુણા સરખા થાય છે? વ્યુત્ક્રમ ખુણા. એ ખુણા આડી લીટીની કયી બાજુએ હોય છે? વિરૂદ્ધ બાજુએ. ત્યારે એક લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવી હોય તો કાંઈ નિયમ નીકળે ખરો કે? **अ** બિંદુમાંથી **बक**ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે તો શું કરીશું?

अમાંથી **बक**ના કોઈપણ બિંદુ **ड** સુધી એક લીટી દોરો. **अडब** ખુણો માપો. અથવા તેની પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરો. આ ખુણો વ્યુત્ક્રમ ખુણો ગણીએ તો બીજો વ્યુત્ક્રમ કયાં આવવો



જોઇએ? **अ** આગળ. કયી બાજુએ? જમણી બાજુએ. **अ** આગળ ∠**बडअ**ની વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર **डअइ** ખુણો ∠**बडअ**ની બરાબર કંપાસથી અથવા કોણમાપકથી કરો. અથવા ટાંકણી મારી છિદ્ર પાડી કરો. ત્યારે કયી લીટી **बक**ની સમાન્તર છે? **फअइ**.

વળી **अ**માંથી **बक**ની સમાન્તર લીટી દોરવાની છે. બે સમાન્તરોને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણાઓનો શો સંબંધ છે? એ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. **अ**માંથી **ड** સુધી એક આડી લીટી દોરો. ∠**अडब** અંદરનો ખુણો છે? હા. ત્યારે બીજો અંદરનો ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ? ∠**अडब**નો ન્યૂનતાપૂરક. ત્યારે **अडब** ખુણો માપો. તેનો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કેવડો? આ ખુણા બરાબર **अ** આગળ **अड** સાથે **डअफ** ખુણો કંપાસથી અથવા પ્રોટ્રેકટરથી બનાવો. ત્યારે **अफ** અને **अडब** લીટી કેવી છે? સમાન્તર.



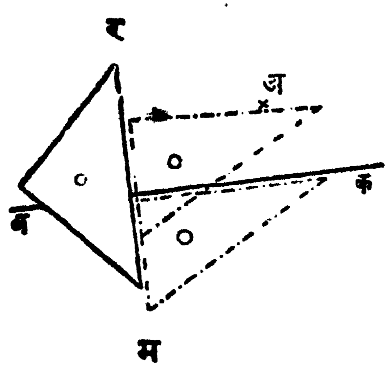
अब લીટી લો. તેની બહાર (નીચે કે ઉપર) **फ** એક બિંદુ લો. **अब**માં એક **इ** બિંદુ લો. **इफ** સાંધો.

એક આકૃતિ કાઢી ∠**अइफ**ની બરાબર ∠**इफड** કરો. આ ખુણાઓ કેવા છે? વ્યુત્ક્રમ. એ બરાબર છે? હા, કયી જાતની લીટીઓમાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર હોય છે? સમાન્તર. ત્યારે **अब**, **कड** કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ? સમાન્તર.

બીજી આકૃતિ કાઢી ∠**बइफ**ન્યૂનતાપૂરક ∠**इफड** કરો. ∠**बइफ** અને ∠**इफड**નો શો સંબંધ છે? તે બન્નેનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? એ બે ખુણાઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપર અંદરના ખુણાઓ છે? કયી જાતની લીટીઓમાં આવા અંદરના બે ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર છે? સમાન્તર. ત્યારે **अब**, **कड** કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ? સમાન્તર.

ત્રીજી આકૃતિ કાઢી **फइ** ને **ल** સુધી લંબાવો. ∠**लइब** બરાબર ∠**इफड** કરો. આ ખુણાઓ કેવા છે? મળતા આવતા ખુણા. એ બરાબર છે? મળતા આવતા ખુણાઓ ક્યારે બરાબર હોવા જોઇએ? **अब**, **कड** સમાન્તર હોય ત્યારે.

સમાન્તર લીટી દોરવાની રીત.



अમાંથી **बक**ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે. **ब क** લીટી સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણો કરતી એક કોર બરાબર મુકો. એ સેટસ્કવેરની બીજી કોર સાથે બીજો સેટસ્કવેર (યા પટી) બરાબર મુકો. પહેલા સેટસ્કવેરને બીજાની કોર સાથે **अ** બિંદુ તરફ ખસેડો. **अ** બિંદુ બરાબર સેટસ્કવેરની કાટખુણો પડતી કોરની નીચે આવે ત્યારે **अ**માંથી એક આડી લીટી પેન્સીલ કોર સાથેજ રાખી દોરો. આ પ્રમાણે **अ**માંથી દોરેલી લીટી **बक**ની સમાન્તર છે. કારણ કે **ब क** સાથે સેટસ્કવેર જે ખુણો પહેલાં કરે છે તેજ ખુણો બીજી વખતે સેટસ્કવેર **अ**માંથી દોરેલી લીટી સાથે પણ કરે છે. અને આ ખુણાઓ મળતા આવતા છે.

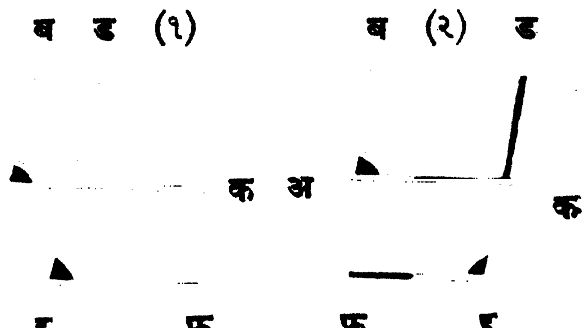
अ ब એક લીટી દોરો. **अब**ની સમાન્તર **क ड** દોરો. **कड**ની સમાન્તર **इ फ** દોરો. **अ ब**, **क ड** કેવી લીટી છે? **क ड**, **इ फ** કેવી લીટી છે? સમાન્તર. **अ ब**, **क ड**નું અંતર વધે ઘટે ખરૂં? નહિ. **क ड**, **इ फ**નું અંતર વધે ઘટે ખરૂં? નહિ. જ્યારે એ અંતરો એકજ રહે છે ત્યારે **अ ब**, **इ फ**નું અંતર કેવું હશે? એકજ. ત્યારે **अ ब**, **इ फ**નો કેવો સંબંધ હોવો જોઇએ? સમાન્તર. ત્યારે **જે લીટીઓ એકજ લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ કેવી હોવી જોઇએ? સમાન્તર.**

એકજ લીટીને ઘણી સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

अ ब એક લીટી લો. તેની બહાર ઉપર કે નીચે **क, ड, इ, फ, ल** બિંદુ લો. **अ ब** સાથે સેટસ્કવેરની બાજુની કોર બરાબર મુકો. અને બીજી બાજુની કોર સાથે ફુટપટી મુકો. (અથવા બીજો સેટસ્કવેર મુકો.) આ ફુટપટા સાથે પહેલા સેટસ્કવેરને જોઇએ તે પ્રમાણે ઉપર અથવા નીચે **क, ड, इ, फ, ल** બિંદુઓ પહેલી કોરની બરાબર નીચે આવે તેમ ખસેડો. અને તે વખતે કોરની નીચેથી કોરની સાથે પેન્સીલ રાખી **क, ड, इ, फ, ल** માંથી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ આપેલી **अब** લીટીને સમાન્તર છે.

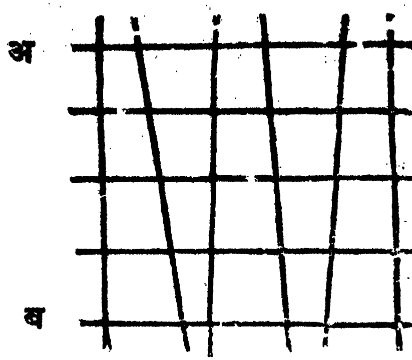
ચાર બિંદુઓ ગમે ત્યાં લઈ ઉપલીજ રીતે **अब**ની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

बअक ખુણો લો. **इ** આગળથી **अब** સમાન્તર **इड** દોરો; અને **अक** સમાન્તર **इफ** દોરો. ∠**अ** અને ∠**इ** માપી જુઓ. આ બે



ખુણાઓનો કાંઈ સંબંધ છે? (૧)માં ∠**अ**ની ઉપર ∠**इ** મુકો. આ ખુણાઓ સરખા છે? હા. (૨)માં ∠**अ**, ∠**इ** ખુણા કાપી લઈ એક લીટીની સાથે ઉપર યા નીચે બન્ને પાસેપાસે મુકો. આ બે ખુણાની બહારની શાખાલીટીઓ લીટીની સાથે બરાબર મળી જાય છે? હા. ત્યારે એ બે ખુણાનો શો સંબંધ છે? એ બે ખુણા મળી બે કાટખુણા છે? અથવા બન્ને અરસપરસ ન્યૂતાપૂરક છે? હા.

(ग) આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીઓથી થતા અંતર્ભાગો.

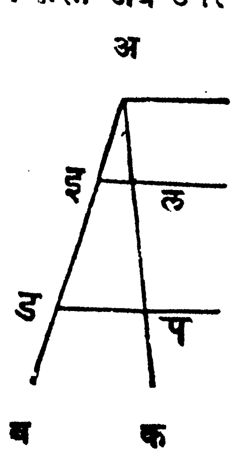


अब ઉભી લીટી લો. તેની ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુઓ સરખે એકજ અંતરે લો. એ બિંદુઓમાંથી દોરેલી પાંચ ગમે તે સમાન્તર લીટીઓને છેદે તેમ ઉભી લીટીઓ દોરો. પહેલી લીટી ઉપર સમાન્તરોની વચ્ચે થતા ચાર અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે? બીજી લીટી ઉપરના અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે? હા. ત્રીજીના માપો. એ સરખા છે? હા. ચોથીના માપો. એ સરખા છે? હા. પાંચમીના માપો. દરેક લીટીના એ અંતર્ભાગો સરખા છે! હા. વગેરે.

ત્યારે આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

"ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તરોની વચ્ચે થતા કોઈપણ એક લીટીના અંતર્ભાગો સરખા હોય તો તેજ સમાન્તરોને છેદતી બીજી કોઈપણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ બરાબર છે."

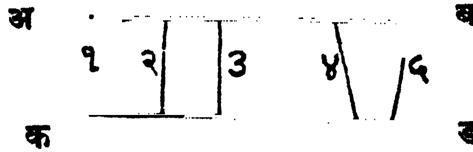
अब, **अक** બે લીટી કોઈ પણ ખુણો કરે એમ દોરો. **अब** ઉપર **इ** બિંદુ લો. **अब** ઉપર **ड** બિંદુ એવું લો કે **इ ड** અંતર **अइ**ના કરતાં બમણું હોય. **अ**, **इ**, **ड**માંથી ત્રણ સમાન્તરો દોરો. સમાન્તરો **अक**ને **ल**, **प**માં છેદે છે. **अल**, **लप**નો શો સંબંધ છે? **ल प** અંતર અર્ધું કરો. તે અર્ધા ભાગને **अल** ઉપર મુકો.



ઉપલા પ્રયોગમાં **इ ड** અંતર **अ इ**થી ત્રણગણું, ચારગણું, પાંચગણું, છગણું, લો. પછી **इ**, **ड**માંથી સમાન્તરો દોરો. આ સમાન્તરો

अकने ल, प માં છેદે છે, ત્યારે अ ल, ल प માપો. अ ल, ल प સરખાવો. ल प, अ कથી કેટલાગણું છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

(घ) સમાન્તર લીટીઓ વચ્ચેનું અંતર.



अ ब, क ड બે સમાન્તરો દોરો. તેની ઉપર ત્રણ ચાર અંતરો બતાવ્યા પ્રમાણે દોરો. સમાન્તર લીટીની વચ્ચેનાં આ અંતર માપો. આ અંતરો બધાં સરખાં છે? નહિ. આ અંતરો સમાન્તરો સાથે જે ખુણા કરે તે માપો, આ ખુણાઓ સરખા છે? ૧ નીચેની સમાન્તર સાથે જે ખુણો કરે તેવડોજ ખુણો ૨ પણ કરે છે? નહિ. ૩, ૪, વગેરે પણ તેવડાજ ખુણા કરે છે? નહિ. ૩ જે ખુણો કરે તે બરાબર ધ્યાનમાં રાખો. જમણા હાથ પર જઇએ તેમ તેમ ૨, ૩, ૪, ૧ના કરતાં **क ड** સાથે મોટા ખુણા કરે છે કે નાના? મોટા. કયું અંતર **क ड** સાથે કાટખુણો કરે છે? ૩. એજ અંતર **अब**ની સાથે કયો ખુણો કરે છે? કાટખુણો. ૩ અંતર બધાં અંતરોમાં નાનામાં નાનું છે? હા. એના કરતાં નાનું અંતર કોઇપણ બાજુ ઉપર દોરી શકાય ખરૂં કે? નહિ. તેથી બે સમાન્તરોની વચ્ચે જે લંબ અંતર છે તે સૌથી નાનું છે અને તેથી બે સમાન્તરોનું અંતર તેઓની વચ્ચે કાટખુણે લેવાય છે. ત્યારે બે સમાન્તર લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર કયા નિયમે કાઢવું જોઇએ? **જે અંતર બે સમાન્તરોને લંબ હોય તેજ અંતર લેવું.** તમારી લીટીવાળી નોટબુકમાં જે લીટીઓ સમાન્તર છે તેની વચ્ચેનાં અંતરો ઇંચ અને મી. મી.માં આપો; અને સરખાવો. બે સમાન્તરને લંબ હોય તેમ એક લીટી દોરો. આ લીટી સમાન્તરને મળે તેમ લંબાવો. આડી લીટી અને બીજી સમાન્તર વચ્ચેનો ખુણો માપો. એ ખુણો કેવો છે?

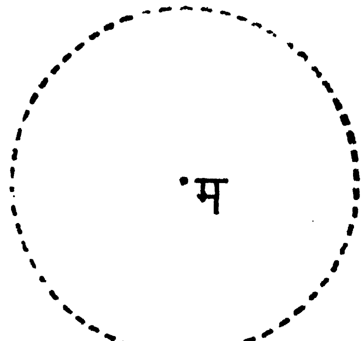
ત્રણ, ચાર, પાંચ, સમાન્તરો દોરો. એકને લંબ હોય તેવી એક લીટી દોરો. આ લીટી બીજી સમાન્તરોને છેદે તેમ લંબાવો. આ આડી લીટી અને બાકીની સમાન્તરોની વચ્ચેના બધા ખુણા માપો અને સરખાવો; આ ખુણાઓ કેવા છે? આ પ્રયોગો પરથી શું અનુમાન કરો છો?

"બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓમાંથી એકને જો કોઈપણ લીટી લંબ હોય તો તે લીટી બીજી સમાન્તરોને પણ લંબ હોય છે"

§ ૯. ત્રિકોણ.

(क) વર્તુળ.

પાટીઆ ઉપર વાપરવાના કંપાસના છેડામાં ચાક મૂકી કંપાસના બન્ને છેડાને એક ફૂટ દૂર લો. પાટીઆ ઉપર **म** બિંદુ લઇ તેના ઉપર કંપાસનું લોખંડનું અગ્રબિંદુ મૂકી કંપાસને બીજે છેડેના ચાકથી એક બિંદુ પાટીઆ ઉપર મૂકો. આ બિંદુ **म**થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. ચાકના છેડાનેજ સહેજ ખસેડી બીજું બિંદુ લો. આ બિંદુ **म**થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. આ પ્રમાણે ચાકના છેડાનેજ સહેજ સહેજ ખસેડી એક એક બિંદુ મૂકી એ દરેક બિંદુ **म**થી કેટલું દૂર છે એ વિદ્યાર્થી પાસે કહાવવું. આ બધાં બિંદુ **म**થી કેટલે કેટલે અંતરે છે? એક ફૂટ. બધાં સરખેજ અંતરે છે? હા.



પછી **म** ઉપર લોખંડનું બિંદુ રાખી એક ફૂટનું જે અંતર બન્ને છેડાની વચ્ચે લીધું છે તેજ કાયમ રાખી ચાકના બીજા છેડાથી વર્તુળનો આખો પરિધ દોરો. પરિધ ઉપર એકાદ બિંદુ લો. આ બિંદુ **म**થી કેટલું દૂર છે? એક ફુટ. (બીજું લઇ) આ બિંદુ **म**થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. આ (પરિધ) લીટી ઉપરનાં કયાં કયાં બિંદુ **म**થી એક ફૂટ અંતરે છે? આ લીટી ઉપરનાં કેટલાં બિંદુ **म**થી એક ફુટ અંતરે છે? બધાં. વર્તુળના મધ્યબિંદુ અને પરિધનાં બિંદુઓ વચ્ચેના અંતર વિષે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે? **"પરિધ ઉપરનાં બિંદુઓ મધ્ય બિંદુથી બધાંજ સરખે અંતરે આવેલાં હોય છે."**

મધ્યબિંદુથી ૧ા ફુટ અંતરે એક બિંદુ લો. આ બિંદુ મધ્યબિંદુથી કેટલું દૂર છે? એક ફુટથી વધારે કે ઓછે અંતરે છે? એ વર્તુળની બહાર છે કે અંદર? મધ્યબિંદુથી ૧૧ ઇંચ અંતરે એક બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે પ્રશ્ન કરી પૂછો કે મધ્યબિંદુથી એક ફુટ અંતરે આવેલું બિંદુ પરિધની બહાર અથવા અંદર હોઈ શકે ખરૂં? નહિ.

ડ્રોઇંગનાં સાહિત્યમાંથી કોઈ એક ગોળ વસ્તુ લો. તેના પરિધ ઉપર બરાબર એક પાતળી દોરી વિંટાળો. બરાબર એક વખત વિંટાઈ રહે કે જેટલી દોરી વિંટળાઇ હોય તેટલી કાપી લો. આ કટકો ફૂટપટીથી માપો. એજ ગોળ વસ્તુનો વ્યાસ માપો. પહેલા કટકાની લંબાઇ આ લંબાઇ સાથે સરખાવો. પરિધની લંબાઇ વ્યાસની લંબાઇથી કેટલાગણી છે?

ટેબલ ઉપર એક પૈસો અથવા રૂપીઓ મુકો, અને તેની આસપાસ દોરો વિંટાળી ઉપલો પ્રયોગ કરો. પરિધ અને વ્યાસની લંબાઈ કયા પ્રમાણમાં છે?

સાત ઇંચ વ્યાસનો એક વર્તુળ દોરો તેના પરિધના એક બિંદુથી શરૂ કરી આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો બરાબર પુરો થઈ રહે ત્યારે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઈ બરાબર છે? પરિધ અને વ્યાસની લંબાઈનું પ્રમાણ શું છે?

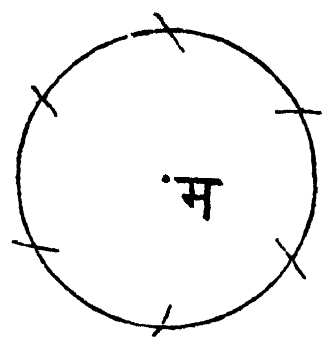
૨·૮", ૯·૧ સે. મી, ૧·૪", વગેરેના વ્યાસ લઈ વર્તુળ દોરી ઉપલોજ પ્રયોગ કરો. પરિધ વ્યાસની કેટલાગણો મોટો લાગે છે? એ વિષે આ ઉપરથી કાંઇ નિયમ નીકળે છે? હા. કયો નિયમ? પરિધ વ્યાસથી આશરે ૩$\frac{૧}{૭}$ ગણો છે. અથવા પરિધ અને વ્યાસ લગભગ ૨૨ : ૭ના પ્રમાણમાં છે.

એક વર્તુળ દોરો. પરિધ ઉપર **अ, ब, क, ड, इ**, વગેરે બિંદુઓ પાસેપાસે લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણીઓ મારો. **अ**થી શરૂ કરી ટાંકણી અંદર રહે તેમ તેની આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો પુરો થાય કે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઇ આશરે બતાવે છે એમ માલમ પડશે. એ દોરો વર્તુળની ત્રિજ્યાથી કેટલાગણો છે? આશરે સવા છગણો.

ઉપલાજ પ્રયોગમાં **अ, ब, क, ड,** વગેરે તદ્દન પાસેપાસે મુકો. અને પ્રયોગ કરો. આ વખતે દોરાની લંબાઈ પહેલી વખતના જેટલીજ છે? ના. વધારે કે ઓછી છે? વધારે.

આ પ્રમાણે **अ, ब, क, ड, इ,** વગેરે તદ્દન પાસેપાસે આવે તેમ પ્રયોગ કરો. આ વખતે પરિધિ ઉપર દોરો બરાબર આવે છે કે નહિ? આવે છે.

આ પ્રયોગો પરથી માલૂમ પડે છે કે પરિધિ ઉપર **अ, ब, क, ड,** વગેરે જેમ જેમ પાસેપાસે લઇએ તેમ તેમ **अ ब** અને તેની ઉપરના કૌંસની વચ્ચેનો તફાવત ઓછો થતો જાય છે, અને **अ, ब, क, ड,** વગેરે છેક તદ્દન પાસે લઇએ તો પરિધિ અને **अ, ब, क ड,...**ની વચ્ચે કાંઈજ તફાવત રહેતો નથી. આ ઉપરથી દસાવો કે વર્તુળમાં દોરેલા બહુકોણની બાજુઓની સંખ્યા જેમ વધે, એટલે બાજુઓ દરેક બહુજ નાની થાય છે તેમ એ બહુકોણની બાજુઓ પરિધની પાસે અને પાસે આવે છે; અને આખરે તેની પરિમિતિ પરિધના જેવડીજ થઈ રહે છે.



કાગળ ઉપર કોઈપણ વર્તુળ દોરો. પરિધના કોઈ પણ બિંદુથી શરૂ કરી ત્રિજ્યાના જેવડા જેટલા ભાગ થાય તેટલા કરો. છેલ્લા અંતરનો બીજો છેડો પહેલા બિંદુ ઉપર બરાબર આવે છે? પરિધ ઉપર કેટલા ભાગ પડ્યા છે? ૭. આ ભાગોની વચ્ચે વચ્ચે પરિધ ઉપર જે જે બિંદુઓ છે તેને અનુક્રમે સાંધો. આ દરેક **જ્યા*** માપો. દરેક કેટલી લાંબી છે? ત્રિજ્યાના જેટલી.

(ख) વર્તુળ અને ત્રિકોણ.

૧.૫″ ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. ૩.૨″ ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો.

૭.૪ સે. મી. ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. એ પ્રમાણે ચાર પાંચ બીજા વર્તુળ દોરો.

---

* **જ્યા–પરિધ ઉપરનાં કોઈ પણ બે બિંદુને જોડનારી લીટી જ્યા કહેવાય છે.**

म બિંદુ આગળથી એક તોપનો ગોળો બધી બાજુ ૩ા માઇલ સુધી જાય છે તો કેટલી જગ્યામાં તોપના ગોળા પડી શકે? (૧મા. : ૧")

अ આગળ ઉભો રહી એક માણુસ શિકાર કરે છે. તેની બંદુકની ગોળી ૪૦૦ વાર સુધી જઈ શકે તો કેટલા ભાગમાંથી તે માણુસ જનાવરને મારી શકશે? (૪૦ વાર : ૧ સે. મી.)

બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઇલને અંતરે છે. દરેકમાંથી તોપનો ગોળો ૭ માઇલ અંદર પડી શકે છે. જે સફાઇમાં બન્નેના ગોળા આવી પડે તેની આકૃતિ ૧ મા : ૧ સે. મી.ના પ્રમાણુમાં કાઢો.

એક માળી એક ગોળ બગીચામાં (ત્રિજ્યા ૫૦′) તેની કોર ઉપર ઉભો રહી ૭૦ ફુટ આસપાસ પાણી છાંટી શકે છે તો જે સફાઇમાં પાણી ન જાય તેની આકૃતિ પાડો. (૧૦ ફુટ : ૧").

૨" દૂર હોય એવાં બે **अ, ब** બિંદુ લો. **अ**થી ૨" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો. (**अ** મધ્ય બિંદુ લઈ ૨" ત્રિજ્યાના વર્તુળનો પરિધ દોરો.) **ब**થી ૨" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો, **अ** અને **ब** બન્નેથી ૨" દૂર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? બે. ધારો કે તે **क, ड** છે. **कअ, कब; डअ, डब** સાંધો. **अब, बक, कअ** દરેક કેટલી લાંબી છે? **अब, बड, डअ** દરેક કેટલી લાંબી છે?

૩·૫" દૂર આવેલાં **अ, ब** બિંદુ લો. **अ**થી ૪·૧" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુ બતાવો. **ब**થી ૨·૭" દૂર આવેલાં સઘળાં બિંદુ બતાવો. **अ**થી ૪·૧" દૂર અને **ब**થી ૨·૭" દૂર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? બે. ધારો કે તે **क, ड** છે. **अड, बड** કેટલી કેટલી લાંબી છે? **अक, बक** કેટલી કેટલી લાંબી છે?

ઉપલા પ્રયોગોમાં આપણે કેવાં બિંદુઓ શોધ્યાં છે? બે આપેલાં બિંદુથી આપેલે અંતરે આવેલાં. ત્યારે આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ખરો? હા. બે આપેલાં બિંદુથી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે કયો નિયમ છે?

આ બિંદુને આપેલાં બે બિંદુ જોડે સાંધીએ તો જે આકૃતિ થાય છે તે જુઓ. એમાં કેટલા ખુણા છે? ત્રણ. કેટલી બાજુ છે? ત્રણ.

૨·૭" દુર આવેલાં **अ ब** બે બિંદુ લો. **अ**થી ૨·૯" દુર અને **ब**થી ૩·૩" દુર આવેલું **क** બિંદુ શોધી કાઢો. **अब**, **बक**, **अक** સાંધો. **अब** કેટલી લાંબી છે? **बक** કેટલી લાંબી છે? **कअ** કેટલી લાંબી છે? **अबक** કેવી આકૃતિ થઈ? ત્રણ ખુણા અને ત્રણ બાજુ વાળી.

ઉપર પ્રમાણેનો પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઈ ચાર પાંચ વખત કરો.

ઉપલા પ્રયોગમાં **अ ब**, **क ब**, **क अ** લંબાઈઓ આપેલી છે. એવી લંબાઇનો જે ત્રિકોણ થાય તે દોરવાને એ પ્રયોગો પરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે?

"**अब**, **बक**, **कअ** ત્રણ બાજુનો ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો **अब** દોરો. **अ** મધ્યબિંદુ અને **अक** ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો. **ब** મધ્યબિંદુ અને **कब** ત્રિજ્યાનો બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો જે બિંદુમાં છેદે તે બિંદુને **अ**, **क** જોડે સાંધો. **अबक** માગેલો ત્રિકોણ છે."

ઉપલા પ્રયોગોમાં **अ ब क**, **अ ब ड** ત્રિકોણો થાય છે તે કોઈ રીતે સરખા થાય એવું કાંઈ માલમ પડે છે?

નીચેનાં માપ પરથી ત્રિકોણો કાઢો:—

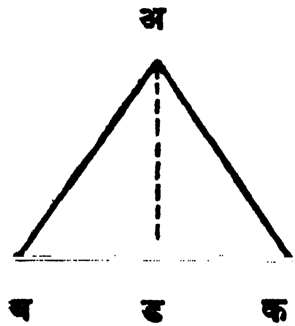
अ ब ૯·૭ સે. મી.	**ब क** ૯·૯ સે. મી.	**क अ** ૭·૭ સે. મી.
,, ૭·૭ ,,	,, ૯·૩ ,,	,, ૯·૩ ,,
,, ૫·૧ ઇંચ,	,, ૪·૨ ઇંચ,	,, ૩·૭ ઇંચ.
अब ૩·૨ ઇંચ,	**बक** ૪·૨ ઇંચ,	**कअ** ૧·૭ ઇંચ,
,, ૪·૨ ,,	,, ૩·૧ ,,	,, ૬·૩ ,,
,, ૧૧૧ મી. મી.	,, ૮૨ મી. મી.	,, ૬૧ મી. મી.
,, ૭૮ ,,	,, ૫૩ ,,	,, ૬૪ ,,

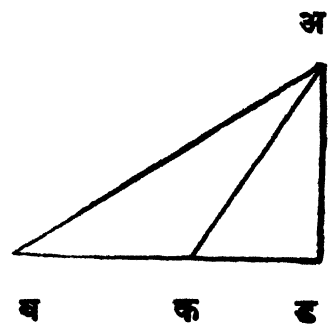
(ग) બાજુ ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.



ત્રિકોણને જે બાજુ ઉપર ઉભો રહેલો આપણે ધારીએ છીએ તે બાજુ ત્રિકોણનો **પાયો** કહેવાય છે. **अ ब** ઉપર ત્રિકોણ ઉભો છે એમ ધારીએ તો **अ ब** પાયો છે; **ब क** ઉપર તે ઉભો છે. એમ ધારીએ તો **ब क** પાયો છે; **क अ** ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો તે **क अ** પાયો છે.

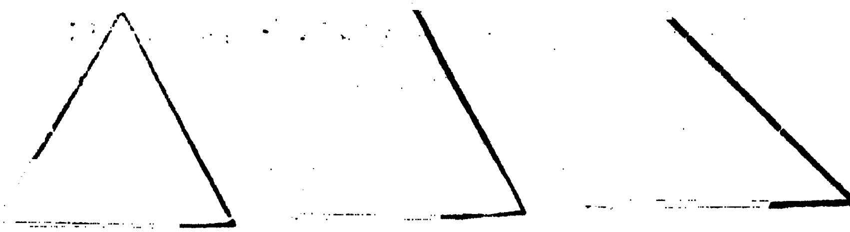
પાયાની સામેના ખુણાને **શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો** કહે છે. શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર દોરેલી લંબને ત્રિકોણની **ઉંચાઈ** કહે છે. નીચેના **अबक** ત્રિકોણોમાં **अड** દરેક ત્રિકોણની **ઉંચાઈ** છે.





પાટીઆ ઉપર એકાદ (૧) સમબાજુ ત્રિકોણ, (૨) એકાદ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ, (૩) એકાદ વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. (૧) બતાવી બાજુઓ સરખાવો. બાજુઓનો કાંઈ સંબંધ માલમ પડે છે? (૨) બતાવી બાજૂઓ સરખાવો. કેટલી બાજૂઓ સરખી છે? બે. (૩) બતાવી કેટલી બાજુઓ બરાબર છે? એક બાજુ બરાબર હોય એવો

ત્રિકોણ આવી શકે ખરો ? એમ બોલવામાં શી ભૂલ થાય છે તે કહો.



(૧) સમબાજુ ત્રિકોણ. (૨) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. (૩) વિષમબાજુ ત્રિકોણ.

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમબાજુ** (સમ = બરાબર) ત્રિકોણ કહે છે.

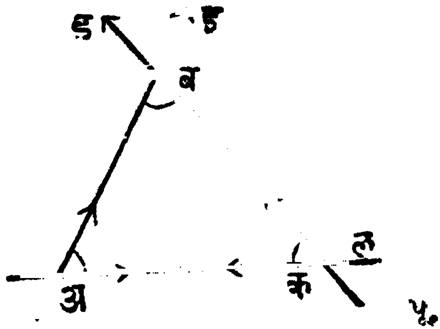
વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમાં ગમે તે બે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમદ્વિબાજુ** (સમ = બરાબર, દ્વિ = બે) ત્રિકોણ કહે છે.

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમાં કોઈપણ બે બાજુ બરાબર નથી હોતી તેને **વિષમબાજુ** (વિષમ = બરાબર નહિ) ત્રિકોણ કહે છે.

થોડાક સમબાજુ, થોડાક સમદ્વિબાજુ, થોડાક વિષમબાજુ ત્રિકોણો વિદ્યાર્થી પાસે કંપાસથી અને ફુટપટીથી દોરાવો. પછી ફક્ત હાથથીજ દોરાવો.

(ઘ) ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાનો સરવાળો.

ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખુણા કાપી લો. એ ત્રણ ખુણાને એકેકની પાસેપાસે મૂકી એક લીટીની ઉપર મૂકો. એ ત્રણે ખુણા મળી કેટલો સરવાળો થયો ? એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? હા. ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખુણાને કોણમાપકથી માપો; ને તેનો સરવાળો કરો. આ સરવાળો કેટલો છે ? ૧૮૦°. આ પ્રમાણે ઘણી વખત કરો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઈ નિયમ લાગે છે ? હા. કયો નિયમ લાગે છે ? **ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.**



अबक કોઈપણ ત્રિકોણ લો. **अक** ઉપર એક પેન્સીલ તીરની દિશામાં મૂકો. **क** તરફ તેનો પાતળો છેડો અને **अ** આગળ જાડો છેડો રહેવા દો. પેન્સીલ કયી દિશામાં છે? પશ્ચિમથી પૂર્વમાં. **अ** આગળ છેડાને રાખી પ. પેન્સીલને **अब**ની દિશામાં લઈ જાવ. પેન્સીલ હવે કયાં છે? **अब** ઉપર. પાતળો છેડો કયી દિશામાં છે? **अब**ની દિશામાં. કયા ખુણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે? ∠**अ**માંથી હવે પેન્સીલને **ब** આગળ લઈ જાવ અને **बइ** દિશામાંથી **बड** દિશામાં મૂકો. પેન્સીલ હવે કયાં છે? **बड** ઉપર. કયી દિશામાં? **बड**ની. પેન્સીલને હવે કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે? **अबक**માંથી. પહેલાં કયા ખુણામાંથી ફેરવી હતી? ∠**अ**માંથી. બે વખત મળી કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે? ∠**अ**+∠**ब**માંથી. હવે પેન્સીલને **क** આગળ **कब** ઉપર નીચે સેરવો. પેન્સીલ હવે કયાં છે? **कब** ઉપર. કોઇપણ ખુણામાંથી અત્યારે ફેરવી છે? નહિ. પેન્સીલને ∠**बकअ**માંથી ફેરવો. પેન્સીલ હવે કયાં છે? **कअ** ઉપર. અત્યારે કયા ખુણામાંથી પેન્સીલને ફેરવી છે? ∠**बकअ**માંથી. પહેલાં કયા કયા ખુણામાંથી ફેરવી હતી? ∠**अ** અને ∠**ब**માંથી. એકંદર આપણે પેન્સીલને કયા કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે? ∠**अ** + ∠**ब** + ∠**क**માંથી. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે? હા. અત્યારે પેન્સીલ કયી દિશામાં છે? પૂર્વથી પશ્ચિમ છે? પહેલાં તે કયી દિશામાં હતી? પશ્ચિમથી પૂર્વ. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાંથી ફેરવતાં પેન્સીલની દિશા કેટલી બદલાઇ ગઇ? વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી તે ફરી? અર્ધા. કેટલા કાટખુણામાંથી તે ફરી? બે કાટખુણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.**

પ્રશ્નો.

૧. ત્રિકોણમાં નીચેના બે ખુણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખુણો કેવડો ? (૧) ૫૪°, ૭૬°; (૨) ૪૧°, ૯૧°; (૩) ૫૩°, ૫૭°; (૪) ૬૧°, ૭૯°; (૫) ૭૨°, ૯૧°; (૬ ૧૧૫° ૨૩°; (૭) ૪૭°, ૫૧°.

૨. નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખુણો આપેલો છે અને બાકીના બન્ને ખુણા સરખા છે એવા ત્રિકોણના ખુણાનાં માપ શું ?

૫૨°, ૪૭°, ૨૬°, ૪૨°, ૬૮°, ૭૨°, ૪૧°, અને ૧૫°.

૩. પ્રશ્ન ૨માં જે સરખા ખુણા છે તે દરેક તેમાં જે ખુણો આપ્યો છે તેના જેવડો છે તો ત્રિકોણના ખુણાનાં માપ શું ?

૪. જો ત્રિકોણમાં ત્રણે ખુણા સરખા હોય તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૫. નીચેના ખૂણાવાળા ત્રિકોણો કોઇપણ પાયા ઉપર આવી શકે ખરા ? (૧) ૯૦°, ૬૦°, ૩૦°; (૨) ૭૧°, ૯૦°, ૨૦°; (૩) ૧૩૫°, ૨૧°, ૨૩°; (૪) ૪૭°, ૩૩°, ૯૯°; (૫) ૩૧°, ૩૨°, ૧૧૫°; (૬) ૧૨°, ૬૨°, ૧૦૬°; (૭) ૨૫°, ૪૫°, ૧૧૦°; (૮) ૫૦°, ૭૦°, ૬૧°; (૯) ૧૩°, ૫૫°, ૧૧૦°;

૬. ઉપરના પ્રશ્નમાં ત્રિકોણ ન બની શકે તો તેનું શું કારણ છે ?

૭. ત્રિકોણ ન બને તેવા ખુણાની દશ જોડ બોલો.

૮. એક લીટી દોરો; તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી સાંકડો ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

૯. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી કાટખૂણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ? કારણ કહો.

૧૦. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી પહોળો ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

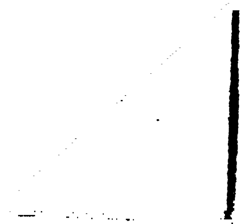
૧૧. કોઇપણ ત્રિકોણમાં નીચેના ખૂણાની કયી કયી જોડ હોઇ શકે ?

	૧લો ખૂણો.	૨જો ખૂણો.	૩જો ખૂણો.
(૧)	કાટખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૨)	કાટખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.
(૩)	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૪)	પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.

(૫)	કાટખૂણો.	કાટખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૬)	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખણો.	પહોળો ખૂણો.
(૭)	પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.
(૮)	કાટખૂણો.	કાટખૂણો.	કાટખૂણો.

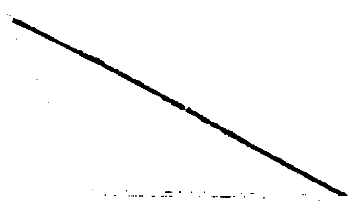
(ઙ) ખુણા ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.

પાટીઆ ઉપર એકાદ કાટખુણ (૧), એકાદ પહોળખુણ (૨), અને એકાદ સાંકડખુણ (૩) ત્રિકોણ દોરો. (૧) લો બતાવી આ ખુણો કેવો છે? કાટખુણો. એ ત્રિકોણમાં બીજો કાટખુણો આવી શકે ખરો? નહિ. ત્રિકોણમાં કેટલા કાટખુણા આવી શકે? **એકજ.** જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને **કાટખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.



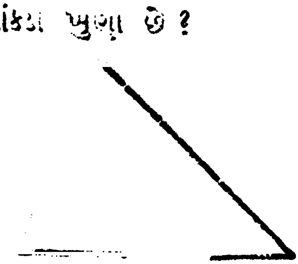
(૧) કાટખુણ ત્રિકોણ.

(૨) જો બતાવી આ ખુણો કેવો છે? પહોળો ખુણો. એ ત્રિકોણમાં બીજો પહોળો ખુણો આવી શકે ખરો? નહિ. ત્યારે ત્રિકોણમાં કેટલા પહોળા ખુણા આવી શકે? **એકજ.** જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો પહોળો ખુણો હોય તેને **પહોળખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.



(૨) પહોળખુણ ત્રિકોણ.

(૩) જો ત્રિકોણ બતાવો. આમાં કેટલા સાંકડા ખુણા છે? (૧)માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે? બે. (૨)માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે? બે. ત્યારે કોઈપણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા કેટલા સાંકડા ખુણા આવી શકે? બે. ત્યારે એજ સાંકડા ખુણા જેમાં હોય એવા ત્રિકોણને સાંકડખુણ ત્રિકોણ કહીએ તો ચાલે ખરૂં? નહિ. કારણ......એ સાંકડા ખુણાવાળા ત્રિકોણને સાંકડખુણ ત્રિકોણ કહીએ તો (૧) અને (૨)માં શી ભુલ થાય છે? ત્યારે

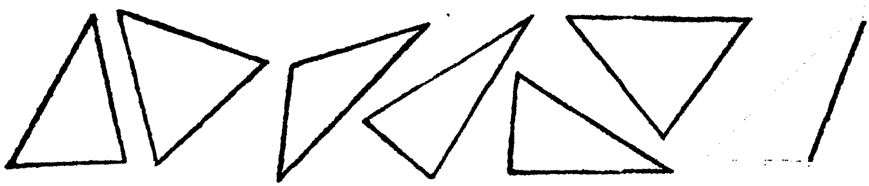


(૩) સાંકડખુણ ત્રિકોણ.

કાટખુણ ત્રિકોણ અથવા પહોળખુણ ત્રિકોણ ન કહી શકાય એવા ત્રિકોણમાં કેટલા ખુણા સાંકડા હોવા જોઈએ? ત્રણ. આ ઉપરથી સાંકડખુણ ત્રિકોણ કોને કહે છે તે કહો. જે ત્રિકોણમાં ત્રણ ખુણા સાંકડા ખુણા હોય તેને **સાંકડખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧૨. નીચેની આકૃતિઓના ત્રિકોણો ખુણાના પ્રકાર પ્રમાણે કેવા છે?



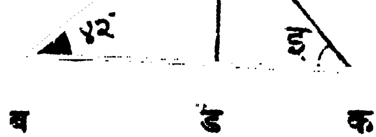
૧૩. એક કાટખુણ ત્રિકોણ દોરો. તેના બે સાંકડા ખુણા કાપી લઈ કાટખુણા ઉપર પાસેપાસે ગોઠવો. એ બન્ને ખુણા નીચેના ખુણા ઉપર બરાબર મળી રહે છે?

૧૪. પ્રશ્ન ૧૩માં સાંકડા ખુણા માપી તેનો સરવાળો કરો. એ બે ખુણા મળી એક કાટખુણા બરાબર છે? એ બે ખુણાને અરસપરસ શું કહી શકો?

૧૫. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક સાંકડો ખુણો ૫૩°, ૩૭°, ૪૮°, ૭૧°, ૧૯°, ૫૯°, ૬૭° કે ૩૯° હોય તો બીજો સાંકડો ખુણો કેવડો?

૧૬. કાટખુણ ત્રિકોણમાં બે સાંકડા ખુણા અરસપરસ કોટિખુણા છે કે નહિ તે કોઈપણ પાંચ કાટખુણ ત્રિકોણ લઈ તપાસી જુઓ.

૧૭. **अबक** ત્રિકોણમાં ∠**बअक** કાટખુણો છે. અને **अड**, **बक** ઉપર લંબ છે. જો ∠**ब**=૪૨° હોય તો ∠**प** કેવડો છે? ∠**ल** કેવડો? ∠**इ** કેવડો?

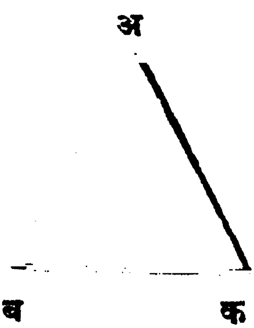


૧૮. પ્રશ્ન ૧૭માં ∠**ब**=૩૫°, ૪૭°, ૬૩°, ૫૧°, ૧૯°, ૨૩° કે ૭૧° હોય તો ∠**इ**, ∠**ल**, ∠**प** એ દરેકનું માપ કાઢો.

(च). ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા.

કોઇપણ **अबक** ત્રિકોણ દોરો. તેની **बक** બાજુ **ड** સુધી લંબાવો. **अकड** ખુણો ત્રિકોણની બહાર છે કે અંદર? બહાર. **अकड** ખુણાને ત્રિકોણનો બાહ્ય ખુણો કહે છે. ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને બન્ને દિશામાં લંબાવો. ત્રિકોણના કેટલા બાહ્ય ખુણા છે? ૬ પણ ત્રિકોણના દરેક શિરોબિંદુ આગળના સામસામેના કેટલા ખુણા છે? બે. એ બે સરખા છે? હા. તેથી દરેક શિરોબિંદુ આગળના **એકજ** બહારના ખુણાને બાહ્ય ખુણા તરીકે ગણવામાં આવે છે અને તેથી ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને **અનુક્રમે** લંબાવીએ તો એ પ્રમાણે થતા બહારના ત્રણ ખુણા ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા લેવાય છે.

अबक એક ત્રિકોણ દોરો. **अ**, **ब** અને **क** એ ત્રણે ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા. ત્યારે ∠**अ** + ∠**ब**નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠**क**. તેમજ ∠**ब** + ∠**क**નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠**अ**. અને ∠**अ** + ∠**क**નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠**ब**.



એક બીજો **अबक** ત્રિકોણ દોરો. તેની **बक** બાજુ **ड** સુધી લંબાવો. ∠**अकब**નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠**अकड**. અને ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે બીજો જવાબ શો? ∠**अ** + ∠**ब**. ત્યારે ∠**अकड** અને (∠**अ** + ∠**ब**)નો શો સંબંધ હોવો જોઇએ? તે બરાબર હોવા જોઇએ. આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા અને અંદરના ખુણાનો શો સંબંધ હોવો જોઇએ? એ વિષે કોઇ નિયમ નીકળે છે?

“ત્રિકોણનો કોઇપણ બાહ્ય ખુણો ત્રિકોણની માંહેના તે બાહ્યખુણાની પાસેના ખુણા સિવાયના બાકીના બે ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.”

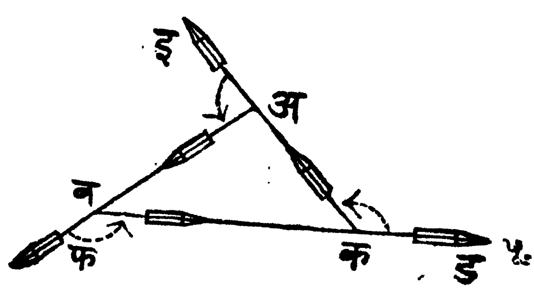
ત્રિકોણનો બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો.

કોઇપણ **अबक** ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. બહારના ત્રણે ખુણા કાપી કાઢો. અને તેને પાસેપાસે એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગોઠવો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

अबक ત્રિકોણ દોરી તેના બાહ્ય ખુણાઓ માપો; તેનો સરવાળો કરો. કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. એક **अबक** ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. **ब** આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા. **क** આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા. **अ** આગળના એજ બન્ને ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા. ત્યારે **अ, ब, क** આગળના ત્રણે અંદરના અને ત્રણે બહારના ખુણાનો સરવાળો શો? ૬ કાટખુણા. અને ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો શો? ચાર કાટખુણા.

આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્યખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.**

પછી નીચે પ્રમાણેનો પ્રયોગ કરાવી એ નિયમ બરાબર દસાવો.



अबक એક ત્રિકોણ લો. **बक** ઉપર એક પેન્સીલ મૂકો. અને તેનો જાડો છેડો **क** આગળ લાવો. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં છે? પૂર્વમાં. એ લક્ષમાં રાખો. પેન્સીલને **क** આગળનાં બહારના ખુણામાંથી ફેરવી **कअ** ઉપર લાવો. પેન્સીલ કયા ખુણમાંથી ફરી? ∠**अकड**માંથી પેન્સીલને **अ** આગળ ખસેડી **अ** આગળના બહારના ખુણામાંથી તેને **अब** ઉપર

આવે તેમ ફેરવો હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠**ઇઅબ**માંથી. પેન્સીલને **બ** આગળ ખસેડી **બ** આગળના બાહ્ય ખુણામાંથી ફેરવો. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠**ફબક**માંથી. ત્યારે પેન્સીલ એકંદર કયા કયા ખુણામાંથી ફરી? ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણામાંથી. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં છે? પૂર્વમાં. પહેલાં કયી દિશામાં તે હતો? પૂર્વમાં. ત્યારે પેન્સીલ ફરીને પાછી તેજ દિશામાં આવી. પેન્સીલને ઘડી ઘડીએ ફેરવી ત્યારે તે પૂર્વમાંજ હંમેશાં હતી? નહિ. તેની દિશા બદલાતી હતી. ત્યારે એ પ્રમાણે ફરતાં આ પ્રયોગમાં તે કેટલા આંટા ફરી? એક આખો આંટો. અને એક આખો આંટો ફરે ત્યારે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ તે ફરી હશે? આખો વર્તુળ. ત્યારે કેટલા કાટખુણામાંથી તે ફરી? ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણાનો સરવાળો શો? **ચાર કાટખુણા.**

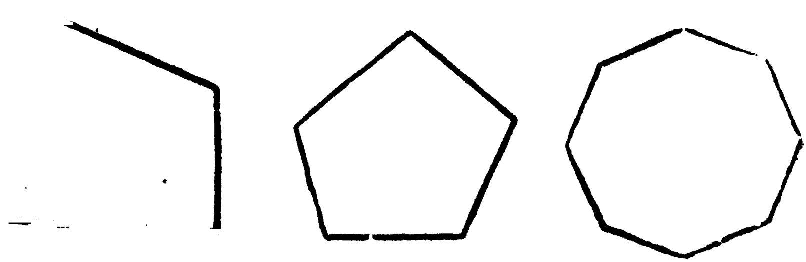
(છ) બહુકોણ આકૃતિના બાહ્ય ખુણાનું મહત્ત્વ.

વ્યાખ્યા—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ચતુષ્કોણ** કહે છે.

વ્યાખ્યા—ચાર કરતાં વધારે સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **બહુકોણ** કહે છે.

વ્યાખ્યા—પાંચ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **પંચકોણ** કહે છે.

વ્યાખ્યા—૭ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ષટ્કોણ** કહે છે.



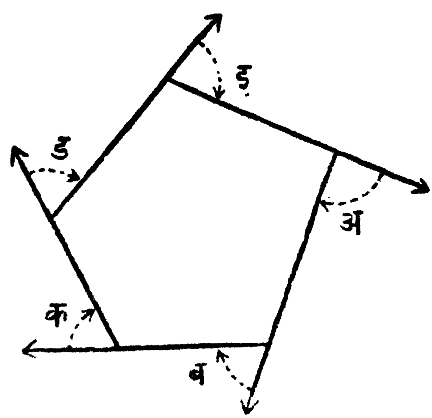
ચતુષ્કોણ. પંચકોણ. અષ્ટકોણ.

વ્યાખ્યા—સાત, આઠ, નવ, દશ અને બાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે **સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ,** અને **દ્વાદશકોણ,** કહે છે.

કોઈપણ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. અને બહારના ખુણાઓ કોણમાપકથી માપો. સરવાળો કરો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. ચતુષ્કોણના બહારના ખુણાઓ કાપી લઈ એકેકની પાસેપાસે ગોઠવો. એ બરાબર મળી રહે છે? હા. ત્યારે એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

કોઇપણ પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, વગેરે લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લઇ ઉપલો પ્રયોગ કરો. દરેક આકૃતિમાં બહારના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર થાય છે તે જુઓ. આ ઉપરથી બહુકોણના બાહ્ય ખુણાઓના સરવાળા વિષે શો નિયમ છે? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.**

પછી પાસેની આકૃતિ લઇ એ નિયમ ઠસાવવાને પાના ૮૬મા ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રયોગ કરો, અને પ્રશ્નોત્તર કરી બતાવો કે કોઇપણ ***સીધી લીટી આકૃતિના** બાહ્યખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



(ज) બહુકોણના અંદરના ખુણાનું મહત્ત્વ.

૧લી રીત. કોઇપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેનાં શિરોબિંદુઓને સામેના ગમે તે એક શિરોબિંદુ જોડે સાંધો. આમ કરવાથી ચતુષ્કોણના ત્રિકોણ થાય છે. અને દરેક ત્રિકોણના અંદરના ખુણા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે. તેથી ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો કેટલા ત્રિકોણના

* સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિ તે સીધી લીટી આકૃતિ.

ખુણાના સરવાળા બરાબર છે? બે. એટલે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ૨ × ૨ = ૪ કાટખુણા. એજ પ્રમાણે બરાબર દસાવો કે,

પંચકોણ = ૩ ત્રિકોણ,	ખુણાનો સરવાળો	= ૨ × ૩ =	૬ કાટખુણા.
ષટ્કોણ = ૪ ત્રિકોણ;	,,	= ૨ × ૪ =	૮ કાટખુણા.
અષ્ટકોણ = ૬ ત્રિકોણ;	,,	= ૨ × ૬ =	૧૨ કાટખુણા.
નવકોણ = ૭ ત્રિકોણ;	,,	= ૨ × ૭ =	૧૪ કાટખુણા.

૨જી રીત. ઉપર પ્રમાણેની સીધી લીટી આકૃતિ દોરો. દરેકના અંદરના ખુણાઓ પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો અને સરવાળો કરો. ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પરિણામ આવે છે?

૩જી રીત. કોઈપણ **अबकड** ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. **अ** આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા. **ब** આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શો? બે કાટખુણા. વગેરે. ત્યારે ચતુષ્કોણની ચાર બાજુઓ છે, એટલે ચાર શિરોબિંદુઓ છે, તેથી ચતુષ્કોણના અંદરના અને બહારના ખુણાઓનો સરવાળો શો? આઠ કાટખુણા છે? ત્યારે આ ખુણાઓનો બાજુની સંખ્યા સાથે કાંઈ સંબંધ છે? **જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા.** ફક્ત બહારના ખુણાનો સરવાળો શો? ચાર કાટખુણા. ઉપલા સરવાળામાંથી એ બાદ કરો તો ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

પંચકોણ, ષટ્કોણ, વગેરે આકૃતિ લઈ ઉપલો પ્રયોગ કરો. પંચકોણના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા જતાં જે બાદબાકી રહે તેની બરાબર. ૫ × ૨ = ૧૦; ૧૦ − ૪ = ૬ કાટખુણા. ષટ્કોણના અંદરના ખુણાઓનો શો સરવાળો? ૬ × ૨ = ૧૨; ૧૨ − ૪ = ૮ કાટખુણા સપ્તકોણના અંદરના ખુણાઓનો શો સરવાળો? ૭ × ૨ = ૧૪; ૧૪ − ૪ = ૧૦ કાટખુણા એક સીધી લીટી આકૃતિની દશ, બાર, પંદર કે વીશ બાજુઓ છે તો તેના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

આ પ્રયોગો ઉપરથી કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઈ નિયમ તમને લાગે છે? સીધી લીટી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા ઓછા કરી જે બાદબાકી આવે તેટલા કાટખુણા બરાબર બધા અંદરના ખુણા છે.

૪થી રીત. ત્રિકોણ, પંચકોણ આકૃતિ સંબંધી ૮૬ ને ૮૮મે પાને બતાવ્યા પ્રમાણે પેન્સીલ ફેરવીને જે પ્રયોગ કર્યો છે તે પ્રયોગ ચતુષ્કોણ, ષટ્કોણ, વગેરેની બાજુઓ ઉપર પેન્સીલ મુકી કરો. અને તે પેન્સીલ દરેક આકૃતિના પ્રયોગમાં કેટલી કેટલી વખત આખાં ચક્કર ફરે છે તે જુઓ. આ ઉપરથી સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના ખુણા સંબંધી ઉપલો નિયમ ઠસાવો.

૫મી રીત. કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેની અંદર કોઈપણ **મ** બિંદુ લો. આકૃતિનાં શિરોબિંદુઓને **મ** સાથે સાંધો. આકૃતિના કેટલા ત્રિકોણ થાય છે? જેટલી બાજુ છે તેટલા. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે એ નિયમ ઉપરથી આકૃતિના ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો શો? જેટલી આકૃતિની બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા બરાબર. **મ** આગળના બધા ખુણાનો સરવાળો શો? ચાર કાટખુણા. તેથી ત્રિકોણના બધા ખુણામાંથી એ ચાર કાટખુણા જતા રહેતાં જે ખુણા રહ્યા તે કોના ખુણા રહેશે? આપેલી આકૃતિના અંદરના ખુણા. ત્યારે આકૃતિની બાજુની સંખ્યા "**અ**" હોય તો તેના બધા અંદરના ખુણાનો સરવાળો (૨ × **અ** − ૪) કાટખુણા છે એ નિયમ સિદ્ધ કરો.

પ્રશ્નો.

૧૯. કોઈપણ ચતુષ્કોણમાં નીચે પ્રમાણેના ત્રણ ખુણા છે તો ચોથો ખુણો કેવડો છે તે કહો:—

૧૨°, ૧૧૫°, ૭૩°; ૯૭°, ૮૧°, ૫૭°; ૬૨°, ૯૦°, ૧૨૭°; ૧૨૫°, ૮૪°, ૬૩°; ૯૭°, ૫૪°. ૬૨°; ૮૧°, ૮૮°, ૮૮°.

૨૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા ૧૧૦° અને ૬૬° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખુણા કેવડા તે કહો.

૨૧. પ્રશ્ન ૨૦માં બે ખુણા ૫૩° અને ૫૯°, ૯૩° અને ૭૭°, ૪૯° અને ૧૨૧°, ૮૯° અને ૧૩૩°ના છે તો બાકીના ખુણા કેવડા?

૨૨. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા સરખા છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૪. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી ત્રીજે ભાગે છે, બીજો ત્રીજાની બરાબર અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો?

૨૫. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા કાટખુણા અને બાકીના બેમાંથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખુણા કેવડા છે?

૨૬. એક ***નિયમિત (કે સમ)** ચતુષ્કોણમાં દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૭. નિયમિત પંચકોણ, ષટ્કોણ, અષ્ટકોણ, દશકોણ, અને દ્વાદશ-કોણનો દરેક ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૮. નિયમિત ચતુષ્કોણ, પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ અને દશકોણનો દરેક બહારનો ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૯. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૨૦૦°ના છે તો બાકીના ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે?

૩૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૧૭૦°ના છે તો તેની પાસેના બહારના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે?

૩૧. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા દરેક ૮૦°ના છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે દરેક ખુણો કેવડો છે?

૩૨. એક પંચકોણમાં ચાર ખુણા સરખા છે, અને પાંચમો ખુણો એ દરેકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૩૩. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા સરખા છે, અને બાકીના બેમાંથી એ પૈકી એકથી અર્ધો, અને પાંચમો ખુણો ચોથા કરતાં ત્રણગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો હશે?

---

*જે આકૃતિની બધી બાજુ સરખી અને બધા ખુણા સરખા હોય તે.

૩૪. એક ષટ્કોણમાં ત્રણ ખુણા સરખા છે અને બાકીનો દરેક પહેલા ત્રણ પૈકી એકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૫. એક (નિયમિત) સમ બહુકોણમાં દરેક ખુણો (૧) ૧૦૮°; (૨) ૧૭૦°; (૩) ૧૪૦°; કે (૪) ૧૫૦° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે ?

૩૬. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૭. એક સમકોણમાં બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦°; (૨) ૪૦°; (૩) ૧૫°; (૪) ૯૦°; (૫) ૨૪°; અને (૬) ૧૦°; છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ છે તે કહો.

૩૮. જેમાં ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, અને ૩૩°નો દરેક બહારનો ખુણો હોય એવો નિયમિત બહુકોણ બની શકે કે નહિ ? કારણ આપો.

(ક્ષ) *સર્વસમાન અથવા એકરૂપ ત્રિકોણો.

નોંધ. ત્રિકોણોની *સર્વસમાનતાના નીચેના પ્રયોગો (દરેક) જુદી જુદી આકૃતિ દોરી નવ દશ વખત કરાવી તેના નિયમો બરાબર ઠસાવવા.

(૧) કોઈપણ **अबक** ખુણો લો. તેવડોજ બીજો **डइफ** ખુણો કરો. **बअ** મરજી પડે તેવડી કાપો અને **इड**, **बअ**ના જેવડીજ કાપો. **बक** મરજી પડે તેવડી કાપો અને **इफ**, **बक**ના જેવડીજ કાપો. **अक** અને **डफ** સાંધો. **अबक** ત્રિકોણને ઉંચકીને **डइफ** ત્રિકોણ ઉપર મુકો, એવી રીતે કે **अब.. डइ**ના ઉપર બરાબર પડે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે ? આવા ત્રિકોણોની સર્વસમાનતા વિષેનો શો નિયમ આ પ્રયોગ ઉપરથી નીકળે છે ?

"જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓની વચ્ચેના અંતર્ખુણા પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે બરાબર છે."

(૨) કોઈપણ **अबक** ખુણો લો અને તેવડોજ બીજો **डइफ** ખુણો લો. **बक** જોઈએ તેવડી લો અને તેવડીજ લીટી **इफ** પણ લો.

---

*સર્વસમાન-જે આકૃતિઓમાં બાજુઓ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર હોય તે, એટલે આકૃતિઓ બધી રીતે બરાબર હોય તે (ક્ષેત્રફળમાં સુદ્ધાં).

क આગળ **बकअ** ખુણો જોઇએ તેવડો કરો અને તેવડોજ **इफड** ખુણો **फ** આગળ પણ કરો. **अबक** ત્રિકોણને ઉંચકીને (અથવા પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરીને) **डइफ** ત્રિકોણ ઉપર મૂકો, એવી રીતે કે **बक, इफ** ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે? આવા ત્રિકોણની સર્વસમાનતા વિષેનો શો નિયમ આ પ્રયોગો પરથી નીકળે છે?

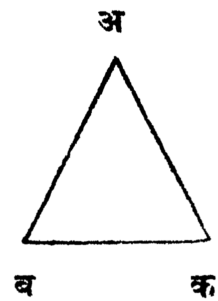
"એક ત્રિકોણની એક બાજુ બીજા ત્રિકોણની એક બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓ ઉપરના (છેડના) ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વસમાન છે."

(૩) **अबक** ખુણો મરજી પડે તેવડો કરો. **डइफ** ખુણો ∠**अबक**ના જેવડોજ કરો. **बअ** જોઇએ તેવડી કાપો અને **इड** પણ તેવડીજ કાપો. ∠**अकब**ની નકલ તેલીઆ કાગળ ઉપર કરો. અને એ કાગળને ઉંચકીને એવી રીતે મુકો કે **बक, इफ** ઉપર પડે અને **बक**ને **इफ** ઉપર રાખીને તેલીઆ કાગળના ખુણાને ખસેડતાં ખસેડતાં એ ખુણાની બીજી શાખા-લીટી લંબાવતાં **ड**માંથી બરાબર જાય. એ ખુણાનું શિરોબિંદુ **फ** આગળ આવે ત્યારે **फड** સાંધો. ત્યારે **अबक, डइफ** ત્રિકોણોમાં ક્યાં ક્યાં અંગો બરાબર છે? બબ્બે ખુણા અને દરેકમાં સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ. હવે **अबक** ત્રિકોણને ઉંચકીને **डइफ** ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મુકો કે **अब, डइ** ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજાના ઉપર બરાબર આવી રહે છે? હા. આવા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે? ત્યારે શો નિયમ નીકળે છે?

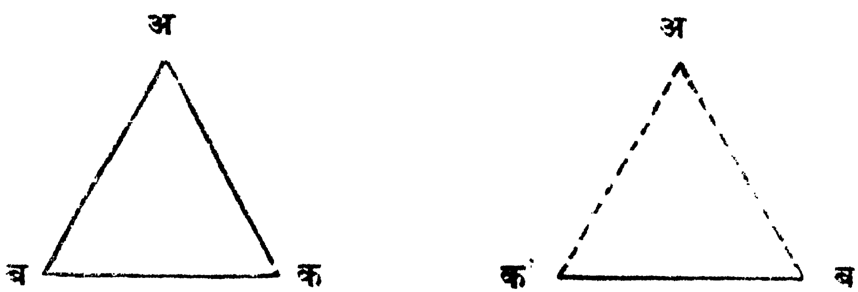
"એક ત્રિકોણના બે ખુણા તે બીજા ત્રિકોણના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય અને એક ત્રિકોણમાં એક ખુણાની સામેની બાજુ તે બીજા ત્રિકોણમાં તેના સરખા ખુણાની સામેની બાજુની બરાબર હોય તો એવા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે."

ઉપલા પ્રયોગોમાં ત્રિકોણની સર્વસમાનતા બતાવવાને માટે દરેક વખત આપણે ત્રિકોણનાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા પૈકી કેટલાં અંગો લીધાં હતાં? ત્રણ. ક્યાં ક્યાં? (૧)માં બે બાજુ, અને તેનો અંતખુણો; (૨)માં બે ખુણા અને તેઓની પાસેની બાજુ; અને (૩)માં બે ખુણા અને તેમાંના સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ.

(ज) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.



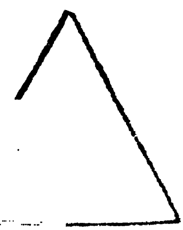
કોઈપણ ખુણાની બે શાખાલીટીઓ સરખી કાપી તેના છેડાઓ સાંધી એક ત્રિકોણ બનાવો. સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ માપો. આ ખુણાઓ સરખા છે? હા. એ ખુણા સરખી બાજુની સામેના છે? હા. એ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત જુદી આકૃતિ કાઢી કરો. આ ઉપરથી કોઈપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો તે કહો.



अ ब क એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. (अब = अक) अबक ત્રિકોણ બરાબર કાપી કાઢી ત્રિકોણને, બાજુ ઉલટાવી, કાપેલા ત્રિકોણની ખાલી જગ્યામાં એવી રીતે ગોઠવો કે ત્રિકોણ ખાલી ત્રિકોણ પર આવી રહે. ब ખુણો ક્યાં પડ્યો છે? ब' ઉપર. એ જગ્યાએ પહેલાં કયો ખુણો હતો? ∠क. ત્યારે ∠ब, ∠क બરાબર છે? હા. તેજ પ્રમાણે ∠क, ∠ब સરખા કરો. આ ઉપરથી શો નિયમ છે?

કોઇપણ **अबक** (**अब** = **अक**) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. કાગળને સળ વાળી બેવડ વાળો અને **अब**ને **अक** ઉપર પડવા દો. આમ કરવાથી **ब** ખુણો ક્યાં પડે છે? ∠**क** ઉપર. એ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે? હા. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓનો શો સંબંધ છે તે આ ઉપરથી કાંઇ માલુમ પડે છે? હા. એ ખુણાઓ સરખા છે. આ પ્રયોગો ઉપરથી સામાન્ય નિયમ શો નીકળે છે?

“ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખુણા સરખા છે. ”



એક સમબાજુ ત્રિકોણ કરો. ઉપલા પ્રયોગો કરી સમબાજુ ત્રિકોણને વિષે શો નિયમ છે તે કઢાવો. એ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા કાપી લો. અને એકમેકની ઉપર મુકી સરખાવો. શું માલુમ પડે છે? એ ખુણા સરખા છે. કોણમાપકથી એ ખુણાઓ માપી જુઓ.

આ ઉપરથી સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા વિષે શો નિયમ નીકળે છે?

“ સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સરખા છે. અને તે દરેક ખુણો ૬૦ નો કે ૨/૩ કાટખુણો છે. ”

अ ब એક લીટી દોરો. **अ** અને **ब** આગળ સરખા ખુણા કરો. **अबक** ત્રિકોણ પૂરો કરો. **अब**ને એની ઉપરજ બેવડ વાળી ∠**अ**, ∠**ब** ઉપર આવી રહે તેમ ત્રિકોણ બેવડ વાળો. **अ क**, **ब क** ઉપર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે? હા. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

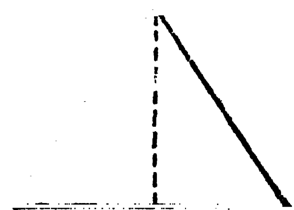
એક **अ ब** લીટી લો. **अ** આગળ **बअक** ખુણો કરો અને તેવડોજ **अबक** ખુણો **ब** આગળ પણ કરો. ત્રિકોણની **अक**, **बक** બાજુ માપી જોઇ શું પરિણામ આવે છે તે કહો. એ બાજુઓ સરખી છે. ત્યારે ત્રિકોણના બે ખુણા સરખા આપ્યા હોય તો તેની સામેની બાજુઓનો શો સંબંધ છે? એ વિષે શો નિયમ નીકળે છે?

“ત્રિકોણમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુઓ સરખી છે.”

अ ब કોઈ પણ લીટી લો. ∠**अबक** રૂ કાટખુણો કરો. ∠**बअक** રૂ કાટખુણો કરો. **क** ખુણો માપી જુઓ. કેવડો છે? રૂ કાટખુણો. **अबक** ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા સરખા છે? હા. **अ ब, ब क, क अ** માપી જુઓ. ત્રણે બાજુ સરખી છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

अ ब ૪·૫ સે. મી. લો. ∠**अबक** ૬૦°નો કરો અને ∠**बअक** પણ ૬૦°નો કરો. ∠**क** કેટલા અંશનો છે? ૬૦°નો. **अ ब. ब क, क अ** માપો. સરખી છે? હા. આ ઉપરથી ત્રિકોણમાં બે ખુણા ૬૦°ના હોય તો શો નિયમ નીકળે છે? તેનો ત્રીજો ખુણો પણ ૬૦°નો છે અને ત્રણે બાજુ સરખી છે? ત્રણ ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ કેવો હોવો જોઇએ? સમબાજુ.

अबक એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. તેને એવી રીતે બેવડ વાળો કે **अ, ब** ઉપર આવે અને **क** સ્થિર રહે. ત્રિકોણના બન્ને ભાગો કેવા છે? સરખા. **अ ब** ખુણા કેવડા છે? ૬૦°ના. સળથી ∠**क**ના કેવડા ભાગ થાય છે? ૩૦°ના. **अडक** ત્રિકોણમાં **ड**ની સામેની બાજુ માપો અને **क**ની (૩૦°ની) સામેની બાજુ માપો. આ બાજુઓને સરખાવો. શું માલમ પડે છે?



अ ड = ૧·૪", ∠**अ**=૬૦°, ∠**ड**=૯૦° લઈ ઉપરનો ત્રિકોણ કરો.
अ ड = ૪·૭ સે. મી., ∠**अ**=૬૦°, ∠**ड**=૯૦°, લઈ ,,
अ ड = ૨·૩", ∠**अ** = ૬૦°, ∠**ड** = ૯૦° લઈ ,,

દરેકમાં **अ क** માપી **अ ड** સાથે સરખાવો. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૩૦°નો હોય તો તેની સામેની બાજુ અને કાટખુણાની સામેની બાજુ વચ્ચે શો સંબંધ છે?

"કાટખુણ ત્રિકોણમાં ૩૦°ની સામેની બાજુ* કર્ણથી અર્ધી છે."

---

*કાટખુણ ત્રિકોણમાં કાટખુણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાય છે. ચતુષ્કોણ વગેરેમાં સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ કહેવાય છે.

(ઢ) બીજા સર્વસનામ ત્રિકોણો.

(૪) **अब** ૧·૪" લો. **बक** ૨·૧" અને **अक** ૨·૫" લઈ **अबक** ત્રિકોણ કરો. એજ લંબાઈઓ લઈ એક બીજો ત્રિકોણ **अ' ब' क'** કરો. સરખી બાજુઓ એક બીજી ઉપર પડે તેમ **अबक** ત્રિકોણને ઉંચકીને **अ' ब' क'** ઉપર મૂકો, બન્ને અરસપરસ મળી જાય છે કે કાંઈ ફેર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે. આજ પ્રયોગ ચાર પાંચ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? ત્રણે બાજુ સરખી આપેલી હોય એવા ત્રિકોણો વિષે કાંઈ નિયમ એ ઉપરથી નીકળે છે?

'એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.'

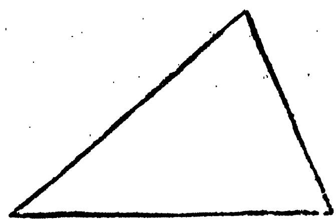
(૫) ∠**बअक** અને ∠**डइफ** કાટખુણા લો. **अब** ૧·૪" લો, અને **डइ** પણ તેવડીજ લો. **ब** મધ્યબિંદુ લઈ **अक**ને **क**માં છેદે તેમ એક ત્રિજ્યા લઈ કૌંસ દોરો. **इ** મધ્યબિંદુ લઈ **बक**ના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઈ કૌંસ દોરી **डफ**ને **फ**માં છેદો. **अबक, डइफ** ત્રિકોણ પુરા કરો. **अबक** ત્રિકોણને ઉંચકીને એવી રીતે **डइफ** ત્રિકોણ ઉપર મુકો કે કાટખુણો કાટખુણા ઉપર અને **ब, इ** ઉપર આવી રહે. **क, फ** ઉપર બરાબર આવી રહે છે? ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે?

अब, डइ ૨·૩"ની લઈ ઉપર પ્રમાણે **अबक, डइफ** બે કાટખુણ ત્રિકોણ કરો. બન્ને ત્રિકોણમાં શું શું સરખાં આપેલાં છે? કર્ણ, એક બાજુ અને કાટખુણા. ∠**ब**, ∠**इ** માપો અને સરખાવો: ∠**क**, ∠**फ** માપો અને સરખાવો. **अक, डफ** માપો અને સરખાવો. આ પ્રમાણે **अब, डइ**ની જુદી જુદી લંબાઈ લઈ ઘણી વખત પ્રયોગ કરો. **अक, डफ**ની સરખી જુદી જુદી લંબાઈ લઈ એ પ્રયોગ ઘણી વખત કરો. આ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"બે કાટખુણ ત્રિકોણોમાં એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય અને કર્ણો પણ સરખી હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે."

(ઠ.) ત્રિકોણમાં અસમાન બાજુ અને ખુણાનો તેની સામેના ખુણા અને બાજુની જોડે સંબંધ.

अबक, કોઈપણ ત્રિકોણ, જેમાં **अब** **अक** કરતાં મોટી હોય તેવો લો. ∠**ब**, ∠**क** માપો અને સરખાવો.કયો ખુણો મોટો છે? ∠**क. अब, अक**માં કયી મોટી છે? **अब.** ત્યારે મોટી કે નાની બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે? મોટી બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે.



अबक કોઈપણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લો. ∠**ब**, ∠**क**ની પાતળા કાગળ પર નકલ કરો, અથવા તેને કાપી કાઢો. ∠**क**ના ઉપર ∠**ब** મુકી બન્નેને સરખાવો. કયો મોટો છે? ∠**क. अब, अक** માપી સરખાવો. કયી બાજુ મોટી છે? **अब.** આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ દશ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લઈ કરો. ત્રિકોણમાં મોટી બાજુની સામેનો ખુણો અને નાની બાજુની સામેનો ખુણો એ એની વચ્ચે શો સંબંધ છે? તેનો કાંઈ નિયમ નીકળે છે?

"કોઈપણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી બાજુ કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે."

अ ब એક લીટી લો. **अ** આગળ એક **बअक** ખુણો કરો. અને **ब** આગળ ∠**अ ब क**, ∠**ब अ क** કરતાં નાનો કરો. **अ ब क** ત્રિકોણ પુરો કરો. **बक, अक** માપો અને સરખાવો. કયી મોટી છે? **बक** મોટી છે. ∠**अ** અને ∠**ब**માં કયો મોટો છે? ∠**अ.** આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

अब એક લીટી દોરો, **बअक** એક ખુણો કરો અને એના કરતાં મોટો ∠**अबक** કરો. ત્રિકોણ પુરો કરી **अक, बक** માપી સરખાવો. કયી મોટી છે? **अक.** એ બાજુ મોટા ખુણાની સામેની કે નાના ખુણાની

સામેની છે? મોટા ખુણાની સામેની. ઉપલા બન્ને પ્રયોગો પાંચ પાંચ વખત કરો. એ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે?

"કોઈપણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો બીજા કરતાં મોટો હોય તો તે મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે."

પ્રશ્નો.

૩૯. કાટખૂણુ ત્રિકોણમાં કયી બાજુ મોટામાં મોટી હોય છે તે કહો.

૪૦. પહોળખૂણુ ત્રિકોણમાં કયી બાજુ મોટામાં મોટી હોય છે તે કહો.

૪૧. નીચેના કોઠામાં ખાલી આસનો પુરોઃ—

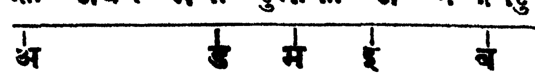
ત્રિકોણ	સાંકળખુણુ છે?	કાટખુણુ છે?	પહોળખુણુ છે?
સમબાજુ ત્રિકોણ			
સમદ્વિબાજુ ત્રિ.			
વિષમબાજુ ત્રિ.			

ટીપ. એકસારસાઇઝ બુકમાં આવો કોઠો કાઢી જવાબ લખવા.

જવાબ નક્કીજ હોય તો "હા" કે "ના" લખવું. બની શકતું હોય તો "બની શકે" કે "હોઈ શકે" લખવું.

(ર) ત્રિકોણની બે બાજુના સરવાળા અને બાદબાકીનો ત્રીજી બાજુ જોડે સંબંધ.

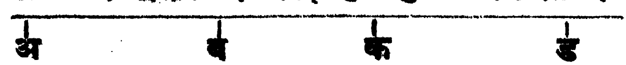
અબ કોઈપણ લીટી લો. **અબ**ને **મ**માં દુભાગો. **અ** મધ્યબિંદુ



અને **અક** ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. **બ** મધ્યબિંદુ અને **બઈ** ત્રિજ્યા લઈ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે? નહિ. **અબ** પાયા ઉપર એ વર્તુળો દોરી ત્રિકોણ થઈ શકે છે? નહિ. **અક**, **અમ**થી મોટી કે નાની છે? નાની. **બઈ**, **બમ**થી

નાની કે મોટી છે? નાની. આ વર્તુળોથી ત્રિકોણ થતો નથી ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે શું થવું જોઈએ? વર્તુળોએ અરસપરસ છેદવું જોઈએ. વર્તુળો ક્યારે એક બીજાને છેદે? **अड**, **अइ**થી મોટી જોઈએ, અથવા **बइ**, **बड**થી મોટી જોઈએ. ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે **अड** + **अइ** ત્રિજ્યાઓનો **अब** સાથે શો સંબંધ છે?

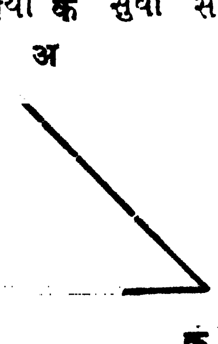
अब કોઈપણ લીટી લો. **अब**ને **ब** તરફ **ड** સુધી લંબાવો. **ब** મધ્યબિંદુ લઈ અને **बक** ત્રિજ્યા લઈ એક



વર્તુળ દોરો. **अ** મધ્યબિંદુ અને **अड** ત્રિજ્યા લઈ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે કે નહિ? કારણ શું? એક વર્તુળ બીજાની તદ્દન અંદર રહી જાય છે. જો એક વર્તુળ બીજાને છેદે એવો દોરવો હોય તો કેવડી ત્રિજ્યા લેવી જોઈએ? **अब** – **बक**થી મોટી ને **अक**થી નાની. આ ઉપરથી બે બાજુના સરવાળા કરતાં ત્રીજી બાજુ મોટી હોય તો ત્રિકોણ બની શકે કે નહિ તે વિષે શું કહો છો? નહિ બની શકે.

अब ૨·૭", **बक** ૧·૩", **कअ** ૧·૧" બાજુઓ લઈ ત્રિકોણ કાઢો. ત્રિકોણ શક્ય છે? **अब** ૩·૫ સે. મી., **बक** ૧ ૩ સે. મી. **कअ** ૨·૨ સે. મી.નો ત્રિકોણ શક્ય છે કે નહિ? આકૃતિઓ કાઢો. ત્રિકોણ બને છે કે નહિ? કારણ શું? ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો **कअ** ઓછામાં ઓછી કેવડી લેવી જોઈએ?

ब અને **क** વચ્ચેનું અંતર કેટલું છે? **ब**થી **क** સુધી સીધું અંતર ન લેતાં **ब**થી ઉપર કે નીચે જઈ **बअक** એક વાંકી લીટી દોરો. **बअक**, **बक** કરતાં ઓછી કે વધારે છે? વધારે, કારણ કે **बअक** વાંકું અંતર છે. એજ પ્રમાણે **अब** અંતર માપો. અને **अकब** વાંકું અંતર માપો. કયું મોટું છે? **अकब** કારણ કે **अकब** વાંકું અંતર છે. અને **अक ब**



અબક માપો. કયું અંતર મોટું છે? **અબક.** કારણ કે **અબક** અંતર વાંકું છે? આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? ત્રિકોણની બે બાજુનો સરવાળો અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શો સંબંધ હોવો જોઇએ?

"કોઈપણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો હોય છે."

અબ ૪·૬" લો. **બક** ૨·૫" લો. **કઅ** કેટલા ઈંચ કરતાં લાંબી હોય કે ત્રિકોણ થઈ શકે? (૪·૬" – ૨·૫" =) ૨·૧" કરતાં લાંબી જોઇએ. આ પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઇ કરો. આ ઉપરથી ત્રિકોણની બે બાજુની બાદબાકી અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શો સંબંધ હોવો જોઇએ?

"કોઈપણ ત્રિકોણમાં કોઈપણ બાજુ બીજી બે બાજુની બાદબાકીના કરતાં મોટી હોય છે."

(ઢ) અસમાન ત્રિકોણો.*

કોઈપણ બે નાના મોટા ખુણા લો. જાડા દોપીસ્તાની બે સરખી પટીઓ કાપી કાઢો; અને બીજી બે સરખી પટીઓ કાપો. બન્ને જોડમાંથી એકેક પટી લઈ એકેક છેડા ઉપર ટાંકણી મારી તે બેની વચ્ચે મોટો ખુણો રાખો. (પટીઓ જોઇએ તેના કરતાં સહેજ મોટી રાખવી કે ટાંકણી મારી શકાય). બીજી બે પટીઓમાં પણ ટાંકણી મારી બેની વચ્ચે નાનો ખુણો રાખી પહેલી બે પટીના ખુલ્લા છેડાનું અંતર માપો. કયો પાયો કોનાથી મોટો છે? કયી જોડની પટીની વચ્ચેનો ખુણો મોટો છે? બન્ને ત્રિકોણમાં કેટલી કેટલી બાજુઓ સરખી છે?

∠**અબક** મોટો અને ∠**ડઇફ** નાનો લો. **બઅ**, **બક** કોઈપણ અંતર કાપો. **બઅ** જેવડી **ઇડ** કાપો; **બક**ના જેવડી **ઇફ** કાપો. **અક**, **ડફ** સાંધો. બન્નેને માપો. કયી બાજુ મોટી છે? **અક. અક** મોટી છે તેની

---

*જે ત્રિકોણોનાં બાજુ અને ખુણાઓ અનુક્રમે હોતાં બરાબર ન હોય એવા ત્રિકોણ; એટલે કે જે ત્રિકોણો સર્વસમાન કે એકરૂપ નથી હોતા તે.

સામેનો ખુણો, **डक** નાની છે તેની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે કે નાનો? મોટો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

∠**अबक** નાનો અને ∠**डइफ** મોટો લો. **बअ** અને **इड** સમાન કાપો. **बक** અને **इफ** સમાન કાપો. **अक, डफ** અંતર માપો. કયું અંતર મોટું છે? **डफ**. આ પ્રયોગો ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખૂણો બીજા ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખૂણા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે."

अब, डइ બે નાની મોટી લીટી લો. **अ** મધ્યબિંદુ અને **अक** ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. **ड** મધ્યબિંદુ લઈ અને **अक**ના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. **ब** અને **इ** મધ્યબિંદુઓ અને એકજ સરખી ત્રિજ્યા લઇ બે વર્તુળો **अबक, इडफ** ત્રિકોણ બને તેમ દોરો. **अब, डइ** માપો. કયી મોટી છે? **अब**. ∠**क**, ∠**फ** માપો. કયો ખુણો મોટો છે? ∠**क**. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ પાંચ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઈ કરો. શો નિયમ નીકળે છે?

કોઇપણ બે કાગળની પટીઓ લો. અને તેના જેવડીજ લાંબી બીજી બે પટીઓ લો. બન્ને જોડમાંથી એકેક પટી લઈ બે છેડા વચ્ચે એક ત્રીજી પટી મુકો. અને બાકીના છેડાઓને પાસેપાસે લાવો. એજ પ્રમાણે બાકીની બે પટી લઇ તેના છેડા વચ્ચે એક (પહેલાના કરતાં નાની કે મોટી) ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને જોડી દો. આ બે ત્રિકોણોમાં કયી કયી બાજુઓ બરાબર છે? બન્નેના પાયા માપો (ત્રીજી પટીઓ). કયો મોટો છે? એ પાયાની સામેના ત્રિકોણના ખુણા માપો. કયો ખુણો નાનો છે? કયો મોટો છે? આ ઉપરથી જે નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"કોઈપણ ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુખુણો બીજા ત્રિકોણના શિરોબિંદુખુણા કરતાં મોટો છે."

(ण) ત્રિકોણનાં બીજાં લક્ષણ.

કોઈપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લો. સળ વાળી તેના પાયા ઉપર શિરોબિંદુમાંથી લંબ દોરો. પાયાના જે બે ભાગ લંબથી થાય છે તેને સરખાવો. આ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. શો નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરીએ તો તે લંબ પાયાના બે સરખા ભાગ કરે છે."

अबक એક સમદ્વિબાજુ (**अक = बक**) ત્રિકોણ દોરો. **अब** પાયાને સળ વાળી **म**માં દુભાગો. **म क**ને સાંધો. ∠**अमक**, ∠**बमक** માપો. ∠**अकम**, ∠**बकम** માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લઇ કરો. શો નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપરના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી* પાયાને લંબ છે અને શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના બે સરખા ભાગ કરે છે."

સમબાજુ ત્રિકોણ લઈ ઉપલા બન્ને પ્રયોગો કરો. એ નિયમો સમબાજુ ત્રિકોણને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? પડે છે.

अबक ત્રિકોણ લો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધી કાઢો. આ મધ્યબિંદુ અને સામેનાં શિરોબિંદુ સાંધો. આ લીટીઓ (મધ્યગાઓ)* ક્યાં મળે છે તે જુઓ. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. મધ્યગાઓના છેદનબિંદુ વિષે આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

---

* ત્રિકોણની કોઈપણ બાજુના મધ્યબિંદુને સામેનાં શિરોબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

"ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકબિંદુગામી છે, એટલે બધી મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે."

આ મધ્યગાઓ અરસપરસ જે બિંદુમાં મળે છે તે બિંદુ આગળથી દરેક મધ્યગાના થતા બે ભાગો માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની દરેક મધ્યગા સામાન્ય છેદનબિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે;** અને દરેક મધ્યગાનો શિરોબિંદુ તરફનો ભાગ તેના પાયા તરફના ભાગથી બમણો છે.

કોઇપણ ત્રિકોણ લો. તેના પાયા આગળના બે ખુણા દુભાગો. આ દુભાગનારી લીટી જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુને ત્રિકોણના ત્રીજા શિરોબિંદુ જોડે સાંધો; અને એ લીટીથી શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના થતા બે ભાગો માપો. ત્રિકોણના ગમે તે બે ખુણા દુભાગી ઉપલો પ્રયોગ કરો. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સળથી દુભાગો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ક્યાં મળે છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો? **એ લીટીઓ એકબિંદુગામી છે.**

કોઇપિણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધો. આ મધ્યબિંદુમાંથી ત્રિકોણની (તેજ મધ્યબિંદુ વાળી) બાજુ ઉપર સળ વાળી લંબ દોરો. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. શું અનુમાન કરો છો?

"ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલા લંબ એકબિંદુગામી છે."

કોઇપિણ ત્રિકોણ લો. તેની બે બાજુ દુભાગો. આ બાજુના મધ્યબિંદુ સાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી અને દુભાગેલી બાજુની વચ્ચેના ખુણાઓ માપો અને ત્રિકોણના પાયા આગળના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે? ત્રિકોણનો પાયો માપો. અને બીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સાંધનારી લીટી માપો. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **"ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે અને તેનાથી અર્ધી છે."**

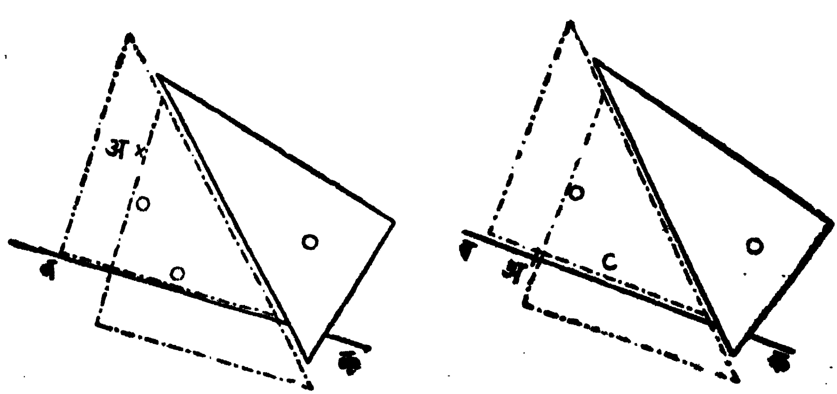
કોઈપણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુ દુભાગો અને તેનાં મધ્યબિંદુઓ અરસપરસ સાંધો. આ લીટીથી થતા ચારે ત્રિકોણો કાપી લઈ સરખાવો. અથવા વચ્ચેના ત્રિકોણ ઉપર બહારનાં ત્રણે ત્રિકોણ વારા ફરતી મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીની ઉપરથી એવડ વાળો. પ્રયોગ વારંવાર કરી જે અનુમાન નીકળે તે કહો. **“ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ ત્રિકોણમાં ચાર સર્વસમાન ત્રિકોણ કરે છે.”**

કોઈપણ **अबक** ત્રિકોણ લો. **अब** બાજુના છેડા એક બીજા ઉપર બરાબર આવે તેમ સળ વાળો. આ સળ **अब**ને કાટખુણે દુભાગે છે? **बक**ને પણ એજ પ્રમાણે કાટખુણે દુભાગો. આ બન્ને સળ **म**માં મળે તો **म**ને **कअ**ના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો. આ લીટી **अक**ને લંબ છે? હા. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. શું અનુમાન નીકળે છે તે કહો.

“ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલી લંબો જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુથી ત્રીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી ત્રીજી બાજુને પણ લંબ હોય છે.”

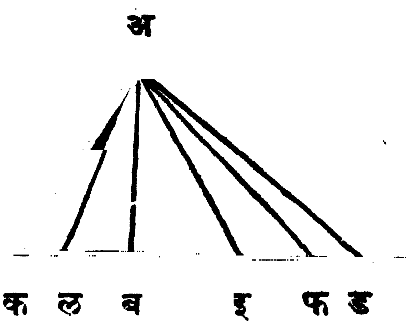
§ ૧૦. લંબ.

(क). अ બિંદુમાંથી ब क ઉપર લંબ દોરવા વિષે.



बक કોઈપણ લીટી દોરો. તેની બહાર અથવા અંદર **अ** બિંદુ લો. **बक**ની સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી કોર બરાબર મુકો અને તેના કર્ણની સાથે બીજો સેટસ્કવેર (અથવા ફુટપટી) મુકો. આ સેટસ્કવેર સજ્જડ રાખી પહેલા મુકેલા સેટસ્કવેરને નીચે અથવા ઉપર કોરની સાથે બરાબર રાખી ખસેડો. અને જ્યારે **अ** બિંદુ સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી ઉભી કોરની નીચે બરાબર આવે ત્યારે **अ**માંથી એ કોરની સાથે પેન્સીલથી **बक** ઉપર કાટખુણે પડતી લીટી દોરો.

(ख) સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્ત્વ.



अ કોઈપણ બિંદુ અને **कड** કોઈપણ લીટી લો. **अ**માંથી **कड** ઉપર **अब** લંબ દોરો. **अल**, **अइ**, **अफ** કોઈપણ લીટીઓ દોરો. **अब** માપો. **अल**, **अइ**, **अफ** માપો. કયી નાનામાં નાની છે? **अब**. **अ**માંથી **कड** ઉપર **अब**ના કરતાં કોઈ નાની લીટી દોરાય ખરી? નહિ.

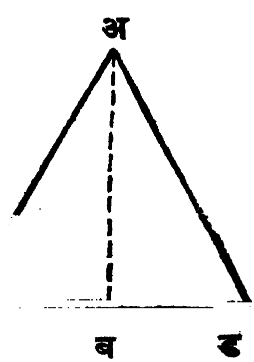
ત્યારે કોઈપણ બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટી સુધી લીટીઓ દોરીએ તો તેમાંથી નાનામાં નાની કયી છે એ વિષે શો નિયમ છે?

"આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી દોરેલી બધી લીટીઓમાં જે તેના પર લંબ છે તે નાનામાં નાની છે."

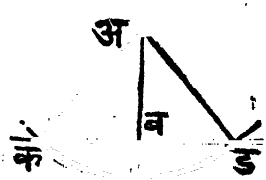
∠**अबइ**, ∠**बअफ** માપો. કયો મોટો છે? **अइ**, **अफ** માપો. કયી મોટી છે? ∠**बअक**, ∠**बअड** ∠માપો. કયો મોટો છે? **अ फ**, **अ ड** માપો. કઈ મોટી છે? ∠**बअल**, **बअक** માપો. કયો મોટો છે? **अल**, **अक** માપો. કયી મોટી છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **अ**માંથી **कड** સુધી જે જે લીટીઓ દોરીએ તે લીટીઓ અને **अब** લંબની વચ્ચેના ખુણા અને તે લીટીઓનો શો સંબંધ છે?

"લંબની સાથે એ (આડી, કર્ણ) લીટી જેમ જેમ મોટો ખુણો કરે છે તેમ તેમ એ લીટી મોટી થતી જાય છે."*

∠**अलब**, ∠**अकब** માપો અને **अल**, **अक** માપો. તેમજ ∠**अइब**, ∠**अफब** અને **अइ**, **अफ** માપો. તેમજ ∠**अफब** ∠**अडब** અને **अफ**, **अड** માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? **"अમાંથી જે લીટી कड સુધી દોરીએ તે જેમ જેમ મોટી થતી જાય તેમ તેમ તે લીટી અને कडની વચ્ચેનો ખુણો નાનો થતો જાય છે.*"**



अ બિંદુ અને **कड** લીટી લો. **अ**માંથી **कड** ઉપર લંબ દોરો. **कअब** કોઇ પણ ખુણો કરો અને તેવડોજ **बअड** ખુણો કરો. **अक**, **अड** માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ∠**कअब** લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **"લંબની બન્ને બાજુએ જે લીટીઓ સરખા ખુણા કરે તે સરખીછે."**



अ બિંદુ અને **कड** લીટી લો. **अ**માંથી **कड** ઉપર લંબ દોરો. **अ** મધ્યબિંદુ અને **अड** ત્રિજ્યા લઇ **कड**ને **ड**, **क**માં છેદે તેમ એક કાંસ દોરો. **डक** સાંધો. ∠**कअब**, ∠**डअब** માપો. શું અનુમાન કરો છો? **अड** ત્રિજ્યા જુદી જુદી લઈ એજ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. આ ઉપરથી શો નિયમ નીકળે છે?

"લંબની આજુબાજુએ આપેલી લીટી સુધી જે સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે."

---

*આ પ્રયોગો પરથી કાંઈ એવું સિદ્ધ થતું નથી કે ખુણો બમણો, દોઢો કે ત્રણગણો થાય તો લીટી પણ અનુક્રમે બમણી, દોઢી કે ત્રણગણી થાય છે; અને ઉલટું.

અબ કોઈપણ લીટી લો. **ક** બિંદુ **અબ**ની બહાર લો. **અબ**થી **ક**નું અંતર કેટલું છે? **ક**માંથી **અબ** સુધી ઘણી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ સરખી લંબાઈની છે? નહિ. એ બધીમાં સૌથી નાની કયી છે? **અબ** ઉપર **ક**માંથી જે લંબ છે તે. ત્યારે એક લીટીથી કોઈ બિંદુનું અંતર કાઢવું હોય તો તે આપેલી લીટી સુધી તે બિંદુમાંથી જે લંબ દોરીએ તે લંબ બિંદુનું અંતર લેવાય છે. તેથી **અબ**થી **ક**નું સૌથી નાનું અંતર, એટલે **અબ** ઉપર **ક**માંથી દોરેલી લંબ લઇએ છીએ. આ લંબના કરતાં બીજું કોઈ અંતર નાનું છે? આ ઉપરથી કોઈ આપેલા બિંદુમાંથી કોઈ આપેલી લીટી સુધીનું અંતર કાઢવાને માટે તે બિંદુમાંથી તે લીટી ઉપર આપણે જે લંબ દોરીએ તે તેનું **અંતર** કહેવાય છે.

(ग) નિધાન.*

કોઈપણ **અબ** લીટી દોરો. **અબ**ને સળથી **ક**માં દુભાગો અને **ક**માંથી **અબ** ઉપર લંબ દોરો. આ લંબમાં કોઈપણ **ड** બિંદુ લો. **डअ, डब** સાંધો. તેને માપો. બન્ને અંતર સરખાં છે? હા. **कड**માં ચાર પાંચ બિંદુ લઈ તેઓને **अ, ब** જોડે સાંધો અને બન્ને અંતરો માપો. **कड** ઉપરનાં કોઈપણ બિંદુનાં **अ, ब** સુધીનાં બન્ને અંતરો સરખાં છે? હા. આ ઉદ્યોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

"કોઈપણ લીટીના દુભાગનાર લંબ ઉપરનું કોઈપણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે".+

કોઈપણ ∠**बअक** ખુણો લો. અને સળ પાડી દુભાગો. આ સળ ઉપર કોઈપણ બિંદુ લઈ તેમાંથી **बअ, कअ** શાખાલીટી ઉપર લંબ દોરો. એ લંબ માપો. બન્ને સરખા છે? હા. દુભાગનાર લીટી ઉપર પાંચ દશ બિંદુ લઈ એજ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો?

---

*અમુક આપેલી શરત પૂર્ણ કરે એવાં બિંદુઓનો જે માર્ગ તે નિધાન કે કક્ષા કહેવાય છે +એમાં દુભાગનાર લીટી આપેલાં બિંદુનું નિધાન છે.

"કોઇપણ ખુણાની દુભાગનારી લીટી ઉપરનું કોઇપણ બિંદુ આપેલા ખુણાની શાખાલીટીથી સરખે (કાટખુણે) અંતરે છે."*

કોઈપણ ત્રિકોણ દોરો. તેના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ એકજ બિંદુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવો છો?

"ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબો એકબિંદુગામી છે"

કોઈપણ ત્રિકોણ દોરો. તેની બાજુમાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુ પર લંબ દોરો. આ લંબો એકજ બિંદુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ પાંચ જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવો છો?

"ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબો એકબિંદુગામી છે."

§૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ.

(क). સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણો.

કોઈપણ બે સમાન્તર લીટી દોરો. તેને છેદે એમ એક આડી લીટી દોરો. આ લીટીને સમાન્તર એક બીજી આડી લીટી દોરો. આ આકૃતિમાંથી કયી કયી બાજુઓ સમાન્તર છે? સામસામેની. આવી આકૃતિ **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ** કહેવાય છે.

નિશાળના ઓરડામાં કયી કયી ચીજોમાં સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માલમ પડે છે? પાટીઉં, ટેબલ, સ્લેટ, ચોપડી,...કોઇપણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ આશરે કાઢો; તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે તપાસી જુઓ. હાથથીજ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરાય ત્યાં સુધી એવીજ આકૃતિ સ્લેટ ઉપર પાડ્યા કરો.

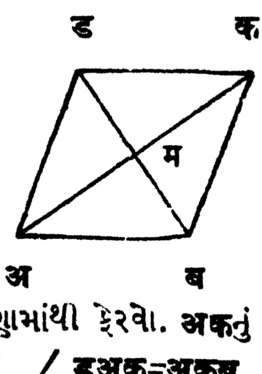
---

* અમુક આપેલી શરત સંપૂર્ણ કરે એવાં બિંદુઓનો જે માર્ગ તેને નિધાન કે કક્ષા કહે છે. એમાં દુભાગનાર લીટી આપેલાં બિંદુનું નિધાન છે.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સમાન્તર હોય તેને **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.

કોઈપણ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની સામસામેની બાજુ અને ખુણાઓ માપો અને સરખાવો. તેના કર્ણ દોરો. આ કર્ણ અને બાજુઓની વચ્ચેના ખુણા માપી સરખાવો. આ પ્રયોગ જુદી જુદી આકૃતિઓ કાઢી કરો. આ ઉપરથી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ વિષેની કયો નિયમ માલમ પડે છે? "સામસામેની બાજુ અને ખુણા બરાબર છે." "કર્ણથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણા બરાબર છે." કર્ણથી થતા બન્ને ત્રિકોણો અરસપરસ લઈ સરખાવો. એક ત્રિકોણ કાપી કાઢી બીજા ઉપર બરાબર બેસે એમ મૂકો. જુદી જુદી આકૃતિઓ લઈ આ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો? "બન્ને ત્રિકોણો સર્વસમાન છે."

નોંધ. સંજ્ઞા—સમાન્તર સીધી લીટીઓને માટે || (ઉભી બે લીટી)નું ચિહ્ન વપરાય છે; અને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માટે ‖ કોણ અથવા સ૦ ચ૦ વપરાય છે.



अबकड એક સ૦ ચ૦ લો. **अक** સાંધો, **अड, कब** કેવી લીટી છે? ત્યારે ∠**डअक**, ∠**अकब** બરાબર છે? કારણ? **अब, डक** કેવી લીટી છે? ત્યારે ∠**बअक**, ∠**अकड** બરાબર છે? કારણ? **अक**નું મધ્યબિંદુ **म** લો. **अबकड** સ૦ ચ૦ની નકલ કાગળ પર લો. આ નકલને અર્ધા વર્તુળમાંથી, એટલે બે કાટખુણામાંથી ફેરવો. **अक**નું **म** શું છે? મધ્યબિંદુ. ત્યારે **अ, क** ઉપર પડે છે? ∠**डअक=अकब** છે ત્યારે **अड, कब** ઉપર પડેછે? અને ∠**बअक=**∠**अकड**, ત્યારે **अब, कड** ઉપર પડે છે? **मअ** કયાં પડે છે? **मक** ઉપર. **ड** કયાં પડે છે? **ब** ઉપર. **ब** કયાં પડે છે? **ड** ઉપર. **क** કયાં પડે છે? **अ** ઉપર.

बक કોની બરાબર થાય છે? **डअ**ની. **अब** કોની બરાબર થાય છે? **कड**ની. ∠**ब** ક્યાં પડે છે? ∠**ड** ઉપર. અને ∠**बअड** ક્યાં પડે છે? ∠ **डकब**ની ઉપર. ત્યારે આખો નકલ કરેલો સ૦ ચ૦ મૂળ સ૦ ચ૦ ઉપર બરાબર પડે છે? હા. અને **ड**, **ब** ઉપર પડે છે અને **ब**, **ड** ઉપર પડે છે ત્યારે **मब**, કોની બરાબર છે? **मड**ની. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શા નિયમો ઉપર આવો છો?

“ કોઈપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં

(ક) સામસામેની બાજુ બરાબર છે.

(ખ) સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

(ગ) દરેક કર્ણ સ. ચ.ના બે સરખા ભાગ કરે છે. અને

(ઘ) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે. ”

(ख) જુદી જુદી જાતના સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણો.

अब, **अक** બે સરખી લીટી કાટખુણે દોરો. **ब**માંથી **बड**, **अक**ની સમાન્તર અને **क**માંથી **कड**, **अब**ની સમાન્તર લીટી દોરો.

अबकड સ. ચ. છે? હા. **अबकड**નાં બાજુ અને ખુણા માપો. શું માલમ પડે છે? બધી બાજુ સરખી છે અને બધા ખુણા કાટખુણા છે. આ આકૃતિને **ચોરસ** કે **સમચોરસ** કહે છે.

કાગળમાંથી બે સરખા ચોરસ કાપી એકને બીજા ઉપર જુદી જુદી રીતે ગોઠવો. શું અનુમાન કરો છો? બન્ને ચોરસનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે.

अब, **अक** બે અસમાન લીટી કાટખુણે દોરો. **अबकड** સ. ચ. પુરો કરો. અને તેનાં બાજુ અને ખુણા માપી સરખાવો શું અનુમાન કરો છો? બધી બાજુઓ સરખી નથી પણ બધા ખુણા કાટખુણા છે. આવી આકૃતિને **લંબ ચોરસ** કહે છે.

अब, कड સમાન લીટી કાટખુણા સિવાયનો કોઇપણ ખુણો કરે તેમ દોરો. [illegible] સ. ચ. પુરો કરો. આવી આકૃતિને રોમ્બસ અથવા વિષમ ચતુરસ્ત્ર કહે છે.

કોઈપણ લંબ ચોરસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો? કોઇપણ રોમ્બસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણાં સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો? કોઈપણ સ. ચ. દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો?

"લંબ ચોરસમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે અને ખુણા કાટખુણા છે." "રોમ્બસમાં બધી બાજુઓ સરખી છે અને સામસામેના ખુણા સરખા છે." "કોઈપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાંજ બાજુ અને ખુણા સરખા છે."

પ્રશ્નો.

૧. નીચેનાં માપની બાજુઓ પર સમચોરસ દોરો:—
   ૫.૭ સે. મી.; ૪.૮ સે. મી.; ૩.૪"; ૨.૭"; ૯.૭ સે. મી.; ૩.૧"; ૨૫ મી. મી.; ૮.૧ સે. મી.; ૫.૧"; અને ૩.૯".

૨. નીચે પાસેપાસેની બે બાજુઓ આપી છે તો લંબચોરસ દોરો:—
   ૩.૨ સે. મી, ૭ સે. મી.; ૪.૫", ૩.૭"; ૨.૩", ૪.૧"; ૮.૯ સે. મી. ૧.૪ સે. મી.; ૭.૮", ૫.૩"; ૬.૧", ૩.૧"; ૧.૯", ૨.૩"; ૨૨ મી. મી, ૩૯ મી. મી.; ૩.૯", ૨.૭".

૩. નીચેનાં માપ ઉપરથી રૉમ્બસ દોરો.—
   ∠**अ** = ૫૧°, અ = ૫.૧"; ∠**ब** = ૧૧૫°, બ = ૩.૨";
   ∠**क**=૭૨°, ક = ૭.૦ સે. મી., ∠**ड** = ૬૭°, ડ = ૯.૭ સે. મી.

૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરો:—
   (૧) ∠**ड** = ૩૫°, ક = ૪.૩", ડ = ૩૯".
   (૨) ∠**क** = ૬૭°, અ = ૭.૮ સે. મી., બ=૭.૧ સે. મી.;
   (૩) ∠**क** = ૧૧૫°, ક = ૯.૩ સે મી., બ = ૬.૧ સે. મી.;
   (૪) ∠**ब** = ૭૧°", અ = ૩.૫", બ = ૨.૭";
   (૫) ∠**अ** = ૯૭°, બ = ૪૨", ક = ૩.૫".

૫. જાડા કાગળમાંથી ચાર પટી કાપી કાઢી એક સ૦ ચ૦ બનાવો. તેને મચડી એક ખુણો કાટખૂણો કરો. બાકીના ખુણા માપો.

૬. ઉપર પ્રમાણે એક સ૦ ચ૦ બનાવી મચડી એક લંબચોરસ બનાવો.

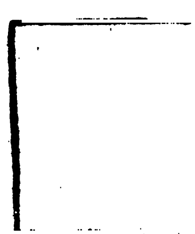
૭. એક સમચોરસ ચોકઠું બનાવી તેને સહેજ મચડો. કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો.

(ग) ચોરસ વગેરેના અન્ય ગુણ.

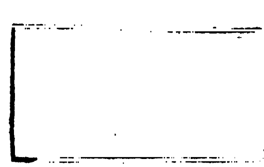
ચોરસ, લંબચોરસ, રોમ્બસ અને સ૦ ચ૦ના કર્ણો દોરો. કર્ણના ભાગો માપો ને સરખાવો. આખા કર્ણોને સરખાવો. દરેકને વિષે શો નિયમ નીકળે છે?

"ચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ કાટખુણે અરસપરસ દુભાગે છે."
"લંબચોરસના કર્ણો સરખા હોઇ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."
"રોમ્બસના કર્ણો અસમાન હોઈ અરસપરસ કાટખુણે દુભાગે છે."
"સ. ચ.ના કર્ણો અસમાન હોઇ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બધી બાજુ સરખી હોય અને બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને **ચોરસ કે સમચોરસ** કહે છે.



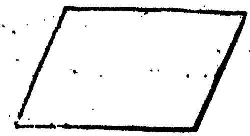
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણના બધા ખુણા કાટખુણા હોય પણ પાસેપાસેની બાજુ સરખી ન હોય તેને **લંબચોરસ** કહે છે.



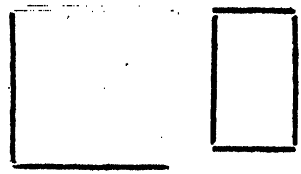
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બાજુઓ સરખી હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને **રોમ્બસ કે વિષમ ચતુરસ્ર** કહે છે.



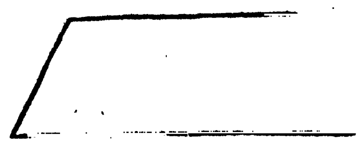
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની સામેસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય અને ખુણા કાટખુણા હોય કે ન હોય તેને **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ** કે **ચોખુણ** કહે છે.



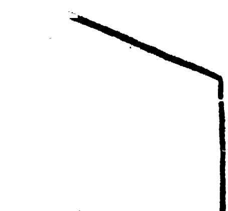
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને **કાટખુણ ચોખુણ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની ફક્ત એજ બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને **ટ્રાપિઝ્યમ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની કોઇપણ બાજુઓ સમાન્તર ન હોય તેને **વિષમબાજુ ચતુષ્કોણ** કે **ચોખુણ** કહે છે.



ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આપેલી ચોરસ, લંબચોરસ, રોમ્બસ, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ, કાટખુણ ચોખુણ, ટ્રાપિઝ્યમ અને વિષમબાજુ ચતુષ્કોણની આકૃતિઓ બરાબર આવે ત્યાં સુધી પહેલાં સાહિત્યોથી અને પછી હાથથીજ પેન્સીલ કે પેનથી કઢાવો.

ઉપલી વ્યાખ્યાઓમાં નિયમિત પ્રકારનો ચતુષ્કોણ જે શરૂઆતમાં કહ્યો છે તે સિવાય જે ચતુષ્કોણના ગુણો નિયમિત હોય તેવો ચતુષ્કોણ કોઇ બીજો થઈ શકે કે નહિ તે કહો.

સ૦ ચ૦ અને ટ્રાપિઝ્યમની આકૃતિઓ ફક્ત હાથથીજ કાઢો. ચોરસ અને લંબચોરસ એ બન્નેને માટે કયો એકજ શબ્દ વાપરીએ તો ચાલે? કાટખુણ ચોખુણ.

બધા કાટખુણુ ચતુષ્કોણુમાં કયો ગુણુ સામાન્ય છે?
બધા ખુણા કાટખુણા છે. અને કર્ણો બરાબર છે.

ચોરસ અને રોમ્બસ કયા કયા ગુણુમાં મળતા આવે છે?
બધી બાજુઓ સરખી છે. અને કર્ણો કાટખુણે દુભાગે છે.

કયા કયા ગુણોમાં એ બન્ને જુદા પડે છે?

બધા સ.ચ.ના કયા કયા ગુણુ છે?
સામસામેની બાજુ અને સામસામેના ખુણા સરખા છે.

લંબચોરસ અને સ.ચ.માં શો તફાવત છે? શું મળતાપણું છે? નીચેના કોઠામાં બતાવેલાં ખાનાંમાં કયા કયા ગુણુ કયી કયી આકૃતિને લાગુ પડે છે તે "હા," "ના," કે "શક્ય" શબ્દ લખી બતાવો:—

આકૃતિ	સામસામેના ખુણાને બાજુ બરાબર.	કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે.	ખુણા કાટખુણા છે.	કર્ણો બરાબર છે.	કર્ણો કાટખુણે છેદે છે.	પાસેપાસેની બાજુ બરાબર છે.
સ૦ચ૦						
લંબ-ચોરસ						
સમચોરસ						
રોમ્બસ						

નીચે પ્રમાણેનો એકેક પક્ષ લઈ ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરો:—

(૧). સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય; કે

(૨). સામસામેના ખુણા સરખા હોય; કે

(૩). સામસામેની એજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય; કે

(૪). કર્ણો અરસપરસ દુભાગે.

આ પ્રમાણેની જુદી જુદી ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરી તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે જુઓ. દરેક જાતની આકૃતિ વિષે શો નિયમ નીકળે છે ?

(૧) સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.
(૨) સામસામેના ખુણાઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.
(૩) સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.
(૪) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

પ્રશ્નો.

૮. નીચેનાં માપ ઉપરથી કાટખુણ ચતુષ્કોણ દોરો:—
બાજુઓ ૩·૫″ અને ૨·૪″; ૪·૭″ અને ૫·૩″; ૭·૮″ અને ૪·૧″ ૪·૧ સે. મી. અને ૩·૮ સે. મી.; ૯·૯ સે. મી. અને ૬·૩ સે. મી.

૯. નીચેનાં માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરો:—
બાજુઓ ૪·૧′ અને ૩·૩″ અને એ બાજુઓની વચ્ચેનો ખૂણો ૭૫°;
બાજુઓ ૬·૧″ અને ૫·૩″ અને એ બાજુઓનો અંતર્ખુણો ૧૧૨°.
બાજુઓ ૧૩·૩ સે. મી. ને ૧૦·૧ સે. મી. અને બાજુઓનો અંતર્ખુણો ૬૭°
બાજુઓ ૩·૫ સે. મી.ને ૮·૩ સે. મી. અને એ બાજુઓનો અંતર્ખુણો ૪૫°

૧૦. નીચેનાં માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણ દોરો:—

નોંધ. [**अबकड** ચતુષ્કોણમાં ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड છે અને **अब, बक, कड, डअ**ને અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ, કહી છે.]

(૧) અ = ૬·૩ સે. મી., ∠**ब** = ૮૨°, બ = ૮·૨ સે. મી., ∠**क** = ૯૦° અને ક = ૭·૭ સે. મી.

(૨) અ = ૪·૧′, બ = ૩·૫′, ડ = ૨·૭″, ∠**अ** = ૬૫° અને ∠**ब** = ૯૦°.
(૩) ∠**ब** = ૧૧૨°, બ = ૨·૧″. ∠**क** = ૫૧°, **ड** = ૯૯° અને ક = ૨·૭″.
(૪) ડ = ૫·૧′, ∠**अ** = ૭૧°, ∠**क** = ૫૫°, અ = ૪·૭″ અને ∠**ब** = ૧૧૫°.

(૫) ∠**ब** = ૮૧°, ∠**अ** = ૭૫°. ∠**क** = ૭૨°, ડ = ૭.૨ સે. મી. અને અ = ૪.૩ સે. મી.

(૬) અ = ૨.૭″, બ = ૨.૩″, ક = ૪.૩″, ∠**ब** = ૧૧૫°. અને ડ = ૩.૪″.

(૭) અ = ક = ડ = ૪.૯ સે. મી., ∠**अ** = ૭૫° અને ∠**ब** = ૫૧°.

(૮) ∠**क** = ૫૫°, ∠**अ** = ૬૯°, ક = ૪.૦″, અ = ૭.૩″ અને ડ ૩.૫″.

(૯) બ = ૧.૨″, **अब** = ૩.૨″, ∠**ब** = ૭૫°, ડ = ૨.૭″, અને ક = ૨.૫″.

(૧૦) **बक** = ૩.૩″, ∠**क** = ૧૧૩°, ∠**ब** = ૭૨°, અ = ૨.૭″ ને ∠**अ** = ૭૧°

૧૧. નીચેના ચતુષ્કોણ દોરો:—

(૧) અ = ક = ૭.૨. સે. મી., બ = ડ = ૩.૯ સે. મી. અને **बड** = ૪.૨ સે. મી.

(૨) અ = ડ = ક = ૨.૧ સે. મી. **अक** = ૨.૭ સે. મી., બ = ૩.૨ સે. મી.

(૩) અ = બ = ક = ડ = ૬.૧ સે. મી. અને **अक** = ૮.૩ સે. મી.

(૪) અ = ૫.૧″, બ = ૬.૨″, ક = ૬.૦″, ∠**ब** = ૭૨°, ∠**क** = ૫૧°.

(૫) અ = બ = ક = ૩.૭″, **कअ** = ૪.૨″, ∠**अ** = ૧૫૨°.

પ્રકરણ ૨જું.

ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો.

સૂચના:—આ ભાગ પ્રાયોગિક ભાગ થઇ ગયા પછી શીખવવો.

ભૂમિતિશાસ્ત્ર. એક દોરી બીજી દોરી કરતાં કેટલી મોટી છે તે તેની લંબાઈ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. એક મેદાન બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઈ અને પહોળાઈ ઉપરથી જાણીએ છીએ; વળી એક ટેબલ બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઈ, પહોળાઇ અને ઉંચાઈ ઉપરથી જાણીએ છીએ. તેમજ એક ઘન બીજા કરતાં કેટલો મોટો છે તે તેની લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઇ ઉપરથી એક પદાર્થ મોટો છે કે નાનો છે તે વિષે જે નિયમો છે તે નિયમો આપણે જાણવા જોઇએ. આ નિયમો દરેક પદાર્થની લંબાઈ, પહોળાઇ અને તેની વચ્ચેના ખુણાના જે ગુણો ઉપરથી નક્કી થાય છે તે ગુણોનું

વર્ણન કરવું એ **ભૂમિતિશાસ્ત્રનું કામ** છે. [ભૂ. = પૃથ્વી; જમીન; અને મિતિ = માપણી] ભૂમિતિ એટલે જમીનની માપણી. જમીન માપવાને માટે પદાર્થની લંબાઇ, પહોળાઇ, જાડાઇ અને ખુણા ઉપરથી પરિમાણો કેમ મપાય છે તે સંબંધી કાંઇ નિયમો હોય છે. અને એ નિયમોનું વિવેચન જે શાસ્ત્રમાં હોય છે તેને **ભૂમિતિ** કહે છે.

પદાર્થ.

વર્ગમાં પડેલી પાંચ દશ વસ્તુઓ વતાવો. એ દરેકને આકાર કે રૂપ છે? હા. બીજી બહારની વસ્તુઓનાં નામ આપો. એ વસ્તુઓને આકાર કે રૂપ છે? હા. એ બધી વસ્તુઓને **પદાર્થ** કહે છે, કારણ કે તેઓને રૂપ અથવા આકાર છે.

આ ઘન જુઓ. એ ઘન કાંઇ જગ્યા રોકે છે? હા. જેવડી જગ્યા એ રોકે છે અથવા જેવા પ્રકારની જગ્યા એ રોકે છે તેવો તેનો **આકાર** છે. આ ગોળ જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે? ગોળ. તેથી તેનો આકાર ગોળ છે. આ પેટી જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે? ચોખુણ. તેથી તેનો આકાર ચોખુણ છે. જે પદાર્થ જેવા પ્રકારની જગ્યા રોકે છે તેવો આકાર તેને પ્રાપ્ત થાય છે. પાણીને એક ઘડામાં રેડો. પાણીને કેવો આકાર પ્રાપ્ત થયો? ઘડાના અંદરના ભાગ જેવો. એજ પાણીને કાઢીને તપેલામાં રેડો. હવે તેનો કયો આકાર થયો? તપેલાના જેવો. આ ઉપરથી બધા પદાર્થને માટે કાંઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે? હા. શો? **દરેક પદાર્થ કાંઇપણ જગ્યા કે અવકાશનો ભાગ રોકે છે અને તેને કાંઇ આકાર હોય છે.**

બબ્બે સરખી લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઈના કકડાની ત્રણ જોડ લો. એક જોડના એક કકડાને લંબાઇ ઉપરથી થોડોવત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં હવે શો ફેર છે? એક બીજા કરતાં વધારે લાંબો છે. બીજી જોડના એક કકડાને પહોળાઇ ઉપરથી થોડોવત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શો ફેર છે? એક બીજા કરતાં વધારે પહોળો છે. ત્રીજી જોડના એક કકડાને જાડાઈ ઉપરથી ઓછોવત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શો ફેર છે? એક બીજા કરતાં

વધારે જાડો છે. આ પ્રમાણે દરેક પ્રયોગ બે ત્રણ વખત કરી એક પદાર્થ બીજા કરતાં કેટલો મોટો છે માપવા માટે દરેક પદાર્થનો નીચેનો સામાન્ય નિયમ ઠસાવો. "**દરેક પદાર્થને લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઇ હોય છે.**" આ ત્રણ પરિમાણોવાળા ઘણાએક પદાથ બતાવવાને વિદ્યાર્થીને કહો. સર્વ પદાર્થને ત્રણ પરિમેય હોય છે તેથી તે **ત્રિપરિમેયાત્મક** કહેવાય છે.

જુદી જુદી લંબાઇના, પહોળાઇના અને જાડાઇના પદાર્થો બતાવો. કેટલાક પદાર્થો એવા બતાવો કે તેના પરિમેયો બહુજ બારીક હોય. પૂછો કે કોઇ એવો પદાર્થ બતાવશો અથવા કહેશો કે જેને બિલકુલજ લંબાઇ, પહોળાઇ કે જાડાઇ ન હોય. કોઇજ નહિ.

લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ.

કોઇપણ પદાર્થ લો, એની એક બાજુ બતાવો, આ બાજુને **લંબાઇ** કહે છે. અને આ બન્નેને કાટખુણે મળતી આ આડી બાજુને **પહોળાઇ** કહે છે. અને આ બાજુને કાટખુણે મળતી અથવા આ ઉભી બાજુને **જાડાઇ** કહે છે. આ પ્રમાણે લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇ ગણવાનો સામાન્ય નિયમ છે. પણ પદાર્થની સૌથી મોટી બાજુને લંબાઈ, તેથી નાની બાજુને પહોળાઇ અને સૌથી નાની બાજુને જાડાઈ કહીએ છીએ; તોપણ વિદ્યાર્થીના મનમાં બરાબર ઠસાવવું કે કોઇપણ બાજુને લંબાઈ, કોઇપણ બીજી બાજુને પહોળાઇ અને બાકીની ત્રીજી બાજુને જાડાઈ તરીકે લઇએ તોપણ તે ચાલે છે.

પૃષ્ઠ કે સફાઇ.

વર્ગની અંદરની અને બહારની થોડીએક ચીજો લઈ નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો. આ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પેટીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પાટીઆનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ઘનનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ અર્ધ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો

લાગે છે? આ ચોપડીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પૈસો ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ ખડીઓ લંબાઇ ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ પેટી પહોળાઈ ઉપરથી જોતાં કેવી દેખાય છે? વગેરે. ગોળ બધી બાજુએ સરખોજ દેખાય છે; પરંતુ બીજી બધી વસ્તુઓ સરખી દેખાતી નથી- આ પદાર્થ બધી બાજુએ સરખા દેખાતા નથી એનું શું કારણ છે? એની બાજુઓ જુદા જુદા પ્રકારની છે, એટલે એનાં પૃષ્ઠ જુદા પ્રકારનાં છે. આ ઉપરથી પદાર્થનો બીજો કયો ગુણ માલમ પડે છે? **પદાર્થ ને પૃષ્ઠ અથવા બાજુ* હોય છે.**

જુદા જુદા નીચેના પદાર્થ બતાવી નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો:-

આ પેટીને કેટલાં પૃષ્ઠ છે? આ ધનને કેટલાં છે? આ પાટીઆને કેટલાં છે? આ પૈસાને કેટલાં છે? આ ગોળને કેટલાં છે? આ અર્ધ ગોળને કેટલાં છે? આ + દંડગોળને કેટલાં છે? વગેરે. ગોળને એક પૃષ્ઠ છે. અર્ધગોળને બે છે. પેટી અને ધનને ૭ છે. પૈસાને ત્રણ છે. દંડગોળને ત્રણ છે. અનેક પૃષ્ઠ હોય એવા દાખલા આપો.

ગોળ અને ધનનાં પૃષ્ઠમાં શો ફેર છે? ધનનું પૃષ્ઠ સપાટ છે અને ગોળનું પૃષ્ઠ વક્ર છે. ત્યારે પૃષ્ઠના કેટલા પ્રકાર છે? કયા કયા? **વક્ર પૃષ્ઠ અને સપાટ પૃષ્ઠ.** સપાટ પૃષ્ઠના દશ બાર પદાર્થો બતાવો, અને દરેકને કેટલાં કેટલાં પૃષ્ઠો છે તે પૂછો. ઓછામાં ઓછા કેટલાં સપાટ પૃષ્ઠ પદાર્થમાં હોય છે? ચાર. ચારથી ઓછાં સપાટ પૃષ્ઠ હોય એવો કોઇપણ બધાંજ સપાટ પૃષ્ઠોવાળો પદાર્થ બતાવી શકો ખરા કે? નહિ.

આ બે પૃષ્ઠો (કોઇ પદાર્થ લઇ) જ્યાં મળે છે તેને શું કહો છો? કોર. એ કોર કોના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. ત્યારે બે પૃષ્ઠો જ્યાં મળે ત્યાં ભૂમિતિની કયી આકૃતિ થાય છે? લીટી (વાંકી

---

*બાજુનો અર્થ સફાઈ અથવા કોર પણ થાય છે. માટે પૃષ્ટ શબ્દ વાપરવો.

+એક નળાકાર લાકડાનો કકડો જેના બે છેડાઓ સરખા, અને સમાન્તર વર્તુળ હોય.

અથવા સીધી) ત્રણે પૃષ્ઠો મળે ત્યાં શું દેખાય છે? છેડો. આ કોરો મળે છે ત્યાં શું દેખાય છે? છેડો. છેડો ભૂમિતિની કયી આકૃતિ પ્રમાણે દેખાય છે? બિંદુ પ્રમાણે.

ઘન, વિષમ ઘન, શંકુ, પેટી, સેટસ્કવેરો, વગેરે લઈને આ પ્રમાણે પ્રશ્નો કરોઃ—આ પિરામિડમાં કેટલાં પૃષ્ઠ છે? કેટલી કોરો છે? ખુણા કેટલા છે? છેડા કેટલા છે? બબ્બે પૃષ્ઠો ક્યાં ક્યાં મળે છે? કોર–લીટીમાં. કોરો કયાં કયાં મળે છે? છેડા–બિંદુમાં. આ પિરામિડનાં કેટલાં પૃષ્ઠો એકી વખતે સાથે દેખાય છે? વગેરે.

આ ઉપરથી ઠસાવો કે **કોઈપણ પદાર્થનો ઉપલો ભાગ પૃષ્ઠ હોય છે, પૃષ્ઠનો છેવટનો ભાગ લીટી, અને લીટીનો છેવટનો ભાગ બિંદુ હોય છે.**

આ પૃષ્ઠને લંબાઈ છે? હા. પહોળાઈ છે? હા. જાડાઈ છે? ના. (કોઈ વિદ્યાર્થી "હા" જવાબ આપે તો બરાબર સમજ પડે ત્યાં સુધી ઉપલોજ પ્રયોગ કરતા જવું.) એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીનું પૃષ્ઠ જુઓ. આ પૃષ્ઠ વાસણનાં અંદરનાં ભાગને અડકેલું છે? હા. જે જગ્યાએ આ પૃષ્ઠ લાગેલું છે ત્યાં નીચે પાણી લાગેલું છે? ઉપર હવા લાગેલી છે? ત્યારે એ પૃષ્ઠની નીચે શું છે? પાણી ઉપર શું છે? હવા. પાણી પુરૂં થાય કે તરતજ હવા લાગેલી છે. માટે આ પૃષ્ઠને કાંઈ જાડાઈ છે: એક કાચની બાટલીમાં થોડું પાણી અને થોડું તેલ રેડો. બતાવો કે જ્યાં પાણી પુરૂં થાય છે ત્યાંથી તરતજ તેલ શરૂ થાય છે.

એક લાકડાનો કકડો લો. તેને વ્હેરતાં વ્હેરતાં એવો કકડો કરો કે જાણે તેને બિલકુલ જાડાઈ રહેતી નથી એમ આપણે ધારીએ. લંબાઇ પહોળાઇવાળા આ કકડાને પૃષ્ઠ કહે છે. અને તેને જાડાઈ નથી (એવી કલ્પના કરેલી છે.) એક ખેતરનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો આપણે ફક્ત લંબાઈ અને પહોળાઈનો વિચાર કરીએ છીએ. પરંતુ તેની જાડાઇનો બિલકુલ વિચાર કરતા નથી. આ પ્રમાણે ખેતરની માપણી કરવામાં જેનો

વિચાર કરીએ છીએ તેનેજ પૃષ્ઠ કહે છે. જમીન ઉપર જે છાંયડો પડે છે તેને લંબાઈ અને પહોળાઈ છે; પરં જાડાઈ નથી. તેથી છાંયડો એ પૃષ્ઠનો એક બહુ સારો દાખલો છે.

કોઈપણ પદાર્થ અને અવકાશની વચ્ચેની સીમાને શું કહો છો? પૃષ્ઠ. પૃષ્ઠને કેટલા પરિમેય છે? બે. પૃષ્ઠની કોરો કયી આકૃતિના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. વર્તુળ, પરિધ, વ્યાસ, કૌંસ, જયાને કેટલાં પરિમેય છે? પાતળો કાગળ અને કાગળના ઉપર જે રંગ દીધેલા છે તેના કેટલાં પૃષ્ઠ છે?

વ્યાખ્યા—જેને ફક્ત લંબાઈ અને પહોળાઈ હોય છે, પણ બિલકુલ જાડાઈ હોતી નથી તેને **પૃષ્ઠ કે સફાઈ** કહે છે.

પૃષ્ઠના પ્રકાર.

બે સપાટ પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઈ એકને બીજીની ઉપર મુકો. બે વક્ર પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઈ એકને બીજીની ઉપર મુકો. એક સપાટ પૃષ્ઠને બીજા પૃષ્ઠની ઉપર આમતેમ ફેરવી જુઓ કે વચ્ચે ખાલી જગ્યાં રહે છે? નહિ. વક્રપૃષ્ઠને બીજા વક્રપૃષ્ઠની ઉપર મૂકી આમ તેમ ફેરવી જુઓ કે બન્ને પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે બરાબર વળગી જાય છે? નહિ. ત્યારે સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શો ફેર માલમ પડે છે? સપાટ પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે મેળવતાં બરાબર મળી જાય છે; અને તેઓની વચ્ચે કાંઈ ખાલી જગ્યા રહેતી નથી. વક્ર પૃષ્ઠોને એક બીજાની ઉપર મેળવતાં વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે.

સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર બે બિંદુ લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણી મારી તેની સાથે દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે કે બહાર? વક્ર પૃષ્ઠમાં બે બિંદુઓ લો. તેમાં ટાંકણી મારી દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે કે બહાર? એક વક્ર પૃષ્ઠ ઉપર બે બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે દોરી બાંધી જુઓ કે તેમાં કોઈપણ સીધી લીટી આવી શકે છે? આ ઉપરથી સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શો ફેર માલમ પડે છે? એક ગોળના ઉપર કોઈપણ

બે બિંદુઓ સાંધીએ તો તે બિંદુઓની વચ્ચે કોઈ સીધી લીટી આવી શકે ખરી કે? નહિ. જે પૃષ્ઠ સપાટ અથવા સીધું હોય તેને **સીધી** અથવા **સપાટ** સફાઈ કહે છે. કોઈપણ સપાટ પૃષ્ઠને બધી બાજુએ તેની સીધી લીટીમાંજ લંબાવીએ તો જે જગ્યાએ પૃષ્ઠ પ્રસરે છે તે એ પૃષ્ઠની સફાઈમાં જ છે એમ કહેવાય છે એમ કહેવાય છે.

લાંબી ટુંકી ત્રણ લાકડી લો અને તેને ઉભી જમીન ઉપર મુકો. આ લાકડીના છેવટના ભાગમાં શું છે? બિંદુ. આ લાકડીના ઉપલા છેડા પર એક પાટીઉ આડું મુકો. લાકડીના છેડાના બિંદુઓની વચ્ચેથી જે પૃષ્ઠ જાય છે તેની સફાઈ પાટીઆની સફાઈમાં છે એમ માલમ પડે છે. આ પ્રયોગ આમ પાંચ જુદી જુદી રીતે કરો અને બતાવો કે પાટીઆ ઉપર આ ત્રણે બિંદુમાંથી જતી સફાઈ આવે છે. કોઈપણ સપાટ સફાઈમાં બે બિંદુઓ લો. આ બિંદુને સીધી લીટીથી સાંધો; આ લીટીનો કોઈપણ ભાગ સીધી સપાટ સફાઈમાંજ આવેલો છે એમ બતાવો. આ સીધી લીટીનો કોઈપણ ભાગ સપાટ સફાઈની બહાર જાય તો તે સપાટ સફાઈ નથી. સપાટ સફાઈનું આ મુખ્ય લક્ષણ છે.

સપાટ સફાઈ નક્કી કરવાને ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઈએ? ત્રણ. તમારી ચોપડીની કયી બાજુ સપાટ સફાઈ છે? અર્ધગોળની કયી બાજુ સપાટ સફાઈ છે? જુદી જુદી લંબાઈની લાકડીઓ લઈ ઉભી જમીન ઉપર મૂકો. તેના ઉપલા છેડાઓ ઉપર એક પાટીઉં આડું મુકો. લાકડીના બધા છેડાઓ આ પાટીઆની સફાઈમાંજ છે? નહિ. થોડાક છે અને થોડાક નથી. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે લાકડીઓના બધા છેડાઓ એકજ સફાઈમાં નથી. જુદા જુદા ત્રણ છેડાઓનાં બિંદુઓ ઉપર પાટીઉં મૂકી બતાવો કે આ ત્રણ બિંદુઓમાંથી જતી સફાઈ બીજા છેડાઓનાં બિંદુમાંથી જતી નથી; કારણ શું? આ પ્રયોગ ઉપરથી સફાઈનો વિચાર બરાબર ઠસાવો.

ટેબલના ઉપલા પાટીઆની સફાઈ ને આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ છે તે બતાવો. ટેબલના બે પગની નીચે બે

પથરા મૂકી ટેબલને એક બાજુથી ઉંચું કરો. ટેબલની ઉપરના પાટીઆની સફાઈની આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ આવે છે તે બતાવો. એક પાટીઆને ભીંતની સાથે જુદી જુદી રીતે મૂકો અને પાટીઆની સફાઈમાંથી ભીંતનો જે ભાગ જાય છે તે બતાવવા વિદ્યાર્થીને કહો. ભીંત સફાઈ છે કે નહિ તે જાણવાને માટે શું કરવું જોઈએ?

એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીના પૃષ્ઠની સફાઈ ક્યાં છે? એક કાગળનો કકડો લો. આ કકડો સફાઈ છે એમ સમજો. કાગળ પાણીમાં વાંકો રાખી ડુબાવો. પાણીનું પૃષ્ઠ કાગળના પૃષ્ઠથી છેદાય છે? હા. આ બે સફાઈઓ જ્યાં અરસપરસ છેદે છે તે જગ્યાએ કેવી આકૃતિ માલમ પડે છે? લીટી. એક વક્ર અને એક સીધું, અથવા બન્ને પૃષ્ઠો અરસપરસ છેદે તેમ એ પ્રયોગ કરો. જ્યાં તેઓ છેદે છે ત્યાં કેવી આકૃતિ છે? લીટી. એ બધીજ સીધી લીટી છે? ના; કોઈ વક્ર અને કોઈ સીધી છે.

લીટી (સીધી અથવા વક્ર.)

પાટીઆ ઉપર પટી મુકી ચાકથી પાટીઆ ઉપર એક બિંદુ મુકો. ચાકને સહેજ સહેજ આગળ ખસેડી પાટીઆ ઉપર બીજાં બિંદુઓ મુકો. આ બિંદુઓથી લીટી દોરો. આ ટપકાંઓની વચ્ચે જે જગ્યા છે તેમાં ફરીથી પાસેપાસે બિંદુઓ મુકો. પહેલાં કરતાં બિંદુઓની વચ્ચે અંતર ઓછાં થયાં છે? એ પ્રમાણે પાસેપાસે બિંદુઓ મુકી બિંદુઓ તદ્દન નજીક નજીક આવી જાય તેમ એક લીટી બનાવો. આ પ્રયોગમાં લીટી કેમ બની છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો તે પૂછો.

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેને સીધી લીટીથી સાંધો; અને વચ્ચેથી વાંકી લીટીઓ દોરો. દોરીથી આ બધી લીટીઓ માપો. કયી લીટી સૌથી નાની છે? સીધી લીટી. એ સીધી લીટી કરતાં નાની લીટી એ બિંદુઓની વચ્ચે દોરો. દોરાય ખરી કે? નહિ. આ પ્રયોગ પરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે? એ તે બે બિંદુની વચ્ચેની

જે જે લીટીઓ કાઢીએ તે તે લીટીઓની લંબાઈ ઉપરથી કહો કે કયી લીટી સીધી છે.

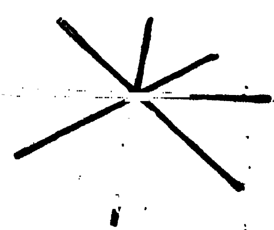
પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેમાં બે ટાંકણીઓ મારો. આ ટાંકણીની આજુબાજુ એક દોરી ખેંચી બાંધો. એ દોરીના કરતાં સહેજ લાંબી એક બીજી દોરી એ ટાંકણીની આજુબાજુ બાંધો. આ બે દોરીથી જે લીટી થાય છે તેમાં કયી સીધી લીટી જેવી દેખાય છે? બે બિંદુઓની વચ્ચે એક સીધી લીટી અને બીજી ઘણી વાંકી લીટી દોરો. એ બધી લીટીઓમાં કયી સૌથી નાની છે એ જાણવાને કયો નિયમ આ પ્રયોગ પરથી માલમ પડે છે?

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુ લો. તેમાં ટાંકણી મારો અને તેની આસપાસ એક દોરી ખેંચી બાંધો. બીજી દોરી પણ તેની આસપાસ ખેંચી બાંધો. અને બન્ને દોરી એક બીજી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે જુદે જુદે સ્થાને પડે છે? આ ઉપરથી બે બિંદુની વચ્ચે જુદી જુદી સીધી લીટી કેટલી દોરી શકાય છે તે વિષે શું સમજ પડે છે?

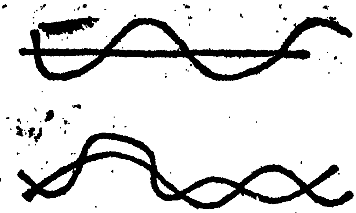
બે બિંદુની વચ્ચે એકજ સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

બે બિંદુ લઈ તેને સીધા લીટીથી સાંધો અને ફરીથી તે બન્નેને સીધા લીટીથી સાંધો. આ બન્ને લીટીઓ એક બીજીથી જુદી જુદી છે? ત્યારે બે બિંદુની વચ્ચે બીજી કોઈ સીધી લીટી દોરી શકાય ખરી? નહિ. સીધી લીટીનો કયો બીજો ગુણ આ ઉપરથી માલમ પડે છે?

બે ત્રણ સીધી લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેમ દોરો. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વાંકી લીટીને બીજી એક વાંકી લીટી અથવા સીધી લીટી છેદવા દો. બે સીધી લીટીઓ કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે? એકજ. વક્ર લીટી કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે? ઘણાં. ત્યારે એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદે તેમ સીધી લીટી દોરી શકો ખરા કે? નહિ. આ ઉપરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે?



બે સીધી લીટીઓ એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદી શકે નહિ.



બે સીધી લીટીઓ ગમે તેમ દોરી તે સફાઇનો કોઇપણ ભાગ રોકે છે કે નહિ તે જુઓ. આજુબાજુની જગ્યાઓ રોકાય તેમ બે સીધી લીટી દોરી જુઓ. મર્યાદિત થાય છે? નહિ. બે વક્ર લીટી દોરી આસપાસની જગ્યા રોકાય છે કે નહિ? હા. આ ઉપરથી સીધી લીટી અને વક્ર લીટીના કયા કયા ગુણ માલમ પડે છે? **બે સીધી લીટીથી સફાઇનો ભાગ રોકી શકાતો નથી;** પરંતુ વાંકી લીટીથી તે રોકી શકાય છે.

એક આંખ બંધ કરી બીજી આંખ આગળ ફુટપટીની સીધી કોર અથવા પાટીઆની સીધી કોર બન્ને છેડા આંખનીજ લીટીમાં આવે તેમ રાખો. એજ માફક એક વાંકી લીટી પણ આંખ અને તેના છેડા બરાબર સીધી લીટીમાં આવે તેમ ધરો. જુઓ કે બન્નેમાં શો ફેર પડે છે?

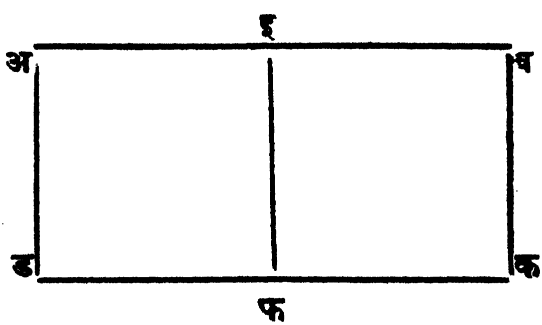
એક સીધી દોરો. પાતળા કાગળ પર બરાબર તેની નકલ કરો અને સળ વાળી તેના ચાર ભાગ કરો. દરેક ભાગને બાકીના ભાગો ઉપર આમ તેમ ઉપર નીચે રાખી મેળવો. ળવતાં કોઇપણ વખતે બન્ને ભાગની વચ્ચે કાંઈ ખાલી જગ્યા હે છે ખરી? નહિ. એક વક્ર લીટી લઈ પાતળા કાગળ ઉપર તેની નકલ કરી સળથી ચાર પાંચ ભાગ કરી ઉપર પ્રમાણે તેના ભાગો અરસપરસ બધી રીતે સરખાવો. બન્ને ભાગોની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રહે છે ખરી? હા. ત્યારે આ બન્ને પ્રયોગ પરથી સીધી અને વક્ર લીટીની વચ્ચે શો ફેર માલમ પડે છે? સીધી લીટીનો કોઈપણ ભાગ તેના બીજા કોઈપણ ભાગ ઉપર બરાબર મળી જાય છે ત્યારે વક્ર લીટીના ભાગોની વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહી જાય છે.

વ્યાખ્યા—જે લીટીનો કોઈપણ ભાગ ઉંચકીને બીજા ભાગ ઉપર છેડાઓ બરાબર રાખી મેળવતાં બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તે લીટીને **સીધી લીટી** કહે છે.

એક બિંદુ **अ** લો; **अ**માંથી જે સીધી લીટી દોરીએ તે કયી દિશામાં જાય છે? મરજી પડે તે દિશામાં. ત્યારે એકજ બિંદુ ઉપરથી કોઈ સીધી લીટીની દિશા નક્કી થઈ શકે? નહિ. ત્યારે સીધી લીટી નક્કી કરવાને માટે ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઇએ? બે. **अ, ब** બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી કેવી રીતે દોરશો?

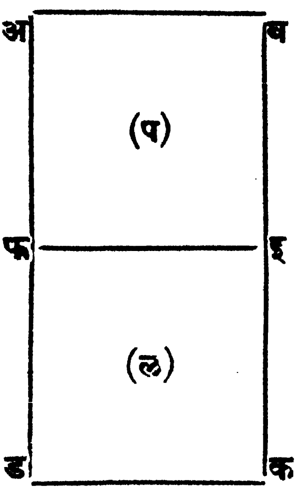
બે લીટી આપી હોય તો તેમાં સીધી કયી અને વક્ર કયી તે પારખવાને માટે તેના છેડાની આસપાસ દોરી કેવી રીતે બાંધશો? એક છોકરાથી બીજા છોકરા સુધી સીધી લીટી દોરવી હોય તો તે કેવી રીતે કાઢશો? બાગમાં ઝાડો સીધી લીટીમાં છે કે નહિ તે જાણવા માટે માળી શું કરે છે?

अबकड એક કાગળનો કકડો ૧૬ ઈંચ લાંબો અને ૮ ઇંચ પહોળો લો. એમાં સળ વાળી બરાબર બે ભાગ કરી એ ભાગ કાગળમાં બતાવવાના છે. ધારો કે તે કાગળનો કકડો પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છે. એ આકૃતિમાં **इफ** લીટી શું બતાવે છે? જે



જગ્યાએ **अबकड** કાગળના કકડામાં સળ વાળ્યો છે તે જગ્યા. **इफ** લીટીથી શરૂ કરી એક પછી એક એમ **अड** સુધી લીટીઓ દોરો. ધારો કે એવી ૮ લીટી દોરી છે. ત્યારે **अ**થી **इ** સુધીની જગ્યા કેટલી લીટીથી ભરાઈ ગઇ છે? આઠ. **अइ**ની લંબાઈ શી છે? આઠ ઇંચ. ત્યારે દરેક લીટી કાગળનો કેટલામો ભાગ બતાવે છે? એક ઈંચ. ત્યારે દરેક લીટી

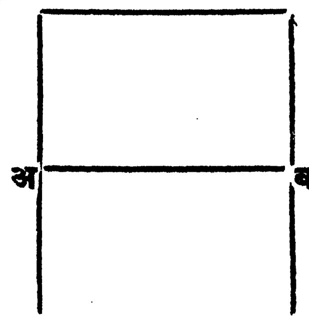
એક ઇંચ પહોળાઇનો ભાગ બતાવે તો **इफ** લીટી ખરેખર એક ઇંચ પહોળી (જાડી) છે? તે કેટલી પહોળી છે? **इफ** સળ ઉપરથી કાગળ ફાડીએ તો **इफ** સળ કાગળના કયા ભાગમાં જશે? કોઇપણ ભાગમાં **इफ** ન જાય એવી રીતે આપણે કાગળને ફાડી શકીએ ખરા કે? હા. ત્યારે **इफ** સળની ખરી પહોળાઈ શી? કાંઈ નહિ. **इफ** સળ કેવી આકૃતિ છે? લીટી. ત્યારે **इफ** સળની પહોળાઈ નથી તો **इफ** લીટીની પહોળાઇ હોઇ શકે ખરી કે? નહિ. આ ઉપરથી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે? **લીટીને પહોળાઇ નથી.**



ધારો કે **अबकड** જેવું કોઈ ખેતર **प, ल** બે ભાઇઓને સરખે ભાગે વહેંચવાનું છે. તેથી તેઓએ **अबइफ, फइकड** જેવા બે સરખા ભાગ કરી એકેક ભાગ લીધો. ધારો કે **प**એ ઉપલો ભાગ અને **ल**એ નીચલો ભાગ લીધો; ત્યારે પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે જે ભાગ પડ્યા છે તેની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રહી છે? કાંઈ જગ્યા રહી છે એવો જવાબ મળે તો એ જગ્યા બે ભાઇમાંથી કોની પાસે જાય છે એ તમારે કહેવું જોઇએ. બન્ને ભાગો વચ્ચે જગ્યા નથી ત્યારે **इफ** લીટી આપણે દોરી છે તે શું બતાવે છે? કોઇ જગ્યા નહિ. **फइ** લીટીથી લઇ **अब** લીટી ઉપર પાસે પાસેની લીટી દોરો. ધારો કે એવી ૧૦ લીટી દોરી છે. ત્યારે **फइ**થી **अब** સુધીની જગ્યા દશ લીટીથી ભરાઈ ગઈ છે. ત્યારે **फअ** ૧૦ વાર લાંબી હોય તો દરેક લીટી કેટલી પહોળી જગ્યા બતાવે? એક વાર પહોળી **फइ** લીટી એક વાર પહોળી જગ્યા બતાવે ત્યારે તેની ઉપરથી એક વાર જાડી કે પહોળી જગ્યા જે છે તે કોના ભાગમાં જાય છે? **प** અને **ल**ના ભાગોની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રાખવાનું કારણ નથી ત્યારે **फइ** લીટી શું કામ આપણે દોરી હશે?

फड લીટી કાંઈ જગ્યા બતાવતી નથી ત્યારે ખરેખરી રીતે એ લીટી શું બતાવે છે? **प**નો ભાગ ક્યાં પુરો થાય છે અને **લ**નો ભાગ ક્યાં શરૂ થાય છે એ **फड**થી બતાવાય છે; ત્યારે **फड** લીટી ખરેખરી રીતે બન્ને ભાગો વચ્ચે શું બતાવે છે? બન્ને ભાગોની **હદ કે મર્યાદા.**

બે ઘણાજ સાફ લાકડાના ઘન લો અને એ સાફ સફાઈઓને બરાબર મેળવી વળગાવીએ તો બન્નેની આકૃતિ કેવી રીતે કાઢીશું?



પાસેની આકૃતિમાં **अब** લીટી કાગળ પર થોડીક જગ્યા રોકે છે, ત્યારે એ ઘનની વચ્ચે કાંઈ થોડીક ખાલી જગ્યા રહે છે એવું કાંઈ આ ઉપરથી માલમ પડે ખરૂં? નહિ. ત્યારે **अब** લીટી શું કામ કાઢી હશે? બે ભાગની હદ અથવા મર્યાદા બતાવવાને. એક સફેદ કાગળનો કકડો લો. તેના થોડાક ભાગ ઉપર કોઇપણ રંગ લગાડો. ત્યારે કોરો ભાગ અને રંગીન ભાગની વચ્ચેની જે હદ છે તેનો કેવો રંગ છે? તેનો રંગ નથી ત્યારે એ હદ બતાવનારી લીટી કેટલી પહોળી છે? એ હદની લીટી કાંઇપણ પહોળી (જાડી) હોઈ શકે ખરી? હા.

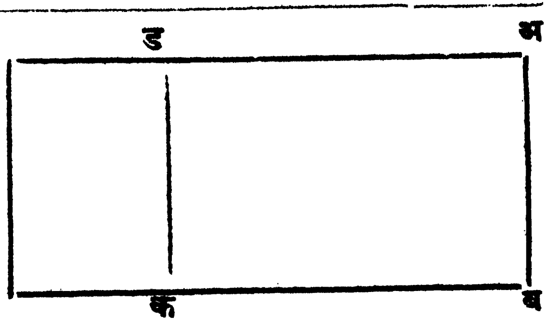
ઉપલા પ્રયોગમાં જ્યાં બે ભાગો એક બીજાની પાસે પાસે મળે છે અથવા બે ઘન એક બીજાની સાથે વળગે છે ત્યાં તે જગ્યા કેટલી પહોળી છે? (બીલકુલ) નહિ. તેમ તેને લંબાઈ છે ખરી? હા.

એ હદ બતાવવાને માટે જે લીટી આપણે દોરીએ તેને થોડીક પહોળાઈ તો છે પણ સમૂળકીજ પહોળી ન હોય એવી જગ્યા બતાવવાને શું કામ આપણે કાંઇક પહોળી એવી લીટી દોરી છે? કાંઇપણ પહોળાઈ વગર લીટી આપણે દોરી શકીએ ખરા કે? નહિ. કાંઇક પહોળાઈ વગરની લીટી દોરી શકાય નહિ તેથી આપણે કાંઇક પહોળી લીટી દોરીએ

”

છીએ. ખરેખરી રીતે જોતાં લીટીને કાંઈ પણ પહોળાઈ નથી.*

લીટી દોરવાનો હેતુ—કોઈ પદાર્થ ક્યાંથી શરૂ થાય છે? ક્યાં પુરો થાય છે? તેનો આકાર કેવો છે? અથવા તે કયી દિશામાં જાય છે? એ બતાવવાને માટે આપણને લીટી દોરવી પડે છે. તેથી તેને લંબાઇ છે પણ (ખરી) પહોળાઈ નથી. આવી વ્યાખ્યા લીટીની આપી છે. બહુજ પાતળો દોરો લઇએ તો તે લીટી બતાવે ખરો? નહિ. કારણ શું? પૃથ્વી પરનાં અક્ષાંશ વૃત્ત, રેખાંશ વૃત્ત, વગેરે લીટી ખરી કે? કારણ આપો. ત્યારે લીટીને લંબાઇ, પહોળાઈ, અને



*પાસેની એક ખેતરની આકૃતિમાં **क**થી એક કરોડીએ **ड** સુધી પોતાનો તંતુ બાંધ્યો છે. એ ખેતરનું સ્કેલ આપ્યું હોય તો એ તંતુની લંબાઈ આપણે કહી શકીએ ખરા કે? ધારો કે ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટનું સ્કેલ આપ્યું છે, ત્યારે **कड** તંતુ કેટલો લાંબો છે? **कड** માપો. ધારો કે તે ૧૨ ઇંચ લાંબો છે ત્યારે ૧૨ ને ૧૦ વડે ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેટલા ફુટ સમજવા. **कड** લીટી કેટલી પહોળી છે? કાંઈ નહિ એવો જવાબ મળે. **कड**થી લઈ આકૃતિના છેડા સુધી એકેકની પાસેપાસે લીટી દોરો. ધારો કે ૧૮૦ લીટી એ પ્રમાણે દોરવાથી બધી જગ્યા પુરાઈ ગઈ. **બ** સુધીનું અંતર જો ૧૫ ફુટ હોય તો દરેક લીટી ૧૫×૧૨=૧૮૦=૧ ઇંચ અંતર બતાવે છે. કરોળીઆએ તંતુ બાંધ્યો છે તે તંતુ લીટી જો એક ઇંચ પહોળાઈ બતાવે તો તે તંતુ લીટી એક ઇંચ પહોળી કેમ ન હોય? જેમ લીટીની લંબાઈ ઉપરથી તંતુની લંબાઇ કાઢી છે તેમ તેની પહોળાઈ કેમ ન કાઢી શકીએ? તંતુની પહોળાઈ બરાબર બતાવે એવી લીટી દોરો. આવી લીટી દોરી શકાય ખરી કે? નહિ. ત્યારે લીટીને પહોળાઈ નથી એમ આપણે માની શકીએ ખરા કે? હા.

જાડાઈ પૈકી કયો પરિમેય હોય છે ? **લંબાઈજ.** ત્યારે લીટીને કેટલા પરિમેય હોય છે તે કહો. **એકજ.**

બિંદુ.

એકમેકને છેદે તેમ બે લીટી **અમબ, કમડ** દોરો. **અમબ, કમડ** લીટી જ્યાં અરસપરસ છેદે ત્યાં **મ** આગળનો ભાગ સહેજ રહેવા દઇ બાકીનો ભાગ ભૂસી-કાઢી નાંખો. **મ** આગળનો રહેલો ભાગ જુઓ. ત્યારે જે જગ્યાએ બે લીટીઓ છેદે ત્યાં કેવી આકૃતિ થઇ છે ? બિંદુ.

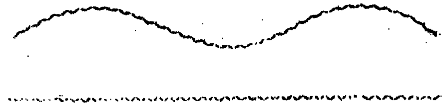
એક દશાંશ ઇંચ જાડી બે લીટીઓ **મ**માં છેદે તેમ દોરો. ત્યારે **મ** આગળની આકૃતિ કેવી છે ? બિંદુ. એની પહોળાઈ (જાડાઇ) શી છે ? એક દશાંશ ઇંચ. એક વીશાંશ જાડી બે લીટી જે જગ્યાએ-બિંદુમાં છેદે ત્યાં તે બિંદુની જાડાઈ શી ? એક વીશાંશ ઇંચ. ત્યારે ખરૂં જોતાં ખરી લીટીમાં કાંઇપણ જાડાઇ (પહોળાઇ) છે ? નહિ. ત્યારે કાંઇ-પણ જાડાઈ વગરની બે લીટીઓ જે બિંદુમાં-જગ્યામાં-છેદે તે બિંદુની જાડાઈ-પહોળાઈ શી ? કાંઈ નહિ. બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે ત્યારે જે જગ્યાએ તે છેદે ત્યાં શું હોય છે ? બિંદુ. લીટીને કાંઇપણ પહોળાઇ નથી ત્યારે બિંદુને પણ કાંઈ પહોળાઇ છે ? નહિ. ત્યારે બિંદુ ફક્ત અમુક જગ્યા બતાવે છે, એટલે તેને ફકત **સ્થિતિ** એટલે તેનું **સ્થાનજ** છે.

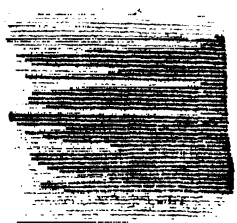
આ ઉપરથી બિંદુની વ્યાખ્યા શી હોઈ શકે ? **જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પરંતુ કાંઇપણ પરિમાણ-મહત્ત્વ ન હોય તેને બિંદુ કહે છે.** "મહત્ત્વ" એટલે લંબાઇ, પહોળાઈ, વગેરે.

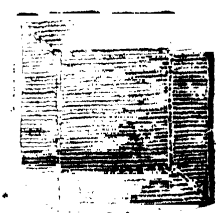
વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુ, બાલનો છેડો, સોયની અણી, ખુણાનો છેડો, ગુરૂત્વ મધ્ય, વગેરેમાં બિંદુ કોણ છે અને કોણ નથી તે કહો

સમૂળકીજ પહોળાઇ ન હોય એવી લીટી દોરી શકાય નહિ; તેમજ સમૂળકીજ લંબાઈ અને પહોળાઈ ન હોય એવું બિંદુ પણ કાઢી શકાય નહિ. તેથી ઉપલી વ્યાખ્યાઓ જે લીટી કે બિંદુ આપણે કાઢીએ તેને ખરેખરી રીતે લાગુ પડી શકતી નથી.

નોંધ. એક બિંદુને આગળ આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણને **લીટી** મળે છે.







નોંધ. તેમજ એક લીટીને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે **સફાઈ** બનાવી શકીએ છીએ.

નોંધ. અને તેજ પ્રમાણે એક સફાઈને આગળ ને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે એક **ઘન** બનાવીએ છીએ.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો પ્રાયોગિક ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લો. સિદ્ધ ભાગ.

વિભાગ ૨જો. પ્રમેય ભાગ.

§ ૧૨. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય, વગેરે.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે આપેલાં સાહિત્યની મદદથી યા કાગળ વાળવાની રચનાથી જે જે આકૃતિઓ કરી છે તે તે આકૃતિનાં અમુક તત્વો સાહિત્યોની મદદથી પ્રયોગ કરી આપણે અમુક સંબંધદર્શક બતાવ્યા છે; પણ તે બતાવવાને માટે કોઈપણ રીતે આપણે કાંઈ **તર્કશાસ્ત્રની રીતે** સાબિતિ આપી નથી; હવે કોઇપણ આકૃતિ લઇ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ કરવી જોઈએ, પછી તેના અવયવો સર્વ માપી શકાય એવા હોય યા ન હોય. આ કામ ભૂમિતિના **સિદ્ધ ભાગનું** છે અને આ ભાગમાં તે આપણે હાથ ધરીશું.

સિદ્ધ ભાગમાં જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ થાય તેજ સત્યતા લઈ શકાય છે, તેથી કોઈપણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તો તેને માટે જો આપણી પાસે સબળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હોય તોજ તે કહેવી. નહિ તો કોઈપણ બાબત આશરે સત્ય લાગવાથી અંગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલાં કારણ સિવાય પણ આ કારણોથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતો છે એમ કહી શકાશે. જે જે કારણો આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમાં આપીશું તે તે આપણે પાછળના ભાગમાં સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામાં આવ્યાં હશે અથવા **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી** લીધાં હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો એવાં છે કે તે સાદામાં સાદાં છે; અને નહિ કે તે કોઇપણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામાં આવ્યાં છે; અને એથી વધારે સાદાં એવાં પ્રમાણ નીકળી શકતાં નથી; **તે કોઈપણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથી જ તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો કહેવામાં આવે છે.** દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમાં પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની ખાસ જરૂર છે અને એવાં પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમાં અંગીકાર કરવામાં આવ્યાં છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવ્યાં છે; તેજ પ્રમાણે ભૂમિતિશાસ્ત્રમાં પણ ભૂમિતિનાં **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો*** છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવે છે. સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેઓ કહેવામાં આવશે. અત્રે નીચેનાં પ્રમાણો* કહેવામાં આવ્યાં છેઃ—

ઉ. રામની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે તો રામની અને ;ગોવિંદની ચોપડીની કીંમતો બરાબર છે. કારણ કે બન્ને ચોપડીની કીંમત ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ છે. માટે

*** આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો ને સ્વીકૃત કૃત્યો વિદ્યાર્થી પાસે મ્હોડે કરાવવાનાં નથી. પરંતુ શિક્ષકે તેની યોગ્ય સમજ આપવી.**

(૧). જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસપરસ બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે પાંચ પાંચ રૂપીઆ છે અને દરેકને બબ્બે રૂપીઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપીઆ થશે; કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપીઆ આપ્યા છે. માટે

(૨). સમ પરિમિતોમાં સમ પરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળો બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે દશ દશ રૂપીઆ છે અને દરેકની પાસેથી બબ્બે રૂપીઆ લઈ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપીઆ રહે છે; કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપીઆ લઈ લીધા છે. માટે

(૩). સમ પરિમિતોમાંથી સમ પરિમિતો લઇ લઇએ તો બાદબાકી સમ પરિમિતો રહે છે.

ઉ. રામ અને ગોપાળ પાસે ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ હોય અને બન્નેના રૂપીઆ ચારચારગણા કર્યા હોય તો બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપીઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્ને રકમ સરખીગણી કરી છે. માટે

(૪). સમ પરિમિતો એકજગણા કર્યા હોય તો ગુણાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

ઉ. ગોવિંદ અને ગોપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપીઆ છે; અને દરેકની પાસેના રૂપીઆના પાંચ પાંચ સરખા ભાગ કર્યા હોય તો દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપીઆ રહેશે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્નેની રકમના સરખા ભાગ કર્યા છે. માટે

(૫). સમ પરિમિતોના સરખા ભાગ કર્યા હોય તો ભાગાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

(૬). આખી વસ્તુ તેના કોઇપણ ભાગથી મોટી છે. (અથવા કોઇપણ ભાગ એકમથી નાનો છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતાં જો બરાબર તે અરસપરસ વધ્યા ઘટયા વગર આવી રહે તો તે બરાબર હોવા જોઇએ; અથવા તો

(૭). એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતો બરાબર છે.

ઉપરનું દષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે; પણ ઉપરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કોઇપણ વસ્તુને લાગુ પડે છે. ભાવાર્થ કે કોઇપણ લીટી, ખુણો યા આકૃતિને ઉંચકી, બીજી લીટી, ખુણો યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતાં અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટયા વિના આવી રહે ત્યારે તે રીતિને **સ્થાનોપરિ** અથવા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે અને પહેલો પરિમિત બીજાની ઉપર **સ્થાનોપરિ સ્થિત** કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અત્રે આપ્યાં છે તેથી એમ નહિ સમજવું કે એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી; સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમાં એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાંઇપણ સાબિતી જોઇતી નથી.

સ્વીકૃત કૃત્યો.

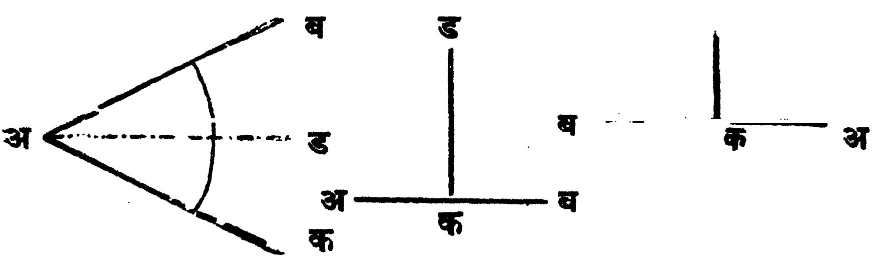
સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુઓની વચ્ચે હંમેશાં એકજ સીધી લીટી હોઈ શકે છે. કારણ કે જો બે બિંદુની વચ્ચે બે સીધી લીટી હોય તો બન્નેની દિશા બે આપેલાં બિંદુની દિશા હોઈ શકતી નથી, અથવા તો બે સીધી લીટીથી અવકાશની સીમા થઈ શકતી નથી. અને બે સીધી લીટીઓને–એકની ઉપર બીજીને–એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજીની આસપાસ એક છેડો (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખુણો કરે છે. આ ખુણો કરતી વખતે ફેરમાં એવી જગ્યામાં તે આવી હશે કે તેથી પ્રથમના ખુણાના બે સરખા ભાગ થશે; આવી ફરતી લીટી

એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમાં એકજ વખતે આવશે. વળી ઉપરની ફરતી લીટી જો ફરતી ફરતી દ્વિકાટખુણ ખુણો કરે તો તે એવી એક જગ્યામાં આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લંબ થશે, એટલે કે તે દ્વિકાટખુણ ખુણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ ૦°થી ૧૮૦°નો ખુણો ફરીને ફરતી વખતે એકજ વખત આવશે. એજ પ્રમાણે જો **अब** લીટી ઉપર **क** બિંદુ **अ**થી **ब** તરફ જાય તો તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ **अ** અને **ब** બન્ને છેડાથી સરખે અંતરે છે. અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિતિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિઃશંક ધારી શકીએ કે

(૧). એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨). એક સીધી લીટી ઉપર એક લંબ દોરી શકાય છે.

અને (૩). એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.



(૧) ∠**बअड** = ∠**कअड**. (૨) **कड** ⊥ **अब**. (૩) **बक** = **अक**.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે; અને તે ચોક્કસ માપનાં હોય છે. સિદ્ધ ભાગમાં આવાં ચોક્કસ માપવાળાં સાહિત્યો અને એટલાં બધાં સાહિત્યોની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમાં જે કાંઈ સિદ્ધ કરીશું તે તેવી જાતના કોઈપણ પરિમિતને લાગુ પડશે અને કોઈ કોઈ પરિમિતનાં

ચોક્કસ માપ લઈ શકાતાં નથી; તેથી સિદ્ધ ભાગમાં જો કોઈપણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તો તે નીચેનાં છે:—

(૧) એક સીધી આંકણી (ઇંચ વગેરેમાં આંકેલી હોય યા ન હોય);

(૨) કંપાસ યા કર્કટ.

આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેનાં કામમાં પડે છે. યૂકિલડના સમયથી ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કોઈપણ સત્યતા ભૂમિતિમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઈ શકે તેટલા માટે નીચેનાં સાદાં અને સહેલાં કાર્ય અંગીકાર કરેલાં છે. એ કાર્યો એવાં છે કે કોઈ સારો ચિત્રકાર એની મેળેજ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઇથી કરી શકે છે; અને તે વખતે એ સાહિત્યોની મદદ જરૂરની પણ નથી. એ પ્રમાણે અંગીકાર થએલાં કાર્યોને **સ્વીકુત કૃત્ય** કહે છે; એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલ

સ્વીકૃત કૃત્યો:—

(૧). એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

(૨). એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઈમાંજ લંબાવી શકાય છે.



(૩). કોઈપણ બિંદુને મધ્યબિંદુ લઈ અને કોઈપણ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

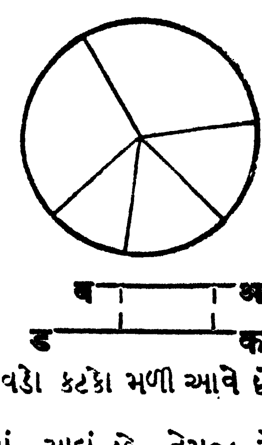
(૪). કંપાસ વડે મોટી લીટીમાંથી એક નાની લીટી બરાબર ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫). કોઈપણ લીટીને બે, ત્રણ, ચાર,...ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય બીજાં પણ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો આપેલાં છે પણ તે ઘણાંજ સહેલાં છે અને કવચિતજ વાપરવામાં આવે છે; જેમ કે અવ-

કાશમાં એક બિંદુ લેવું, એક લીટીને બીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાંજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ. પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમાં બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આંકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવી બન્નેને સાંધીએ તો બન્ને સીધી લીટીથી સંધાય છે. તેમજ બીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં કોઇપણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લંબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આંકણી મૂકી આંકણીની સાથે મરજી પડે તે દિશામાં તેને લંબાવાય છે. આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઈપણ જગ્યાએ એવું કહેલું નથી કે બન્ને બિંદુની વચ્ચે આટલુંજ અંતર છે (પાંચ ઇંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાંબી છે (૨ · ૪ ઇંચ) અને તેને આટલીજ લંબાવવી; બિંદુઓ ગમે ત્યાં આપ્યાં હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે. ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કંપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડો આપેલા મધ્યબિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા બીજા છેડાને તે મધ્યબિંદુની આસપાસ બધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.

આ ઉપરથી કંપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામાં આવે છે કે અમુક અંતરને એક સ્થાનથી બીજા સ્થાનમાં લઈ જવું હોય તો તે કંપાસની મદદથી લઈ જઈ શકાય છે. તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (अब બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્યબિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રિજ્યા લઈ જો એક વર્તુળનું કૌંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઈએ તેવડો કટકો મળી આવે છે.



આ સ્વીકૃત કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામાં સાદાં છે તેમજ એ સિવાયનાં ઉપર બતાવેલાં બીજાં ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવાં કે ખુણો દુભાગવાનું, લીટી દુભાગવાનું અને લીટી ઉપર લંબ દોરવાનું) ધારી

લીધેલાં છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે; તો પણ આપણું કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ તેઓને ધારી લીધાં છે.

પ્રમેય અને કૃત્ય.

કર્તવ્ય ભાગમાં બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સફાઈમાં હોય છે (અને નક્કર આકૃતિ યા ઘન આકૃતિ પણ હોય છે). આ ભાગમાં ફક્ત સપાટ સફાઈમાં જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેવીજ લીટી યા આકૃતિઓનાં ગુણ અને રચનાનું વર્ણન કરવામાં આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણમાં બતાવવામાં આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમાં સપાટ સફાઈની આકૃતિનું વર્ણન કરવામાં આવે છે તેને **સપાટ ભૂમિતિ** કહે છે. અને જુદી જુદી સત્યતા બતાવનાર પ્રકરણને **સિદ્ધાંત** કહે છે. કોઈ વખત એકજ પ્રકરણ યા સિદ્ધાંતમાં જુદી જુદી સત્યતાઓ બતાવી છે, પણ તેનું કારણ એટલુંજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબંધ ધરાવે છે. એક સિદ્ધાંતમાં સાબિત થએલી સત્યતા આગળના કોઈપણ સિદ્ધાંતમાં સાબિતિ તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાંતમાં પાછળનાથી ચઢતી યા સ્વતંત્ર સત્યતા સાબિત કરવામાં આવે છે. સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાંતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છે:—

(૧). **પ્રમેય.** જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ સાબિત કરવામાં આવ્યું છે—જેમકે કોઈપણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે, યા કોઈપણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે તેને **પ્રમેય** કહે છે. પ્રમેયમાં કોઈ વખતે નવું કાર્ય કરવામાં આવે છે પણ ફક્ત તે અમુક ગુણ સાબિત કરવાને માટેજ અંગીકાર કરવામાં આવ્યું હોય છે; અને તે એવા સિદ્ધાંતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી પણ ગૌણરૂપે હોય છે.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઈપણ સાબિત કરવાનોજ છે.

(૨). **કૃત્ય.** જે સિદ્ધાંતમાં કોઈપણ ભૂમિતિની રચના કરવામાં આવી હોય છે તેને **કૃત્ય** કહે છે. પ્રમેય સિદ્ધાંતમાં જ્યારે કાંઈ સાબિત કરવાનું હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં હંમેશાં કાંઈક નવી રચના કરવાની હોય છે; જેમકે આપેલા ખુણાની બરાબર એક ખુણો બનાવવો અથવા એક આપેલી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે.

આ નવી રચના કરવી એજ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે.

વળી કોઈપણ સિદ્ધાંતના પાંચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છે:—

(૧). સિદ્ધાંતમાં જે કાંઈ સાબિત કરવાનું હોય અથવા નવું રચવાનું હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં કહેવામાં આવી હોય તે સમૂહને સિદ્ધાંતની **સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા** અથવા **ઉદ્દેશ** કહે છે. જેમકે કોઈપણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૨). જે ભાગમાં સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે કાંઈ ફક્ત શબ્દસમૂહમાં કહેવામાં આવ્યું હોય તેનું આકૃતિ સહિત ચોક્કસ શબ્દોમાં વર્ણન કર્યું હોય તેને **વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા યા સાધન** કહે છે. જેમકે (૧)માં બતાવેલી સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકોણની આકૃતિ કાઢી ખુણાનાં નામ આપી કહેવું કે ફલાણા ત્રિકોણના ફલાણા ત્રણ ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૩). સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાંઈ નવી રચના કરવાને માટે જે કાંઈ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે તે ભાગને સિદ્ધાંતની **રચના** કહે છે. જેમકે (૧)માં બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને પાયાને લંબાવવો એ રચના છે.

(૪). જે ભાગમાં સાબિતિ સહિત પ્રમેયની સત્યતા બતાવી આપી હોય અથવા કૃત્યનું કાર્ય કરી આપ્યું હોય તે ભાગને સિદ્ધાંતની **સાબિતિ** યા **સિદ્ધતા** કહે છે; જેમકે (૧)માં બતાવેલી સત્યતા સાબિત કરી આપવી યા એક ખુણાની બરાબર બીજો ખુણો કરવો.

(૫). સિદ્ધાંતના પાંચમા અને છેલ્લા ભાગમાં પ્રતિજ્ઞામાં બતાવેલી સત્યતા યા કાર્ય થઈ રહ્યું છે એમ કહેવામાં આવે છે અને એ ભાગને **સમાપ્તિ અથવા નિગમન કહે છે.**

ઉપલા પૃથક્કરણથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઇપણ સિદ્ધાંતમાં પ્રતિજ્ઞા—સામાન્ય અને વિશિષ્ટ—અને સમાપ્તિમાં તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઇતી નથી; કારણ કે જે સાધારણ શબ્દોમાં કહ્યું હોય તો તેમાં ચોક્કસ શબ્દોમાં કહેવામાં આવે છે. **મુખ્ય ભાગો રચના અને સિદ્ધતા છે.** કારણ કે સિદ્ધાંતમાં એવી રચના લેવી જોઇએ કે જેથી માંગેલી સત્યતા બતાવી શકાય અને સાબિતી એવી અંગીકાર કરવી જોઇએ કે જેથી સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા નીકળી શકે; આ ભાગોમાં તર્કશાસ્ત્રનો પ્રવેશ થાય છે. માટે આ ભાગનું મનન આગ્રહપૂર્વક કરવું.

વળી કાંઈપણ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યું હોય અથવા બનાવવામાં આવ્યું હોય તે ઉપરથી નિકટ સંબંધ ધરાવનારી કોઈપણ સત્યતા નીકળી શકતી હોય તો તેને તે સિદ્ધાંતનો **ઉપસિદ્ધાંત** કહે છે. આ ઉપસિદ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરતજ દેખાઇ આવે છે અને તેને માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધતા આપવામાં આવતી નથી, પણ તેને સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામાં આવે છે, અને તેને સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામાં આવે છે.

કોઇપણ પ્રતિજ્ઞામાં બે ભાગ હોય છે, જે ભાગ આપેલો હોય તેને **પક્ષ** કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને **સાધ્ય** કહે છે.

દરેક પ્રમેયમાં કાંઇપણ સિદ્ધ કરવાનું હોય છે અને કૃત્યમાં કાંઈપણ રચવાનું હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરૂં થતાં અનુક્રમે **પ્ર૦ સિ૦** અને કૃ૦ કૃ૦ યા **પ્રમેય સિદ્ધ** અને **કૃત્ય કૃત** એવા શબ્દો લખાય છે.

સંજ્ઞા.

ભૂમિતિનાં કાર્યમાં નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામાં આવ્યાં છે:—

∴ માટે અથવા તેથી; ∵ કારણ કે; મી. મીટર;

= બરાબર યા બરાબર છે; ∠ ખુણો; ″ ઇંચ.

△ ત્રિકોણ.	∟ કાટખુણો.	' ફુટ.
‖ સમાન્તર સીધી લીટીઓ.	⊥ લંબ	મી. મી. મીલીમીટર
સ૦ ચ૦ =‖કોણ = સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ;		સે. મી. સેન્ટીમીટર
≡ સર્વ સમાન કે એકરૂપ. (બધી રીતે બરાબર.)		ડે. મી. ડેસીમીટર
> મોટી છે.	< નાની છે.	

ટીપ. શરૂઆતમાં આ સંજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામાં આવી છે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સંજ્ઞા વાપરતા જવું.

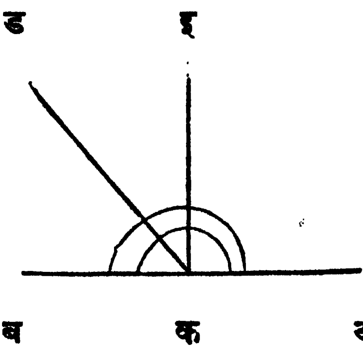
§ ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય. એક સીધી લીટીની એક બાજુએ બીજી સીધી લીટીથી થતા પાસેપાસેના ખુણા બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ. **अब** સીધી લીટીની એકજ બાજુએ **डक** સીધી લીટી **अकड** અને **बकड** બે પાસેપાસેના ખુણા કરે છે;

ત્યારે તે બન્ને મળીને કાટખુણાની બરાબર થશે.



રચના. ધારો કે **क** બિંદુમાંથી **अब** ઉપર **कइ** લંબ દોરી છે. (સ્વી).

સિદ્ધતા. કારણ કે **अकड** અને **बकड** ખુણા મળીને **अकइ**, **इकड** અને **डकब** ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

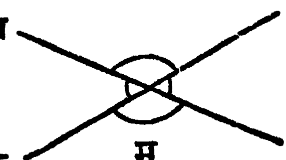
અને તેમજ **अकइ** અને **इकब** ખુણા મળીને એજ ત્રણ **अकइ**, **इकड** અને **डकब** ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેથી ∠**अकड** અને ∠**बकड**=∠**अकइ** અને ∠**इकब**; (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠**अकइ** અને ∠**इकब**=૨ કાટખુણા; (રચના)

નિગમન. તેથી ∠**अकड** અને ∠**बकड**=બે કાટખુણા. (પ્ર૦ પ્ર૦) **પ્ર૦ સિ૦**

ઉપસિદ્ધાંત ૧. જો કોઇ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો *છેદનબિંદુ આગળ થતા ચાર ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



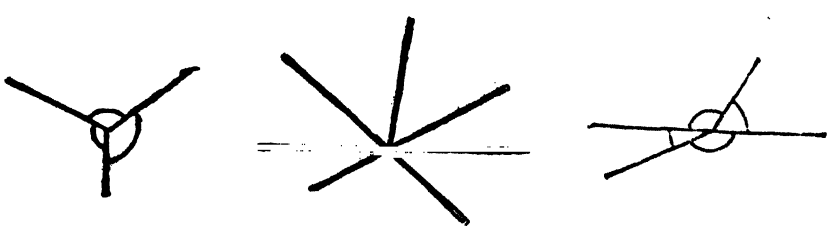
કારણકે ∠**अमक**+∠**कमअ** મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∠**बमड**+∠**डमअ** મળી પણ બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ એ ચાર ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં આવી મળે તો આ છેદનબિંદુ આગળ થતા બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

કારણકે ગમે તે એક લીટીને લંબાવીએ તો સામાન્ય છેદનબિંદુ આગળના સર્વ ખુણાઓ ચાર કાટખુણા બરાબર છે. (ઉ૦ સિ૦ ૧)



પ્રશ્નો.

૧, ૨૭°, ૫૩°, ૧૧૨°, ૧૭૯°, ૨૧°, ૫૯°, ૧૦૧° અને ૫૨°ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

---

*બે અથવા વધારે લીટીઓ જે બિંદુમાં છેદે તેને છેદનબિંદુ કહે છે.

૨. ૧૨°, ૨૩°, ૪૯°, ૫૫°ના કોટિખુણા યા એક કાટખૂણપૂર્ણાંક ખૂણા કહો.

૩. જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદીને એક ખુણો કાટખુણો કરે તો બાકીના ખુણાઓ પણ કાટખુણા છે એમ બતાવો.

***૪. સરખા ખુણાના કોટિખુણાઓ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.**

૫. સરખા ખુણાના ન્યૂનતાપૂરક ખુણા બરાબર છે.

૬. △ **અબક**માં ∠**અબક**=∠**અકબ**, અને **બક**ને બન્ને દિશામાં લંબાવીએ તો બતાવો કે એ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૭. △ **અબક**માં ∠**અબક** = ∠**અકબ**, અને બેઉ **અબ** અને **અક**ને લંબાવીએ તો બતાવો કે પાયાની બહારના ખુણા પણ બરાબર છે.

૮. જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તો પાસેપાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે.

૯. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણા (દરેક) ૭૫°ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો?

૧૦. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણાઓ ૭૨° અને ૧૦૮° છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો?

૧૧. ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ૬૭°, ૧૧૦° અને ૩૩°ના એકજ શિરોબિંદુ આગળ પાસેપાસે છે. જો ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો?

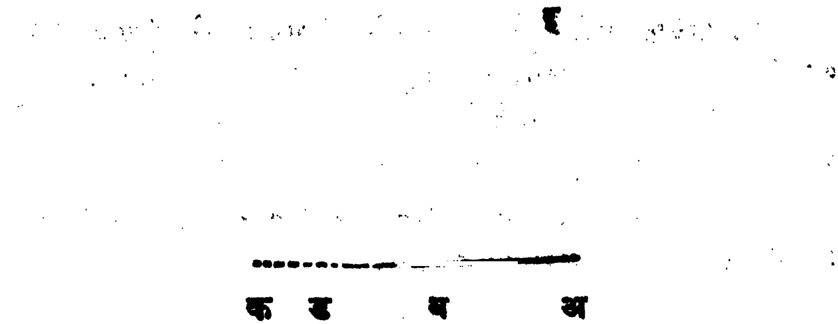
૧૨. પ્રશ્ન ૧૧મામાં બબ્બે દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખુણા કેવડા?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જો પાસેપાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખુણાની બહારની લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન. ∠**અબઈ** અને ∠**ડબઈ** પાસેપાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ **અબ** અને **ડબ** એકજ સીધી લીટીમાં થશે; એટલે **અબડ** સીધી લીટી થશે.

* આવાં બીબાંમાં આપેલા પ્રશ્નો વધારે અગત્યના છે.



રચના. **अब**ને **क** સુધી લંબાવો. (સ્વી૦ કૃ૦)

સિદ્ધતા. કારણુ કે **अबक** એક સીધી લીટી છે, અને **इब** તેની ઉપર પડે છે.

∴∠**अबइ** અને ∠**कबइ** ન્યૂનતાપૂરક છે. (પ્ર.૦ સિ. ૧)

પણ ∠**अबइ** અને ∠**डबइ** ન્યૂનતાપૂરક છે, (પ્રતિજ્ઞા)

∴∠**अबइ** + ∠**डबइ** = ∠**अबइ** + ∠**कबइ**. (પ્ર૦ પ્ર૦)

એ બન્ને જોડમાંથી સામાન્ય ∠**अबइ** લઇ લો;

∴∠**डबइ** = ∠**कबइ**. (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને આ બે સરખા ખુણાઓની એક શાખાલીટી **बइ** સામાન્ય છે. અને એ ખુણાઓ એ સામાન્ય શાખાલીટીની એકજ બાજુએ છે.

∴ **बक**, **बड** એકજ સીધી લીટીમાં હોવી જોઈએ.

અને **अबक** એક સીધી લીટી છે. (રચના)

નિગમન ∴ **अबड** પણ સીધી લીટી છે. **પ્ર૦ સિ૦**

પ્રશ્નો.

૧. **अब**ની સાથે **बक** અને **बड** વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે ૬૫° અને ૧૧૫°ના ખુણા કરે છે તો **बक** અને **बड** એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૨. **बक** સાથે વિરૂદ્ધ બાજુએ **बअ** અને **बड** અનુક્રમે એકેક કાટખુણો કરે છે તો **बअ** અને **बड** એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૩. ∠**बअक** = ૬૦° અને **बअ** = २″ અને **अक** = ૨″; ∠**बअक**ને દુભાગનારી લીટી **बक**ને **ड**માં મળે છે તો **बड** અને **डक** માપો; અને ∠**अडब**ના ન્યૂનતાપૂરક અને કોટિખુણા કહો.

૪. **अबक** લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુએ ∠**अबड** અને ∠**कबइ** બરાબર છે તો બતાવો કે **डब** અને **बइ** એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૫. પાસેપાસેના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ જો કાટખુણે મળતી હોય તો એ ખુણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬. સામસામેના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે એમ સિદ્ધ કરો.

૭. કોઈપણ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તો તેના બન્ને ભાગો સરખા ખુણામાંથી ફરશે.

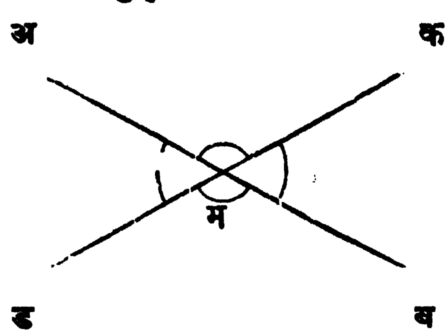
૮. **अबक** અને **डबइ** સીધી લીટીઓ એક બીજીને **ब**માં છેદે તો ∠**अबइ** + ∠**इबक** = ? અને ∠**इबक** + ∠**कबड** = ?

૯. એકજ લીટીની આસપાસ બે ખુણાઓ ૭૨° અને ૧૦૯°ના છે તો બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

૧૦. બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખુણાની કેટલી જોડ થશે ?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા જો બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે.



વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા. अब અને **कड** બે સીધી લીટીઓ **म** બિંદુમાં છેદે છે તો ∠**अमक** = ∠**बमड** થશે; અને ∠**अमड** = ∠**कमब** થશે.

સિદ્ધતા. ∵ **कड** એક સીધી લીટી છે અને **अम** તેની ઉપર પડે છે.

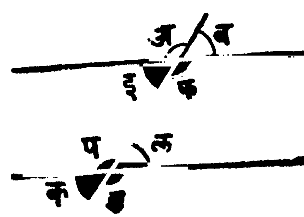
∴ ∠**अमक** + ∠**अमड** = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)
અને ∵ **डम**, **अब** ઉપર પડે છે,
∴ ∠**अमड** + ∠**बमड** = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)
∴ ∠**अमक** + ∠**अमड** = ∠**अमड** + ∠**बमड**. (પ્ર૦ પ્ર૦)
આ બન્ને સરખી જોડમાંથી સામાન્ય ∠**अमड** લઈ લો;
નિગમન. ∴ ∠**अमक** = ∠**बमड**; (પ્ર૦ પ્ર૦)
અને તેજ પ્રમાણે ∠**अमड** = ∠**कमब** પણ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો

૧. ઉપલા સિદ્ધાંતમાં ∠**अमड** = ∠**कमब** છે તે પૂર્ણ સિદ્ધતા લખી એ સિદ્ધાંત સાબીત કરો.

૨. કોઈપણ ત્રિકોણની સઘળી બાજુઓ બંને દિશામાં લંબાવી કહો કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે.

૩. નીચેની આકૃતિમાં જો ∠**अ** = ∠**इ** તો ∠**इ** = ∠**फ**; જો ∠**ब** = ∠**ल** તો ∠**इ** = ∠**क**; જો ∠**ब** = ∠**ल**, તો ∠**फ** = ∠**ड** અને ∠**इ** = ∠**ल**; જો ∠**इ** + ∠**प** = ૨ ∟, તો ∠**फ** + ∠**ल** = ૨ ∟, ∠**ब** + ∠**ड** = ૨ ∟, અને ∠**अ** + ∠**क** = ૨ ∟ છે.



૪. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો એક ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેના ખુણાને પણ દુભાગે છે એમ સાબિત કરો.

૫. સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સાધી લીટીમાં છે.

૬. પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩જાની આકૃતિમાં જો

(૧) ∠**अमक**=૬૧°, તો બીજા ખુણા કેવડા?

(૨) ∠**अमक** + ∠**बमड** = ૨૨૦° તો બીજા ખુણા કેવડા?

(૩) ∠**अमक** + ∠**अमड** + ∠**डमब** = ૨૩૧° તો દરેક ખુણો કેવડો?

૭. **बड**, ∠**अबक**ને દુભાગે છે તો **बड** ઉપર ∠**अबक**ને

એવડ વાળીએ ત્યારે અબ ક્યાં પડશે? અબ, બકની બહાર અને અંદર ક્યારે ક્યારે પડશે?

૮. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતાં એક ખુણો ૧૫°નો કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા?

૯. ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદતાં પાસેપાસેના બે ખુણા ૨૫° અને ૬૧°ના કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા?

૧૦. એક ચતુષ્કોણમાં બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવતાં બહારના ખુણા ૮૬°, ૧૧૫°, ૭૫°, ૮૪°, થાય છે તો તેની પાસેના ખુણા કેવડા?

૧૧. એક આંકણી એક લીટી ઉપર ફરીને ૨૭°, ૧૧૨°, ૭૭°, અને ૪૮°ના ખુણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખુણા તે કેવડા કરશે?

§ ૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ

સામાન્ય સીધી લીટીઓ એકજ સફાઈમાં હોવી જોઈએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હોય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલું લંબાવવાથી મળતી નથી તો પણ આ ભૂમિતિમાં એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામાં આવી નથી. આ ભૂમિતિમાં એકજ સફાઈમાં પડતી સમાન્તરો લીધી છે. બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખુણાઓ બબ્બે લીટીથી થાય છે તેની સમજણ માટે કર્તવ્ય ભાગમાં જુઓ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪થો વિદ્યાર્થીને ભારી લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયોગ કરી બતાવવોઃ—

अब, कड બે લીટીને છેદતી એક **पफ** આડી લીટી દોરો અને તેમાં ∠**अइल** અને ∠**इलड** દરેક ૭૦°નો કરો; પછી ∠**बइल** અને ∠**इलक**નાં માપ લો.

પછી **बइलड** ભાગની નકલ પાતળા કાગળ પર કરો. અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) **कलइअ** ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે **इल** લીટી **लइ** સાથે મળી જાય. **इब, लड**નું શું થાય છે? કારણ શું?

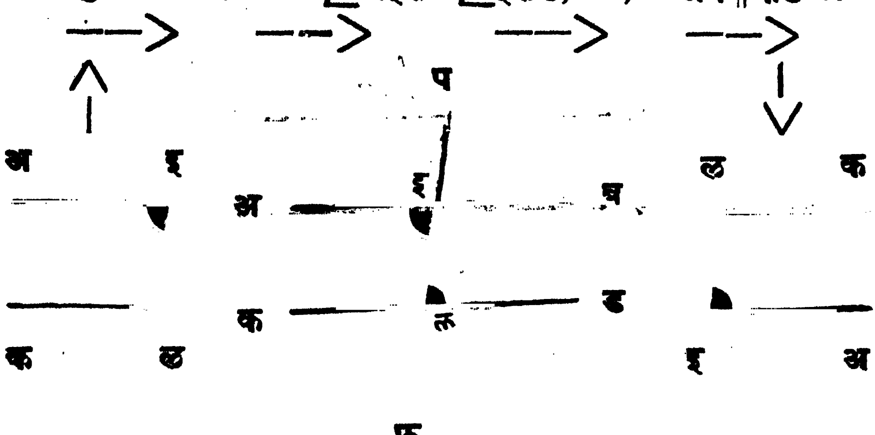
જો **इअ, लक**ને લંબાવતાં તેઓ મળે તો **लड, इब**ને વિષે શું અનુમાન કરો? તેથી ∠**अइब**, ∠**कलड** વિષે તમો શું અનુમાન કરો?

જો इअ, लकने લંબાવતા તેઓ ન મળે તો શું અનુમાન નીકળે છે? આ પ્રમાણે બતાવો કે अब || कड છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪.

એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો વ્યુત્ક્રમ ખુણાનું જોડકું બરાબર હોય તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.

अब, कड બે સીધી લીટીઓને पफ એક આડી સીધી લીટી इ, ल માં અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે જો ∠अइल=∠इलड, હોય, તો अब || कड થશે.



આકૃતિમાંથી अइलक ભાગ (કાપીને કે નકલ કરીને) છૂટો કરી તીરની દિશામાં ફેરવીને એવી રીતે મુકો કે ल, इ ઉપર અને इ, ल ઉપર પડે.

∵ इल = लइ અને ∠अइल=∠इलड, ∴ इअ, लड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠अइल=∠इलड, ∴ તેઓના ન્યૂનતાપૂરક ∠बइल=∠कलइ (?)

∴ लक, इब ઉપરજ પડશે.

હવે જો अब, कड લીટીઓ સમાન્તર ન હોય તો તેઓ લંબાવતાં જમણી કે ડાબી બાજુએ મળશે. ધારો કે તેઓ ब, ड તરફ લંબાવતાં મળે છે. પણ लड, इबनी જે દિશા છે તેજ દિશા इअ, लकनी પણ છે; તેથી इअ, लक પણ अ, क તરફ લંબાવતાં મળશે. એટલે

अब, कड બે સીધી લીટી અવકાશનો ભાગ રોકી શકે છે. પણ એ બન્ને સીધી લીટી હોવાથી એ અશક્ય છે.

∴ કોઈપણ બાજુ પર अब, कड મળે નહિ. ∴ अब || कड છે. પ્ર. સિ.

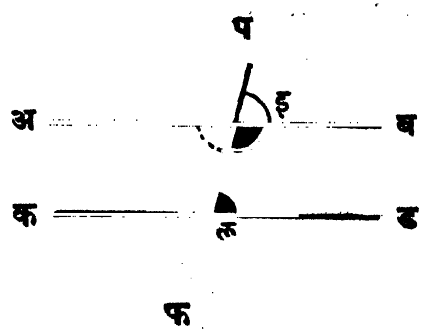
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૫.

જો એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો–

(૧) બહારનો એક ખુણો આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના સામેના ખુણાની બરાબર હોય; અથવા

(૨) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય;

તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.



पफ આડી લીટી **अब**, **कड** બે સીધી લીટીને અનુક્રમે **इ**, **ल**માં છેદે છે. ત્યારે

(૧). જો બહારનો ∠**पइब** = ∠**पलड** હોય, તો **अब** ‖ **कड** થશે.

કારણ કે ∠**पइब** = ∠**पलड**, (∠**इलड**),

અને ∠**पइब** = ∠**अइल**, (પ્ર૦ સિ૦ ૩)

∴ ∠**अइल** = ∠**इलड** (∠**पलड**), (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ પ્રમાણે **अब** ‖ **कड** છે.

(૨). જો ∠**बइल** + ∠**इलड** = ૨ ∟, તો **अब** ‖ **कड** થશે.

કારણ કે ∠**बइल** + ∠**इलड** = ૨ ∟, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠**बइल** + ∠**अइल** = ૨ ∟, (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠**बइल** + ∠**इलड** = ∠**बइल**+∠**अइल**, (પ્ર૦પ્ર૦)

બન્ને જોડમાંથી સામાન્ય ∠**बइल** લઈ લો.

∴ ∠इलड = ∠अइल. (प्र० प्र०)
पणु आ व्युत्क्रम खुणा छे,
∴ प्रमेय सिद्धांत ४ प्रमाणे **अब** ∥ **कड** छे. (प्र० सि०)

ઉપસિધ્ધાંત. જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટી છે.

પ્રશ્નો (સિ. ૪ ને ૫ ઉપર).

૧. સિદ્ધાંત ૪થાનો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.

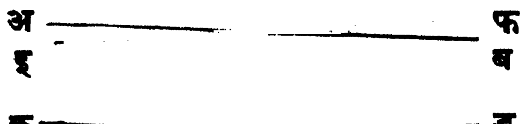
૨. બે અથવા વધારે સમાન્તર સીધી લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો ∥ને લંબ હોય તો એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો સમાન્તરબાજુ છે.

૩. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં ∠**बअक** = ∠**अकड** અને ∠**डअक** = ∠**अकब** તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ છે એમ બતાવો.

૪. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં ∠**अ** = ∠**ब** અને **बक** = **अड**; તો આકૃતિને કાપીને, ઉલટ પાલટ ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમાં પાછી ગોઠવીને બતાવો કે **अब** ∥ **कड** છે.

૫. લીટીના પરિવર્તનથી ખૂણો થાય છે એ સત્યતાને આધારે ઉપલો સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ. એક બીજીને છેદતી બે લીટીઓ બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હોઈ શકે નહિ. અથવા કોઈપણ બિંદુમાંથી એકજ લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર દોરી શકાય છે.



अब, **इफ** અરસપરસ છેદે છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ **પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ** કહેવાય છે.

ટીપ. જો **अब**, **कड** સમાન્તર હોય તો **अब**, **कड** વચ્ચેનું અંતર બધી જગ્યાએ એકજ છે. અને **अब** ને **इफ** છેદે છે તેથી **कड**, **इफ** વચ્ચેનું અંતર **अब**, **कड** વચ્ચેના અંતર કરતાં કોઈ જગ્યાએ વધે અને કોઈ જગ્યાએ ઘટે; તેથી **इफ**, **कड** વચ્ચેનું અંતર એકજ રહી શકે નહિ; તેથી **इफ**, **कड** સમાન્તર હોઈ શકે નહિ.

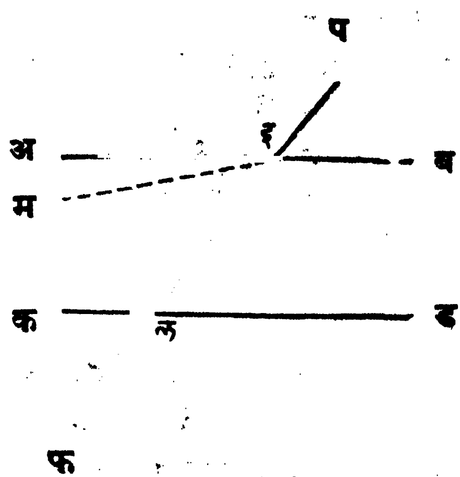
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૬.

જો એક સીધી લીટી બે સમાન્તર સીધી લીટીને છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે.

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના ખુણાની બરાબર છે; અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.



अब, **कड** બે સમાન્તર સીધી લીટીને **पफ** એક આડી સીધી લીટી અનુક્રમે **इ**, **ल**માં છેદે છે તો

(૧) ∠**अइल** = ∠**इलड** થશે;

(૨) બહારનો ∠**पइब** = માંહેના સામેના ∠**इलड** થશે; અને

(૩) માંહેના ∠**इलड** + ∠**बइल** = ૨ |__ થશે.

(૧) જો ∠**अइल**, ∠**इलड**ની બરાબર ન હોય તો

ધારો કે ∠**मइल** = ∠**इलड** છે.

∵ ∠**मइल** = ∠**इलड**, ∴ **मइ** ∥ **कड** છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

પણ **अब** ∥ **कड**; (?)

∴ **मइ** અને **अइब** બન્ને ∥ **कड** છે.

પણ એ અશક્ય છે. (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ)

∴ ∠अइड અને ∠इलड બરાબર નથી એ અશક્ય છે.

∴ ∠अइल = ∠इलड છે.

(૨). હવે ∠अइल = ∠इलड, (સિદ્ધ)

અને ∠पइब = ∠अइल, (પ્ર૦ સિ૦ ૩)

∴ ∠पइब = ∠इलड છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

(૩). હવે ∠अलइ = ∠इलड; (સિદ્ધ)

માટે બન્નેમાં ∠बइल ઉમેરીએ તો

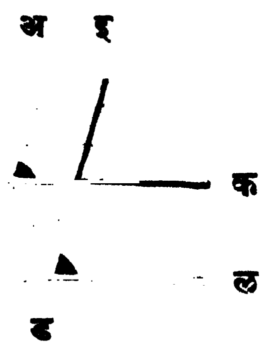
∠अइल + ∠बइल = ∠इलड + ∠बइल; (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠अइल + ∠बइल = ૨ ∟ (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

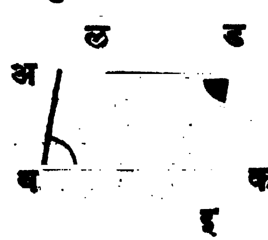
∴ ∠इलड + ∠बइल = ૨ ∟ છે. (પ્ર૦ પ્ર૦) પ્ર. સિ.

ઉપસિદ્ધાંત. **કોઇપણ ખુણાની શાખાલીટીઓને સમાન્તર બે લીટીઓ દોરી હોય તો આ બે લીટીનો અંતર્ખુણો આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.**

अबक આપેલો ખુણો છે અને बअ સમાન્તર डइ, અને बक સમાન્તર डल દોરી છે.

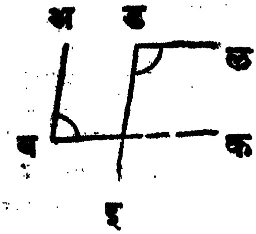


(૧). જો बअની દિશામાં डइને અને बकની દિશામાં डलને દોરી હોય તો ∠अबक, ∠डइल બરાબર છે.

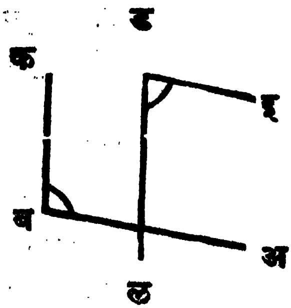


(૨). જો बअની વિરુદ્ધ દિશામાં डइને, અને बकની વિરુદ્ધ દિશામાં डलને દોરી હોય તો ∠अबक, इडल બરાબર છે.

(૩). જો बअની વિરૂદ્ધ દિશામાં डइને, અને बकનીજ દિશામાં डलને દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल ન્યૂનતાપૂરક છે.



(૪). જો बअનીજ દિશામાં डइને, અને बकની વિરૂદ્ધ દિશામાં डलને દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल ન્યૂનતાપૂરક છે.



પ્રશ્નો.

૧. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લંબ હોય તો તે બધી સમાન્તરોને લંબ છે એમ બતાવો.

૨. સિદ્ધાંત ૬માં પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિદ્ધ કરો.

૩. બે સમાન્તર લીટીની બે જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખૂણા બરાબર છે; (૨) કયા કયા ખુણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે; અને (૩) કયા કયા ખુણા અરસપરસ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ છે.

૪. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણ દોરીને કહો કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે?

૫. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા સરખા છે, એમ સિદ્ધ કરો.

૬. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો કેટલો?

૭. પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો કરો.

૮. જો કોઇપણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૯. કોઇપણ ખુણાની શાખાલીટીની સમાન્તર બે લીટી

દોરી હોય તો આ બે લીટીના અંતર્ખુણો આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૦. **अबक**△માં∠**ब**=∠**क**ને**डइ**||**बक** તો∠**अडइ**=∠**अइड** છે.

૧૧. ત્રિકોણુની બહારના ખૂણાને દુભાગનાર લીટી એક બાજુને સમાન્તર હોય તો ત્રિકોણમાં બે ખૂણા સરખા છે એમ બતાવો.

૧૨. એકજ લીટીને દોરેલી બધી લંબો અરસપરસ સમાન્તર છે. એમ બતાવો.

૧૩.* **अब** || **पफ** અને **बक** || **फल** તો ∠**ब** અને ∠**फ**ને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર અથવા લંબ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૪.* સિ. ૬માં **इ**, **ल** આગળના અંદરના ચાર ખુણાને દુભાગનાર લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૫.* સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુના અંદરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૬.* **अब** || **कड** છે; તેઓને આડી લીટી **प**, **र**માં છેદે છે. ∠**प**, ∠**र**ને દુભાગનાર લીટીઓ **म**માં મળે છે. સળ રચનાથી બતાવો કે (**मप**, **मर** ઉપર સળ વળીને) **म**, **अब** અને **कड**થી સમાન અંતરે છે.

૧૭.* એક લીટી બીજી બે લીટીને છેદે અને માંહેના એક બાજુ તરફના બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તો જે બાજુ ઉપર બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતા ઓછા હોય તે બાજુ તરફ એ બે લીટીઓ લંબાવતાં મળે છે એમ બતાવો.

૧૮.* બે લીટીઓની વચ્ચેનો સાંકડો ખુણો તે બે લીટીઓને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓની વચ્ચેના સાંકડા ખુણાની બરાબર છે; અને પહોળો ખુણો પહોળા ખુણાની બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૯.* કોઈપણ ત્રિકોણુના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર લીટી દોરી સિદ્ધ કરો કે ત્રિકોણુના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

*** ફૂલડીવાળા પ્રશ્નો વધારે ઉપયોગી છે તેમજ ઘણી વખત કઠણ પણ છે. એવા અને મોટા અક્ષરોવાળા પ્રશ્નોના આધાર આગળના પ્રશ્નોની સિદ્ધતામાં કોઈ કોઈ જગ્યાએ લીધા છે.**

૨૦.* એક ત્રિકોણના બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુને સમાન્તર લીટી દોરી એક સ. ચ. પુરો કરી બતાવો કે ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

સિદ્ધતાનો પ્રકાર.

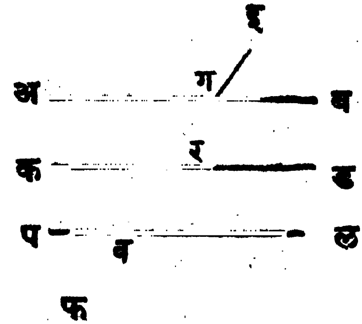
સિદ્ધાંત ૬ઠ્ઠા ઉપરથી માલમ પડશે કે પહેલા પાંચ સિદ્ધાંતોમાં જે રીતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિદ્ધતા જુદીજ છે. પહેલા પાંચની સિદ્ધતા **સુલટી** છે અને ૬ઠ્ઠમાં એ સિદ્ધતા **ઉલટી** છે. કોઇ પણ સિદ્ધાંત આપણે સિદ્ધ કરવાનો છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિદ્ધાંત ખોટો નથી, કારણ કે જો ખોટો હોય તો કાંઈ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિદ્ધતા કહેવાય છે. ૬ઠ્ઠા સિદ્ધાંતમાં આપણે સાધ્યને ખોટો માની તેથી ઉલટું પરિણામ આણ્યું છે. અને જ્યાં જ્યાં આવી ઉલટી સિદ્ધતા અંગીકાર કરવામાં આવે છે ત્યાં ત્યાં એવાં ઉલટાં અને વિપરીત પરિણામ આવે છે.

પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો.

જ્યારે એક સિદ્ધાંતનો પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાંતનો સાધ્ય ભાગ હોય અને પહેલાનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે એવા સિદ્ધાંતો એક બીજાના **પ્રતીપ** યા **વ્યત્યાસ** કહેવાય છે. સિદ્ધાંત ૪ના ને ૫ના પક્ષમાં ખુણાઓનો સંબંધ આપેલો છે અને સાધ્યમાં લીટી || કરવાની છે. ત્યારે સિદ્ધાંત ૬ઠ્ઠાના પક્ષમાં લીટી || આપેલી છે અને સાધ્યમાં $\angle$ઓને સંબંધ શોધવાનો છે. તેથી એ બે સિદ્ધાંતો પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ છે. 'પ્રતીપ' યા 'વ્યત્યાસ'નો અર્થ 'ઉલટો' છે. આ ઉપરથી સમજાશે કે કોઇપણ સિદ્ધાંતનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હોઈ શકે છે; પણ એક સિદ્ધાંત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હંમેશાં સત્ય છે એવું નથી; જેમકે બે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ખુણા પણ બરાબર છે. પણ તેનો પ્રતાપ ખુણા બરાબર હોય તો બાજુઓ પણ બરાબર છે એ હંમેશાં સત્ય નથી.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૭.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ સમાન્તર છે.



अब અને **कड** લીટી બન્ને **पल**ને ‖ છે તો **अब**, **कड** ‖ થશે.

રચના. **इफ** આડી લીટી ત્રણે લીટીને અનુક્રમે **ग**, **र**, **व**માં છેદે તેમ દોરો.

સિદ્ધતા. ∵ **अब** ‖ **पल**, અને **इफ** બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠**अगर** = ∠**गवल**. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ **कड** ‖ **पल** અને **इफ** બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠**गरड** = ∠**गवल**. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

પણ ∠**अगर** = ∠**गवल**, (સિદ્ધતા)

∴ ∠**अगर** (એટલે ∠**अगब**) = ∠**गरड**; (?)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે.

નિગમન. ∴ **अब** ‖ **कड** છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪). પ્ર૦ સિ.

નોંધ. સિદ્ધાંત ૭માં જ્યારે **पल** લીટી **अब** અને **कड**ની મધ્યે હોય ત્યારે સિદ્ધતા નહિજ જેવી છે; કારણકે,

अब ‖ **पल**, અને **कड** ‖ **पल** છે.

∴ **अब**, **पल** અને **कड**, **पल** કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે **पल**ની બહારની લીટીઓ, **अब**; **कड** મળી શકશે.

પ્રશ્નો.

૧. જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૨. જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને લંબ હોય તો બીજીને પણ તે લંબ છે એમ બતાવો.

૩. સિદ્ધાંત ૭ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિદ્ધ કરો.

૪. સિદ્ધાંત ૭મામાં "સમાન્તર"ને બદલે "સરખી" અને "લંબ" શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિદ્ધાંતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં જો એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

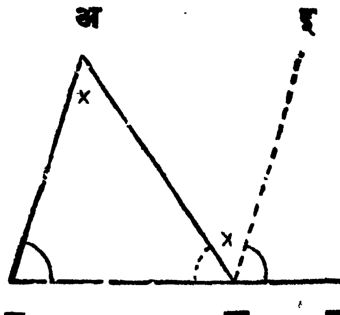
૬. લંબચોરસની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુઓને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર સરખા લંબ ચોરસો બનાવે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ઠ્ઠામાં જો ચોરસ લઈએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે.

§૧૫. ત્રિકોણના બધા ખુણાનું અને બહુકોણના અંતર્ખુણાનું અને બાહ્યખુણાનું એકંદર મહત્ત્વ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૮.

કોઈપણ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળીને બે કાટખુણા બરાબર છે.



अबक એક ત્રિકોણ છે; તો $\angle$**अ** + $\angle$**ब** + $\angle$**क** = બે કાટખુણા થશે.

રચના. **बक**ને **ड** સુધી લંબાવો; અને ધારો કે **कइ**, **अब**ને $\parallel$ છે.

સિદ્ધતા. $\because$ **अब** $\parallel$ **कइ**, $\therefore$ $\angle$**अ** = $\angle$**अकइ**; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને $\because$ **अब** $\parallel$ **कइ**, $\therefore$ $\angle$**ब** = $\angle$**इकड**; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

$\therefore$ $\angle$**अ** + $\angle$**ब** = $\angle$**अकइ** + $\angle$**इकड**, (પ્ર૦ પ્ર૦).

હવે બન્ને જોડમાં $\angle$**अकब** ઉમેરો.

∴ ∠अ + ∠ब + ∠अकब = ∠अकइ + ∠इकड + ∠ अकब; પણ क આગળના ત્રણ ખુણા બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)
નિગમન. ∴ ∠अ + ∠ब + ∠ अकब = ૨ [છે.
એટલે ત્રિકોણના ∠अ + ∠ ब + ∠क = બે કાટખુણા. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. કોઈપણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો માંહેના સામેના બે ખુણાની બરાબર છે; અને તે માંહેના સામેના કોઈપણ ખુણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખુણા બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખુણા પણ બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. કોઈપણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા છે.

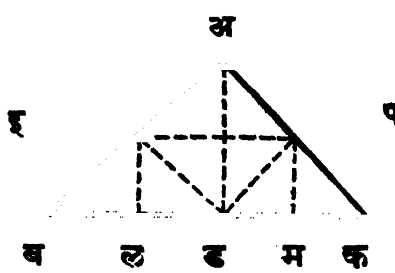
ઉપસિદ્ધાંત ૪. કોઈપણ ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૫. કોઈપણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા બે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય છે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચે પ્રમાણે ત્રિકોણ રચના કરી. પ્ર. સિ. ૮મો સિદ્ધ કરો.

[△अबकमां अड, बक પર ⊥ છે અને इ, अबनुं અને फ, अकनुं મધ્યબિંદુ છે; ને इल અને फम, बक ને ⊥ છે.]



૨. કોઈપણ કાટખુણ △માં બે સાંકડા ખુણા કોટિખુણા છે.

૩. જો કોઈપણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખુણ ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખુણુ ત્રિકોણુમાં કર્ણુ ઉપર જો કાટખુણામાંથી લંબ દોરી હોય તો બન્ને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણુ સાથે સમકોણુ છે.

૫. **अबक** △માં **बक**ની ‖ લીટી **अ**માંથી દોરી પ્ર૦ સિ૦ ૮ સિદ્ધ કરો.

૬. △**अबक**માં **बक** લંબાવતાં બહારનો ∠**अकड** = ૧૨૨° અને ∠**अ** = ૫૨° છે તો બીજા ખુણા કેવડા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લંબ હોય તો પહેલી જોડની વચ્ચેનો સાંકડો ખુણો બીજી જોડની વચ્ચેના સાંકડા ખુણાની બરાબર છે.

૮. કોઈપણુ ત્રિકોણુના પાયાને બન્ને બાજુ લંબાવીએ તો બહારના ખૂણાઓ બે કાટખુણા અને પાયાની સામેના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.

૯.* △**अबक**માં ∠**ब**, ∠**क**ને **बड**, **कड** અનુક્રમે દુભાગે છે તો ∠**बडक** = ૯૦° + ∠**अ**/૨.

૧૦.*△**अबक**માં **अब**, **अक**ને લંબાવતાં બહારના ખૂણાને **बड**, **कड** દુભાગે છે તો ∠**बडक** = ૯૦°− ∠**अ**/૨.

૧૧. *બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેની એકજ બાજુના માંહેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ કાટખુણે મળે છે.

૧૨. *△**अबक**માં **अब** = **अक** અને **बअ**ને **ड** સુધી લંબાવતાં **अक** = **अड** હોય તો **डक**, **बक**ને લંબ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૩. કોઈપણુ ચતુષ્કોણુમાં પાસેપાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીથી થતો અંતર્ખુણો બાકીના ખુણાના સરવાળાથી અર્ધો છે એમ બતાવો.

૧૪. *કોઈપણ ત્રિકોણુની એક બાજુને બંને બાજુ લંબાવીએ તો બહારના ખુણા બે કાટખુણા કરતાં મોટા છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૫. કોઈપણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એક બીજાની અંદર છે તો પાયાની સામેનો ત્રિકોણુનો ખુણો અંદરના ત્રિકોણુના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૬. ***अबक** △માં ∠**अ**, ∠**ब**ને દુભાગનારી લીટીઓ **ड**માં મળે તો ∠**अडब** એક કાટખુણાથી મોટો છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૭. **अबकड** ચતુષ્કોણુમાં **अक** કર્ણુ ∠**अ** અને ∠**क**ને દુભાગે છે તો **ब** અને **ड** આગળના બહારના ખુણા બરાબર છે.

૧૮. પાયા આગળથી △ની બે બાજુ લંબાવતાં થતા બહારના ખૂણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં મોટા છે.

૧૯. એક △માં ત્રણે ખુણા બરાબર હોય તો દરેક ખુણો કેવડો ?

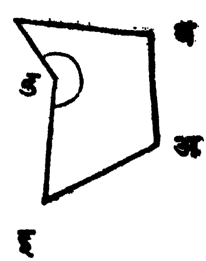
૨૦. એક △માં બે ખુણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતાં ૩૦ અંશ મોટો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૧. अबकड ચતુ૦માં अब, डक લંબાવતાં મળે છે; તો ब, क આગળના બહારના ∠ઓ મળી अ, ड આગળના અંદરના ∠ઓ બરાબર છે.

૨૨. પંચકોણના બધા ખુણા મળી ૬ કાટખુણા બરાબર છે.

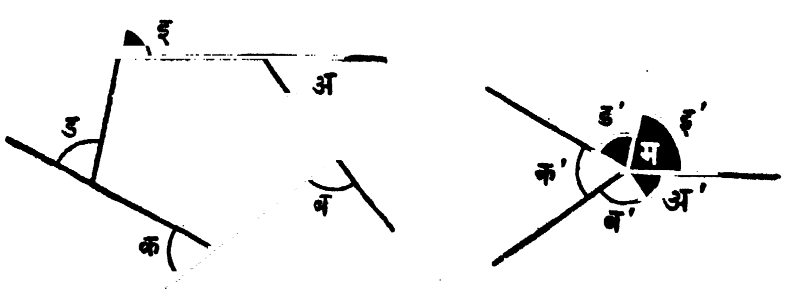
૨૩. નિયમિત ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમાં દરેક ખુણાનું શું મહત્ત્વ છે ?

નોંધ—પાસેની આકૃતિમાં બતાવેલો ड क ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ યા અંતર્ગામી યા 'રીફ્લેક્ષ' ખુણો છે. જુઓ કર્તવ્ય ભાગમાં. એ ખુણો બે કાટખુણાથી મોટો છે.



પ્રમેય સિદ્ધાંત ૯.

કોઈપણ સીધીલીટીઆકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઈ-પણ ખુણો અંતર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



સાધન. अबकडइ એક એવી સીધીલીટીઆકૃતિ છે કે તેનો કોઈપણ ખુણો અંતર્ગામી નથી; અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખુણા થાય છે.

ત્યારે ∠अ + ∠ब + ∠क + ∠ड + ∠इ = ૪ કાટખુણા થશે.

રચના. म જેવા કોઈપણ બિંદુમાંથી આપેલી આકૃતિની બાજુઓની દિશામાંજ એ બાજુઓની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખુણાઓ કરતી બાજુઓની સમાન્તર જે લીટીઓ **म**માંથી દોરી છે તેની વચ્ચે अ′, ब′, क′, ड′, इ′, ખુણાનાં નામ આપો.

સિદ્ધતા. ∵ એકજ દિશામાં જતી બબ્બે સમાન્તરોની વચ્ચે સરખા ખુણા હોય છે,

∴ ∠अ = ∠अ′, ∠ब = ∠ब′, ∠क = ∠क′, ∠ड = ∠ड′, ∠इ = ∠इ′ છે. (પ્ર. સિ. ૬, ઉપ.)

∴ આકૃતિના બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો = **म** આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો છે.

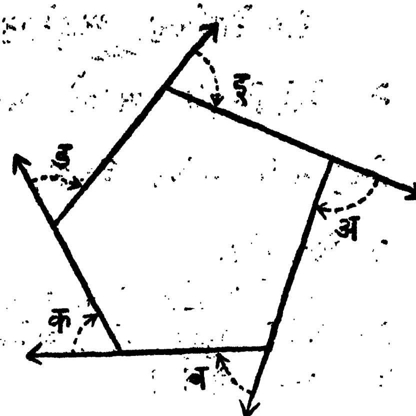
પણ **म** આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો = ૪ કાટખુણા. (પ્ર. સિ. ૧, ઉપ.)

∴ આકૃતિના બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે. **પ્ર. સિ.**

ટીપ.—ઉપલી આકૃતિમાં બહુકોણની ગમે તેટલી બાજુ લઈ શકાય છે.

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈપણ સીધીલીટીઆકૃતિના અંદરના બધા ખુણા અને ચાર કાટખુણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

અથવા, સીધીલીટીઆકૃતિની બાજુની સંખ્યા અ હોય તો બધા અંદરના ખુણા મળી (૨×અ−૪) કાટખુણા બરાબર છે.



અબકડઇ કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો, તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો.

∴ આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલાં શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળના બહારના અને અંદરના ખુણા મળી બે કાટખુણા છે.

∴ બધા બહારના અને બધા અંદરના ખુણા મળી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલા બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

પણ બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

(પ્ર૦ સિ૦ ૯)

∴ આકૃતિના બધા અંદરના ખુણા અને ચાર કાટખુણા મળી જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

∴ બધા અંદરના ખુણા મળી = (૨×અ−૪) કાટખુણા છે.

પ્રશ્નો.

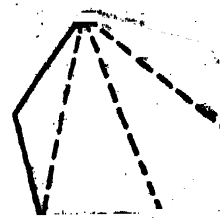
૧. એક ચતુષ્કોણના બહારના ખુણા ૭૨°, ૧૧૨°, અને ૫૫° છે તો ચોથો બહારનો ખુણો કેવડો? અને અંદરના બધા ખુણા કેવડા?

૨. એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખુણા ૬૭°, ૨૫°, અને ૩૮° છે અને બાકીના બહારના ખુણા સરખા છે તો સઘળા ખુણા કેવડા?

૩.* કોઈપણ બહુકોણમાં અ બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખુણા (૨ × અ − ૪) કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૪.* કોઈપણ સમકોણમાં અ બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખુણો (૨ × અ − ૪) ÷ અ કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૫. એક △માં પાયા ઉપરનો ખુણો અનુક્રમે સામેના ખુણાથી ત્રણગણો અને પાંચગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો?



૬.* કોઈપણ બહુકોણમાં ગમે તે શિરોબિંદુને બીજાં બધાં શિરોબિંદુ સાથે સાંધી ઉપરનો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૭. એક △ના પાયા ઉપરના ખુણાઓ ૬૫° અને ૮૩° છે તો તેની સામેનો ખુણો કેવડો? સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખુણા કરે છે?

૮. પ્રશ્ન ૭મામાં પાયા ઉપરના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો?

૯. એક ચતુષ્કોણમાં ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી પાંચગણા, ચારગણા અને આઠગણા છે તો દરેક ખુણો કેવડો?

૧૦.* એક સમબહુકોણમાં દરેક ખુણો (૧) ૧૦૮°; (૨) ૧૭૦°; (૩) ૧૭૯°; (૪) ૧૭૭$\frac{1}{2}$° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે?

૧૧. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો?

૧૨. કોઈ સમબહુકોણમાં બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦°; (૨) ૧૨°; (૩) ૪૦°; (૪) ૯°; (૫) ૧૫°; (૬) ૩૬°; (૭) ૯૦°; (૮) ૨૪°; (૯) ૪°; અને (૧૦) ૧૦° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ હશે?

૧૩. ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણમાં બહારનો અને અંદરનો દરેક ખુણો કેવડો?

૧૪. ૭°, ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, ૨૧°, અને ૩૩°નો બહારનો ખુણો હોય તો એવા સમબહુકોણ બની શકે? કારણ આપો.

૧૫. બહારનો ખુણો પહોળો ખુણો હોઈ શકે એવો સમકોણ કયો?

૧૬. ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણના અંદરના અને બહારના ખુણાનાં માપનો કોઠો બનાવો.

૧૭. પ્રોટ્રેકટરથી ૨·૦"ની બાજુ ઉપર એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭મામાં બાજુ ૪·૨ સે. મી. હોય ત્યારે સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૯. ૧·૪"ની બાજુ ઉપર એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

૨૦. પ્રશ્ન ૧૭માં એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઈ બીજાં શિરોબિંદુઓ અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો; આ આકૃતિ કેવી છે ? તેનાં બાજુ અને ખુણાનાં માપ કાઢો.

૨૧. એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવતાં બે બહારના ખુણાનો સરવાળો ત્રીજા બહારના ખુણાથી બમણો હોય તો ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૬૦°નો છે.

§૧૬. ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા; અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મૂકવામાં આવે ત્યારે એ રીતિને **સ્થાનોપરિ યા સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે. આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ **સ્થાનોપરિ** સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ "**બરાબર**" થાય છે એટલે "**સર્વ રીતે બરાબર**" થાય છે.

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમાં પણ તેઓ બરાબર છે. પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમાં બરાબર હોય તો હંમેશાં તે સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ આગળ બતાવવામાં આવશે.



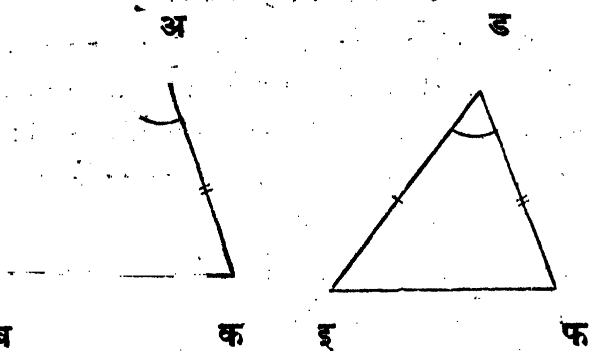
વળી કોઈ પણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતાં માલમ પડે છે કે તેનાં ૭ "તત્ત્વો" યા "અંગો" છે, ત્રણ ખુણાઓ ∠अ, ∠ब, ∠क અને ત્રણ બાજુઓ અ,બ,ક (ખુણાની સામેની) છે. જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણનાં ૭ અંગો તે બીજા ત્રિકોણનાં ૭ અંગોની બરાબર અનુક્રમે છે; અને ત્રિકોણોનાં ક્ષેત્રફળો પણ બરાબર છે. જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમાં બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા

ખુણાની સામેની હોય છે અને સરખા ખુણાઓ સરખી બાજુની સામેના હોય છે. આકૃતિઓ સર્વ અંગમાં બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે,

"એક આકૃતિ ≡ બીજી આકૃતિ" લખાય છે; એટલે એક આકૃતિ સર્વ અંગમાં બીજી આકૃતિની બરાબર છે, એટલે બન્ને એકરૂપ છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંતર્ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણ સર્વ રીતે બરાબર છે.



સાધન. **अबक** અને **डइफ** ત્રિકોણોમાં **अब** = **डइ** અને **अक** = **डफ** અને ∠**अ** = ∠**ड** છે, તો △**अबक** ≡ △**डइफ** થશે.

સિદ્ધતા. △**अबक**ને ઉંચકીને △**डइफ** ઉપર એવી રીતે મૂકો કે **अ**, **ड** ઉપર પડે અને **अब**, **डइ** ઉપર પડે, અને

∵ **अब** = **डइ**, ∴ **ब**, **इ** ઉપર પડે છે.

વળી ∵ ∠**अ** = ∠**ड**, તેથી **अक**, **डफ** ઉપર પડે છે.

અને ∵ **अक** = **डफ**, ∴ **क**, **फ** ઉપર પડે છે.

અને ∵ **ब**, **इ** ઉપર અને **क**, **फ** ઉપર પડે છે.

∴ **बक**, **इफ** ઉપર પડે છે; ∵ **बक**, **इफ** સીધી લીટીઓ છે.

∵ △**अबक**, △**डइफ** ઉપર બરાબર પડે છે,

નિગમન. ∴ △**अबक** ≡ △**डइफ**. **પ્ર૦ સિ૦**

સૂચના—ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અવશ્ય યાદ રાખવાનું છે કે બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખુણાજ બરાબર આપ્યા છે. સમકોણ △ઓમાં સરખા ખુણાઓની સામેની બાજુને 'મળતી આવતી' કે 'સંગત બાજુ' કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૦મો કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો કાપી સ્થાનોપરિસ્થિતિમાં મૂકી સાબિત કરો.

૨. સિ૦ ૧૦માં ક્યાં ક્યાં ખુણા અને બાજુ બરાબર થયાં છે?

૩. સિ૦ ૧૦મો બીજી બે બાજુ અને તેનો અંતર્ખુણો લઈ સિદ્ધ કરો.

૪. *કોઈપણ બે ત્રિકોણ લઈ તેમાં બબ્બે બાજુ બરાબર લઈ અને અંતર્ખુણા સિવાયના ખૂણા બરાબર લઈ △ઓ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈપણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૬. ચતુષ્કોણમાં કર્ણો કાટખુણે દુભાગાય તો ચ૦ રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૭. अबના મધ્યબિંદુ कમાંથી अब ઉપર कड લંબ દોરીએ તો कडનું કોઈપણ બિંદુ अ અને बથી સમાન અંતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

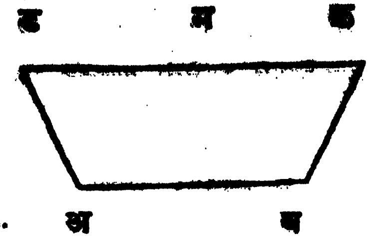
૮. **अब** અને **कड** અરસપરસ **म**માં દુભાગે તો △**अमक** = △**बमड**.

૯. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમ બાજુના અંતર્ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને લંબ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૦. △**अबक**માં **अब** = **अक** અને **अब** અને **अक**માંથી અનુક્રમે **अड** = **अइ** કાપી છે, તો **कड** = **बइ** છે એમ બતાવો.

૧૧. **अबकड** ચોરસમાં **ल**, **म**, **फ** અનુક્રમે **अब**, **बक**, **कड**નાં મધ્ય બિંદુ છે તો (૧) **अफ** = **अम**; (૨) **बफ** = **डम**; (૩) **लम** = **मफ**; અને (૪) **अम** = **डम** છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૨. △**अबक** = △**डइफ** છે અને **म**, **बक**નું અને **ल**, **इफ**નું મધ્યબિંદુ હોય તો **अम** = **डल** અને ∠**अमब** = ∠**डलइ** છે એ સિદ્ધ કરો.



૧૩. अबकड ટ્રેપિઝિયમમાં अड= बक અને ∠ड = ∠क, અને डकમાં म એવું છે કે मड=मक તો अम=बम સિદ્ધ કરો.

૧૪. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમ બાજુઓ શિરોબિંદુની બહાર સરખી લંબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.

૧૫. △अबकમાં अड મધ્યગા છે; અને अडને લંબાવતાં अड = डइ તો △कडइ ≡ △बडअ અને △बडइ ≡ △कडअ.

૧૬.* अब, कड, મમાં દુભાગે તો अक ∥ बड, અને अड ∥ बक.

૧૭. अब, कड કાટખુણે દુભાગે તો अकबड રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૧૮.* अब = અને ∥ कड તો अक = અને ∥ बड છે.

૧૯.* अबक △ની अब, अक બાજુઓ ઉપર अबह અને अकड સમબાજુ △ઓ બહારથી દોર્યા હોય તો कह = बड છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦. अबकडइ નિયમિત પંચકોણમાં अक=बड=कइ=डअ=इब છે.

૨૧.* अबकडइफ નિયમિત ષટ્કોણમાં अकइ અને बडफ સમબાજુ △ઓ છે એમ બતાવો.

૨૨. બે લીટીઓ અરસપરસ દુભાગે તો તે સ૦ ચ૦ના કર્ણો છે.

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર છે અને સામસામેના ખુણાની એક જોડ બરાબર છે તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૨૪. ચોરસના કર્ણો તેના ખુણાઓને દુભાગે છે.

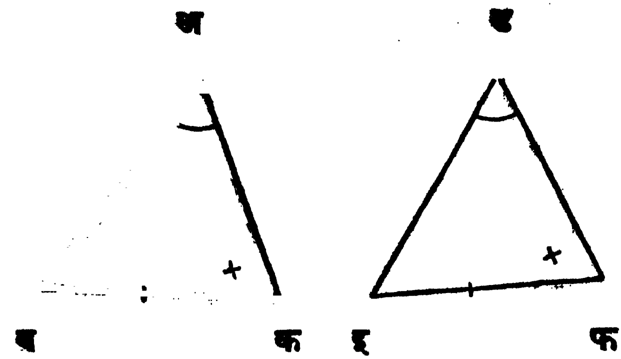
૨૫. अबक ત્રિકોણની अब, अक ઉપર બહારથી अबहइ, अकलर ચોરસ દોર્યા હોય તો बर = इक છે એમ બતાવો.

૨૬. अबकड ચોરસમાં म કોઈપણ બિંદુ છે. मअ ઉપર अबની સામેની બાજુએ अमरल ચોરસ દોર્યો હોય તો बम = डल છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૧.

જો કોઈ ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને એક બાજુ બીજા

ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણ બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને **डइफ** △ઓમાં **बक = इफ** અને પહેલાના બે ખુણાઓ બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર છે તો △**अबक** ≡ △**डइफ** થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △**अबक**ના ત્રણ ખુણા = ૨ કાટખુણા = △**डइफ**ના ત્રણ ખુણા છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૮)

અને ∵ △ **अबक**ના બે ખુણાઓ = △**डइफ**ના બે ખુણાઓ,

∴ △ **अबक**નો ત્રીજો ખુણો = △**डइफ**નો ત્રીજો ખુણો. (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ.)

∴ ∠ **अ** = ∠ **ड**; ∠ **ब** = ∠ **इ**; ∠ **क** = ∠ **फ** છે.

હવે △ **अबक**ને △ **डइफ** ઉપર એવી રીતે મૂકો કે **ब**, **इ** ઉપર પડે અને **बक**, **इफ** ઉપર પડે,

અને ∵ **बक** = **इफ**, ∴ **क**, **फ** ઉપર પડે છે.

અને ∵ ∠**ब** = ∠**इ**, ∴ **बअ**, **इड** ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠**क** = ∠**फ**, ∴ **कअ**, **फड** ઉપર પડશે.

∴ **बअ** અને **कअ**નું સામાન્ય બિંદુ **इड** અને **फड**ના સામાન્ય બિંદુ ઉપરજ પડશે; કારણ કે તે બધી સીધી લીટીઓ છે.

∴ △ **अबक**, △ **डइफ** ઉપર બરાબર પડે છે.

∴ △ **अबक** ≡ △ **डइफ** છે. **પ્ર૦ સિ૦**

પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો પક્ષ પ્રમાણે કાપી સિદ્ધાંત ૧૧ સિદ્ધ કરો.

૨. **अबक, डइफ** બે △ઓમાં **अब = इफ** અને ∠ **अ** = ∠ **इ** અને ∠ **ब** = ∠ **ड** તો △ઓ સરખા છે? કારણ આપો.

૩. *△ **अबक**માં ∠ **ब** = ∠ **क** અને **अड**, ∠ **अ**ને દુભાગે છે તો **बड = कड** સિદ્ધ કરો.

૪. એક ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫. △**अबक** ≡ △**डइफ** અને ∠ **अ** અને ∠ **ड**ને દુભાગનારી લીટીઓ પાયાને અનુક્રમે **प**, **ल**માં મળે છે તો **अप = डल** સિદ્ધ કરો.

૬. કોઈપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લંબ બરાબર છે એમ બતાવો.

૭. કોઇપણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે.

૮. કોઈપણ લીટીના મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાંથી દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૯. કોઈપણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની સામેના પાયા ઉપરના ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अक**, ∠**अ**, ∠**क**ને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમાં સરખી બાજુનાં બે જોડકાં છે; અને **अक** ⊥ **बड** એ સિદ્ધ કરો.

૧૧. કોઈપણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે જો કોઈપણ લીટીનો અંતર્ભાગ હોય તો આ અંતર્ભાગનું મધ્યબિંદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અંતરે છે એમ બતાવો.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧મામાં મધ્યબિંદુમાંથી બીજી કોઈપણ લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યાં દુભાગાય છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૧મામાં મધ્યબિંદુમાંથી બીજી કોઇપણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગ સરખા છે.

૧૪. નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઇપણ નદીની પહોળાઈ ઓળંગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ કારણ આપી બતાવો:—

એક માણસ કિનારા પર **अ** બિંદુ આગળથી તદ્દન સામેના કિનારા પર **ब** ઝાડ અથવા કોઈ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ જુએ છે; આ કિનારા પર તે **अ**થી કિનારાની સમાન્તર અમુક અંતર જાય છે અને આ લીટી **अब**ને કાટખુણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર **क** બિંદુ લાકડીથી યા શંકુથી નક્કી કરે છે. વળી **अक**ની સીધી લીટીમાં વધારે દૂર **कड** =**अक** થાય તેમ જઈ તે **ड** આગળ અટકે છે; અને **ड**થી **ब**ની સામેની દિશામાં **अब**ની સમાન્તર એટલે **अड**ને કાટખુણે જાય છે; અને **इ** બિંદુ આગળ આવી જુએ છે તો **ब, क, इ,** એકજ સીધી લીટીમાં આવેલાં છે; તો નદીની પહોળાઇ **डइ** જેટલી છે.

૧૫. પાયા ઉપરના ખૂણામાંથી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સામેની બાજુને દોરેલી લંબો બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૬. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अइ, कफ** બન્ને ⊥ **बड** છે તો જ્યારે **अइ** = **कफ** ત્યારે **बड**, **अक**ને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૧૭. **फगह** △માં **फग** = **फह**; ને **गक** ⊥ **फग** હોઈ **फह**ને **क**માં અને **हल** ⊥ **हफ** હોઈ **फग**ને **ल**માં મળે છે તો **गल** = **हक** સિદ્ધ કરો.

૧૮. * કોઇપણ ત્રિકોણની બહાર ત્રણ એવાં બિંદુઓ છે કે જેમાંનું દરેક ત્રણે બાજુથી એકજ અંતરે છે. અને ત્રિકોણની અંદર પણ એવું એક બિંદુ છે તે શોધી કાઢો.

૧૯. સર્વસમાન ત્રિકોણોમાં સમાન ખુણાઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦. **अबक** △માં ∠ **अ** = ∠ **ब**; તો **अ, ब**માંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

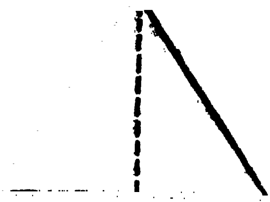
૨૧. એક આપેલી લીટીમાં એવું એક બિંદુ શોધી કાઢો કે તે બીજી બે આપેલી લીટીઓથી સમાન અંતરે હોય.

૨૨.* સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર છે, અને કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૨૩. **अब** લીટીના **अ, ब**માંથી **अब**ને **अड, बइ** લંબ દોરી છે. અને **अब**ના **म** મધ્યબિંદુમાંથી દોરેલી કોઇપણ લીટી આ લંબને **ड, इ**માં છેદે તો **अड** = **बइ** અને **मड** = **मइ** છે એમ સિદ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૨.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખુણા બરાબર છે.



સાધન. Δअबकમાં अब = अक તો ∠अकब = ∠अबक થશે.

રચના. ધારો કે अफ, ∠बअकને દુભાગી बकને फમાં મળે છે.

સિદ્ધતા. ∵ Δ बअफ અને Δकअफમાં

बअ = कअ અને अफ સામાન્ય છે, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बअफ = ∠कअफ, (રચના)

∴ Δ बअफ ≡ Δ कअफ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ ∠अबफ = ∠अकफ.

એટલે ∴ अबक Δમાં ∠क = ∠ब છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ अब, अकને ड, इસુધી અનુક્રમે લંબાવીએ તો ∠डबक અને ∠इकब બરાબર છે.

(∵ આ ખુણા સરખા ब, क ખુણાના દ્વિકાટખુણપૂર્ણી છે.)

ઉપસિદ્ધાંત ૨. સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે; ∵ ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે દુભાગે છે.

સૂચના. સમદ્વિબાજુ Δમાં બાજુ એટલે સરખી બાજુ, પાયો એટલે ત્રીજી બાજુ, શિરોબિંદુ એટલે પાયાની સામેનું શિરોબિંદુ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો એટલે પાયાની સામેનો ખૂણો સમજવો.

૧૪૦—કોઈપણ ત્રિકોણમાં કોઈપણ શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

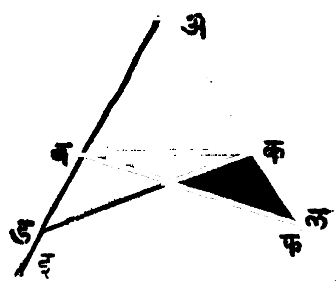
૧. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨માં △**અબક**, **અફ**ની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૨. સમબાજુ ત્રિકોણ કોઈપણ મધ્યગાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૩. ઉ૦ સિ૦ ૧માં જો (૧) ∠**અબક**=૭૨° તો ∠**ઙબક** કેવડો? અને (૨) ∠**અકબ** = ૬૭° તો ∠**ઇકબ** કેવડો?

૪. એક ત્રિકોણમાં ∠**અ** = ૩૨°, **અબ** = **અક** = ૫.૨" તો પાયા ઉપરના ખુણા કેવડા છે તે માપ્યા વિના કહો. માપીને ખાત્રી કરો.

૫. **અબક** સમદ્વિબાજુ △ની સરખી બાજુ **અબ**, **અક** લંબાવતાં **બઙ** =**કલ** છે તો (૧)△**અબલ**≡△**અકઙ** અને (૨)△**ઙબક**≡△**લકબ** બતાવો. આ ઉપરથી સિદ્ધ કરો કે ∠**અબક** = ∠**અકબ**.



૬. સમદ્વિબાજુ △**અબક** અને △**ઙબક** વિરૂદ્ધ બાજુએ છે તો (૧) ∠**અબઙ** = ∠**અકઙ**; (૨) ∠**બઅઙ** = ∠**કઅઙ**; અને ∠**બઙઅ** = ∠**કઙઅ** બતાવો.

૭. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨માં બતાવો કે **અફ** અને **બક** એક બીજીને લંબ છે.

૮. **અબક** અને **લબક** △ઓ **બક** પાયા પર એકજ બાજુએ સમદ્વિબાજુ છે તો (૧) ∠**અબલ** = ∠**અકલ**; (૨) △**અકલ**≡△**અબલ**; (૩) ∠**બઅલ** = ∠**કઅલ**; એ સિદ્ધ કરો.

૯. **અબક** △માં **અબ** = **અક** = ૭.૫ સે. મી. અને ∠**ક** = ૭૮° છે તો બાકીના ખુણા શોધી કાઢો.

૧૦. △ **અબક** સમદ્વિબાજુ છે અને **ઙ**, **ઇ**, **ફ** બાજુઓનાં મધ્યબિંદુ છે તો △ **ઙઇફ** પણ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૧૧. △ **અબક** સમદ્વિબાજુ છે; **ઇ**, **ફ**, સરખી બાજુ **અક** અને **અબ**નાં મધ્યબિંદુ છે તો **બઇ** = **કફ** અને △ **બઇક** ≡ △ **કફબ**.

૧૨. △ **અબક**માં **અબ** = **અક** છે અને **બઇ** અને **કફ** પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગી સામની બાજુને મળે છે તો **બઇ** = **કફ** સિદ્ધ કરો.

૧૩. △ **અબક**માં **અબ** = **અક** છે અને ∠**ક**, ∠**બ**ને દુભાગી **કડ**, **બડ** લીટીઓ **ઙ**માં અનુક્રમે મળે તો **ઙઅ**, ∠**અ**ને દુભાગે છે.

૧૪. **અબક** △માં **અબ** = **અક** અને **ડબ**, **ઇક** પાયાને (**બક**ને) લંબ છે અને **અક**, **અબ**ને **ડ**, **ઇ**માં મળે છે તો △**ડબક** = △**ઇકબ**.

૧૫. સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

૧૬. સમ ચોરસમાં કર્ણ અને બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખુણો ૪૫° છે.

૧૭. **અબકડ** સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને **બડ** કર્ણ છે તો (૧) ∠**અડબ** = ∠**કડબ**, (૨) ∠**કબડ** = ∠**અબડ**; (૩) ∠**અબક** = ∠**અડક** છે.

૧૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો એક કાટખુણા કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૯.* કોઇપણ સીધી લીટી સુધી બહારના કોઈ બિંદુથી બે કરતાં વધારે સરખી લીટી દોરી શકાય નહિ એમ બતાવો.

૨૦.* કોઈપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાને લંબાવતાં થતો બહારનો ખૂણો અંદરના કોઈપણ ખુણા કરતાં મોટો છે એમ બતાવો.

૨૧.* કોઇપણ સમદ્વિબાજુ △માં પાયા ઉપરના ખુણા સાંકડા છે.

૨૨.* પાયા ઉપરના ખુણામાંથી સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણમાં સામી બાજુ ઉપર દોરેલા લંબો બરાબર છે.

૨૩. કોઈપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાના મધ્યબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબો બરાબર છે એમ બતાવો.

૨૪.* કાટખુણ ત્રિકોણની કર્ણનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરોબિંદુથી સરખે અંતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૨૫. સમબાજુ △માં દરેક ખુણો $\frac{2}{3}$ કાટખુણાની બરાબર છે.

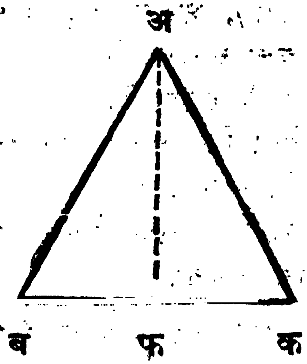
૨૬. કાટખુણ સમદ્વિબાજુ △માં દરેક ખુણો $\frac{1}{2}$ કાટખુણો છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૩.

કોઇપણ ત્રિકોણમાં જો બે ખુણા બરાબર હોય તો તેની સામસામેની બાજુઓ પણ બરાબર છે; એટલે કે ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

अबक △માં ∠क = ∠ब તો अब = अक થશે.

રચના. ધારો કે अफ લીટી ∠बअकને દુભાગે છે. (સ્વી. કૃ.)



સિદ્ધતા. હવે ∵ △ अबफ અને △ अकफમાં

$\left\{\begin{array}{ll} \angle ब = \angle क, & \text{(પ્રતિજ્ઞા)} \\ \angle बअफ = \angle कअफ, & \text{(રચના)} \\ \text{અને } अफ \text{ સામાન્ય છે,} & \end{array}\right.$

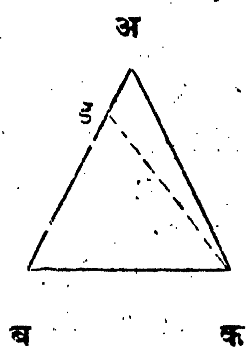
∴ △ अबफ ≡ △ अकफ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

અથવા :—

સાધન. अबक ત્રિકોણમાં ∠अकब = ∠अबक છે તો अब = अक થશે.

રચના. अब, अकની બરાબર ન હોય તો તેમાંથી એક બાજુ બીજીથી મોટી હોવી જોઇએ. ધારો કે अब, अकથી મોટી છે.



अबમાંથી अक = बड કાપો અને कड સાંધો. (સ્વી૦ ૬૦)

સિદ્ધતા. હવે ∵ △ अकब અને △ डबकમાં

अक = डब (રચના), अकब ખુણો = अबक ખુણો (પ્રતિજ્ઞા)

અને बक સામાન્ય છે.

∴ △ अकब ≡ △ डबक છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની બરાબર છે;

પણ એ અશક્ય છે.

તેથી अब, अकથી મોટી નથી; તેમજ તે નાની પણ નથી.

∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે.

પ્રશ્નો.

૧. △ अबकની બે બાજુ લંબાવતાં બહારના ખુણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૨. △ अबकમાં अब = अक અને कને ब ખુણાને દુભાગનારી कड અને बड લીટી डમાં મળે તો △ डबक સમદ્વિબાજુ છે.

૩. પ્રશ્ન ૨માં डअ લીટી अ ખુણાને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. अबकडમાં अब = अड અને ∠ब = ∠ड તો कब = कड છે.

૫. △ अबकમાં बकમાં प અને ड એવાં બિંદુ છે કે ∠बअप = ∠कअड અને अप = अड તો अब = अक છે એમ સિદ્ધ કરો.

૬. △ अबकમાં ∠ब = ∠क = ૨∠अ; અને ∠बને દુભાગનારી बड લીટી अकને डમાં મળે છે તો अड = बड છે એમ સિદ્ધ કરો.

૭. જો કોઇ △ના બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને ∥ હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને દોરેલી ∥ લીટી બાજુઓને છેદે તો બીજો સમદ્વિબાજુ △ થાય છે એમ સિદ્ધ કરો.

૯.* કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈપણ બિંદુમાંથી ગમે તે શાખાલીટીને સમાન્તર લીટી દોરી હોય તો તે બીજી શાખાલીટી સાથે સમદ્વિબાજુ △ કરે છે એમ બતાવો.

૧૦.* સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપરનો લંબ એક બાજુને અંદરથી અને બીજીને બહારથી છેદે છે તો બીજો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧.* કોઈપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાંથી શાખા લીટીને ‖ દોરેલી લીટી રોમ્બસ કે ચોરસ બનાવે છે.

૧૨.* **अब** લીટી **कबड**ને **ब**માં મળે છે અને **बप**, ∠**कबअ**ને અને **बम**, ∠**डबअ**ને દુભાગે છે. જો **पम** ‖ **कड** હોય તો **अम** = **अब** = **अप** છે અને △ **बपम** કાટખુણ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩.* **अब** વ્યાસ ઉપરના **अपब** અર્ધવર્તુળ ઉપર **प** બિં છે તો ∠**अपब** કાટખુણો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૪. **अबक** સમબાજુ ત્રિકોણની **अब**, **अक** બાજુ ઉપર બહારથી **अबल**, **अकर** સમબાજુ ત્રિકોણો કાઢયા હોય તો **लअर** એક સીધી લીટી છે.

૧૫. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સામેનાં શિરોબિંદુ જોડે સાંધનારી લીટીઓ બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૬. કોઈપણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા જે બાજુને તે દુભાગે તેનાથી અર્ધી હોય તો તે કાટખુણ ત્રિકોણ છે એમ બતાવો.

૧૭. **अबक** ત્રિકોણના **बक** પાયા ઉપર **ड** એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે **अड** = **कड** હોય.

૧૮. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં ∠**अ**, ∠**ब** પહોળા ખુણા છે અને સરખા છે. જો **अब** ‖ **कड**, હોય તો **अड** = **बक** છે એમ સિદ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૪.

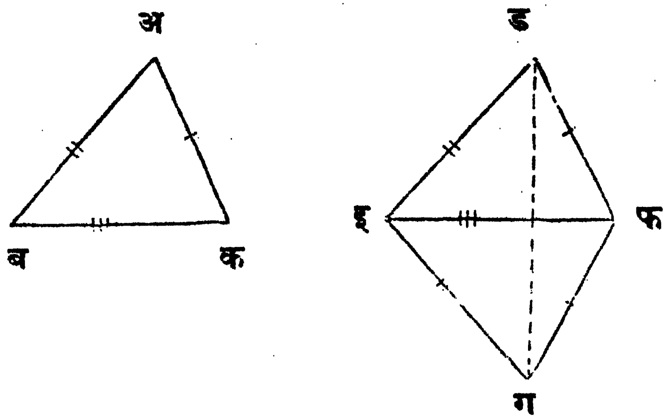
જો એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

સાધન. **अबक** અને **डइफ** ત્રિકોણોમાં **अब** = **डइ**, **बक** = **इफ** અને **कअ** = **फड** છે, તો △ **अबक** ≡ △ **डइफ** થશે.

સિદ્ધતા. △ **अबक**ને ઉંચકીને એવી રીતે મૂકો કે **ब**, **इ** ઉપર અને **बक**, **इफ** ઉપર પડે,

અને ∵ **कब = इफ**, તેથી **क**, **फ** ઉપર પડે છે:—
પણ એવી રીતે કે **अ**, **ड** તરફ ન પડતાં તેની સામેની બાજુએ પડે. ધારો કે **ग** ઉપર **अ** પડે છે. **डग** સાંધો.

પહેલો ભાગ. डग, इ અને फની વચ્ચે પડે છે.



હવે ∵ **इडग** ત્રિકોણમાં **इग** (એટલે **बअ**) = **इड**

∴ ∠**इडग** = ∠**इगड**; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

અને ∵ **फडग** ત્રિકોણમાં, **फग** = **फड** (?)

∴ ∠**फडग** = ∠**फगड**: (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

∴ આખો ∠**इडफ** = આખો ∠**इगफ**; (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∵ ∠**इगफ** = ∠**कअब** છે; (?)

∴ ∠**बअक** = ∠**इडफ**. (પ્ર૦ પ્ર૦)

વળી ∵ △ **अबक** અને △**डइफ**માં,

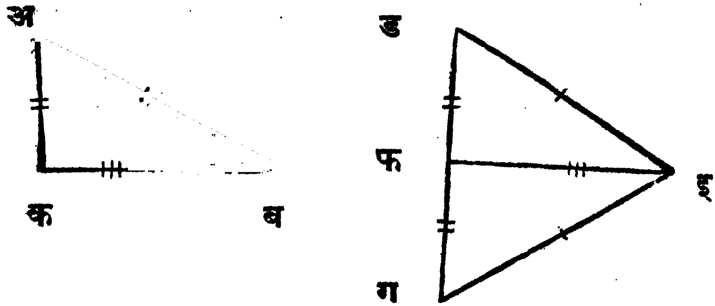
अब = **डइ** અને **अक** = **डफ**, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠**बअक** = ∠**इडफ**, (સિદ્ધતા)

∴ △ **अबक** ≡ △ **डइफ**. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

નોંધ—આ સિદ્ધાંતમાં પહેલા ભાગમાં આપેલી સિદ્ધતાજ કરે તો ચાલશે નીચેના બે ભાગો વધારા તરીકેજ છે. પરીક્ષામાં એની જરૂર નથી.

બીજો ભાગ. डग પાયાના **फ** છેડામાંથી જાય છે.



હવે ∵ **इडग** △માં **इड = इग** (?)

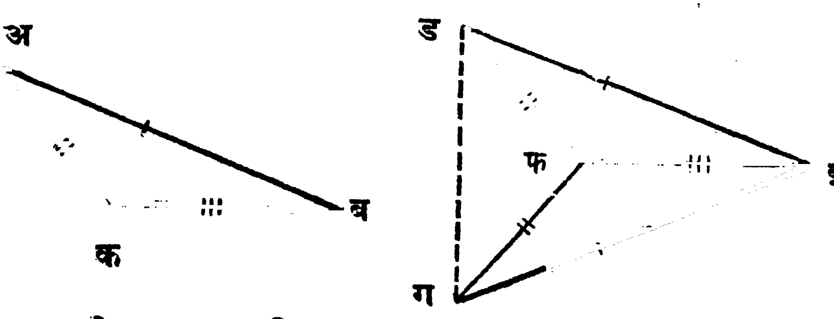
∴ ∠**इगड** = ∠**इडग** (પ્ર. સિ. ૧૨)

પણ ∠**इगड** = ∠**बअक**

∴ ∠**बअक** = ∠**इडफ**

∴ △ **अबक** ≡ △**डइफ**. (પ્રથમ ભાગ)

ત્રીજો ભાગ. डग પાયાની બહાર પડે છે.



હવે ∵ **इडग** ત્રિકોણમાં **इग = इड** (?)

∴ ∠**इडग** = ∠**इगड**; (પ્ર. સિ. ૧૨)

અને ∵ **डफग** ત્રિકોણમાં **फग = फड**, (?)

∴ ∠**फडग** = ∠**फगड**; (પ્ર. સિ. ૧૨)

∴ બાકીનો ∠**इडफ** = ∠**इगफ**. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠**इगफ** = ∠**बअक**, તેથી ∠**बअक** = ∠**इडफ**;

∴ △**अबक** ≡ △ **डइफ**. (પ્રથમ ભાગ). **પ્ર. સિ.**

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૪નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત કહો. તે સત્ય છે? (જુઓ પાનું ૧૮૩)

૨. એક વર્તુળમાં બે જ્યા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્યબિંદુ આગળના ખુણા પણ બરાબર છે.

૩. **अबक** વર્તુળમાં પરિધ ઉપર **अ, ब, क, ड** ચાર બિંદુઓ છે અને ∠**अमब** = ∠**कमड** તો **अक** = **बड**. (**म** મધ્યબિંદુ છે.)

૪. **अबक** વર્તુળમાં **अब** જ્યા છે અને **ड**, **अब**નું મધ્યબિંદુ છે; તો જો **म**, વર્તુળનું મધ્યબિંદુ હોય તો **मड**, **अब**ને ⊥ છે.

૫. એકજ પાયા ઉપર પણ વિરૂદ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે, તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાની સામેના ખુણાઓને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૬. **डअ** પાયા ઉપર એકજ બાજુએ **इडअ** અને **फडअ** સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે તો **इफ**, **डअ**ને કાટખુણે દુભાગે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬માં ત્રિકોણો વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો પણ પ્રશ્ન ખરો છે.

૮.* બે વર્તુળો **अ**, **क**માં છેદે છે તો તેનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી **अक**ને કાટખુણે દુભાગે છે.

૯. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अब** = **अड** અને **बक** = **कड** તો **अक**, ∠**अ** અને ∠**क**ને દુભાગે છે અને **अक** ⊥ **बड**.

૧૦. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अड** = **बक** અને **अक** = **बड** તો ∠**अडक** = ∠**बकड**; અને જો **अक**, **बड** લીટી **म**માં છેદે તો **मकड** △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો સામસામેના ખુણાઓ પણ બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૨. રોમ્બસમાં કર્ણો ખુણાઓને દુભાગે છે,

૧૩. રોમ્બસનાં કર્ણો અરસપરસ કાટખુણે દુભાગાય છે.

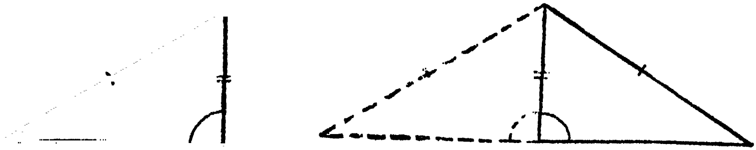
૧૪.* બે સમકેંદ્ર વર્તુળોને એક લીટી **अ**, **ब**, અને **क**, **ड**માં છેદે છે તો **अक** = **बड** અને તેઓની સામેના મધ્યબિંદુ આગળના ખુણાઓ સરખા છે.

૧૫.* ત્રિકોણોની બાજુને દુભાગનારા લંબ એકબિંદુગામી છે.

૧૬.* ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ એકબિંદુગામી છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૫.

જો બે કાટખુણ ત્રિકોણની કર્ણ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને **डफइ** બે △ઓમાં ∠**क** અને ∠**इ** કાટખુણા છે. અને **अब** કર્ણ = **डफ** કર્ણ અને **अक** બાજુ = **डइ** બાજુ છે, તો

△ **अबक** ≡ △ **डफइ** થશે.

સિદ્ધતા. △ **डफइ**ને △ **अकब**ની સાથે એવી રીતે મૂકો કે **ड**, **अ** ઉપર પડે અને **डइ**, **अक** ઉપર પડે; અને

∵ **डइ** = **अक**, ∴ **इ**, **क** ઉપર પડશે.

અને **फ**, **ब** તરફ ન પડતાં **ब**ની વિરૂદ્ધ બાજુએ **फ'** ઉપર પડે;

ત્યારે △ **अकफ'** △ **डइफ**ની નવી સ્થિતિ થઈ.

હવે ∵ ∠**अकब**, = ૯૦°, અને ∠**अकफ'** = ૯૦° (?)

∴ ∠**अकब** + △**अकफ'** = ૨ કાટખુણા,

∴ **बकफ'** એક સીધી લીટી છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨)

અને ∵ △**अबफ'**માં **अब** = **अफ'** ∴ ∠**फ'** = ∠**ब** (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

હવે ∵ **अबक** અને **अफ'क'** △ઓમાં

∠**ब** = ∠**फ'** અને ∠**अकब** = ∠**अकफ'** અને **अब** = **अफ'**,

∴ △**अबक** ≡ △**अफ'क** એટલે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ △**अबक** ≡ **डफइ**. **પ્ર૦ સિ૦**

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૫ સિ૦ ૧૧ની મદદ વિના સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી સિદ્ધ કરો.

૨. **અબક** △માં **અક**, **અબ** ઉપર અનુક્રમે **બમ**, **કર** લંબ છે; જો **બમ** = **કર** તો **અબ** = **અક** છે એમ સિદ્ધ કરો.

૩. △**અબક**માં ∠**બ** અને ∠**ક**ને દુભાગનારી લીટીઓ **ડ**માં મળે તો **ડઅ**, ∠**અ**ને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. △**અબક**માં **અબ** = **અક** અને **અડ**, **બક**ને કાટખુણે મળે છે તો △**અબડ** ≡ △ **અકડ** એ સિદ્ધ કરો.

૫. કોઈપણ ખુણાની શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લંબ સરખી હોય તો તે લંબનું છેદનબિંદુ તે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે એમ બતાવો.

૬. કોઈપણ વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુમાંથી જયા ઉપર દોરેલી લંબ જયાના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૭. પ્રશ્ન ૬ની મદદથી બતાવો કે બે જયા જો સરખી હોય તો મધ્ય બિંદુમાંથી તેઓ પર દોરેલી લંબ પણ સરખી છે.

૮. કોઈપણ ત્રિકોણમાં ખુણાઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૯. કોઈપણ ત્રિકોણમાં પાયાના મધ્યબિંદુમાંથી સામેની બાજુ પર દોરેલી લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. **અબક** અને **डइफ** △ઓમાં **बक** અને **इफ** ઉપર અનુક્રમે **अप** અને **डम** લંબ છે. જો **अप** = **डम**, **अब** = **डइ** અને **अक** = **डफ** તો △**अबक** ≡ △**डइफ** છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧. પ્રશ્ન ૧૦માં **अप** = **डम**; **अब** = **डइ** અને **बक** = **इफ** તો △**अबक** ≡ △**डइफ** છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૨. એક વર્તુળમાં પરિધ પરનાં **प** અને **क** બિંદુમાંથી **अब** વ્યાસ ઉપર **पम**, **कड** બે સરખા લંબ દોર્યા છે તો **अपब** △ ≡ **बकअ** △ છે.

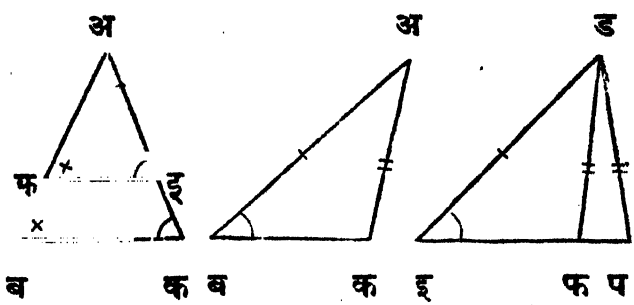
ત્રિકોણોની સમાનતા ઉપર નોટ.

ઉપલા સિદ્ધાંતો ઉપરથી માલમ પડયું હશે કે બે ત્રિકોણોમાં નીચે પ્રમાણે પક્ષ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે:—

૧. બે બાજુ અને અંતર્ખુણો સરખાં —પ્ર૦ સિ૦ ૧૦;
૨. બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુ સરખાં—પ્ર૦ સિ૦ ૧૧;
૩. ત્રણે બાજુ સરખી —પ્ર૦ સિ૦ ૧૪;
૪. કાટખુણ △ઓમાં કર્ણ અને એક બાજુ સરખાં—પ્ર૦ સિ૦ ૧૫.

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બન્ને ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે સરખો હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે. દરેક ત્રિકોણમાં ત્રણ બાજુ અન ત્રણ ખુણા મળી ૭ તત્ત્વ યા અંગ હોય છે. આમાંથી ગમે તે સરખાં આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી; કારણ કે,

(૧) નીચે બતાવેલી આકૃતિમાં બન્ને ત્રિકોણમાં ખુણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કાંઈ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી.



(૧)ની આકૃતિ. (૨)ની આકૃતિ.

(૨) તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમાં બે બાજુઓ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો અનુક્રમ બરાબર છે પણ હંમેશાં બન્ને ત્રિકોણો સરખા નથી. કારણ કે △**अबक** ≡ △**डइफ**, પણ △**अबक**, △**डइप** સરખા નથી, જો કે બન્નેમાં ઉપરનો પક્ષ છે. આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આવા પ્રશ્ન ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઈ વખતે સરખા હોઈ શકે છે; કારણ કે **अक**ને મળતી આવતી બાજુ **इफ**ને બે બિંદુમાં મળી શકે છે અને તેમાંની એકજ સ્થિતિમાં (જ્યારે **डफ**માં હોય છે ત્યારે) બન્ને ત્રિકોણ બરાબર છે. વળી જ્યારે △ઓ બધી રીતે સરખા નથી ત્યારે ∠**अबक** અને ∠**डपइ** ન્યૂનતાપૂરક છે. ∵ ∠**अकब** = ∠**डफइ** = ૧૮૦° − ∠**डफप** = ૧૮૦° − ∠**डपइ**.

આ પ્રમાણે જ્યારે બે બાજુ અને સામેના ખુણાનો પક્ષ આપ્યો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ; માટે આ

સિદ્ધાંતને "ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાંત" કહેવામાં આવે છે. જ્યારે આપેલા ખુણાઓ કાટખુણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાંત ૧૫માનું રૂપ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

ત્રિકોણુ પરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧. નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહો:—

△ **अबक** અને △ **अ′ब′क′**માં

(અ) ∠**अ** = ∠**अ′** = ૭૫°; અ = અ′ = ૩·૪″; બ = બ′ = ૨·૧″.

(બ) ∠**ब** = ∠**ब′** = ૫૫°; બ = બ′ = ૩·૫ સે; ક = ક′ = ૫·૯ સે.

(ક) ∠**अ**=∠**अ′**=૪૨°;∠**ब**=∠**ब′**=૧૧૨°;∠**क**=∠**क′**=૨૬°

(ડ) અ = અ′ = ૪·૦″; બ = બ′ = ૪·૫″; ક = ક′ = ૫·૪″.

(ઇ) ∠**क** = ∠**क′** = ૯૦°; ક = ક′ = ૪·૦″; અ = અ′ = ૩·૭″.

(ફ) ∠**क**=∠**क′** = ૭૫°; બ = બ′ = ૨·૪ સે.; અ=અ′=૪·૨ સે.

(ક્ષ) ∠**अ** = **अ′** = ૯૦°; અ = અ′ = ૫·૨ સે.; બ = બ′ = ૩·૭ સે.

(પ) ∠**ब** = ∠**ब′** = ૬૧°; ક = ક′ = ૩·૯″; બ=બ′ = ૨·૭″.

(ય) અ = અ′ = ૫·૫″; બ = બ′ = ૬·૭″; ∠**क** = ∠**क** = ૧૧૨°.

૨. પ્રશ્ન ૧માં જ્યાં ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યાં કારણ બતાવો.

૩. કોઈપણ ત્રિકોણના માંહેના ખુણાનો શો ગુણ ?

૪. કોઈપણ ત્રિકોણના બહારના ખુણાનો શો ગુણ છે ?

૫. પ્રશ્ન ૪, પ્ર. સિ. ૯માં આવી શકે કે નહિ તે બતાવો.

૬. લીટી અને બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખુણાનું સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાંતમાં છે તે કહો. તે સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહો.

૭. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થવાજ જોઈએ ?

૮. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય યા ન થાય ?

૯. બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૦. ખુણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૧. સિદ્ધાંત ૧૫મામાં લંબના એકજ (**अ**) બિંદુમાંથી દોરેલી લીટી આડી સીધી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૨. સિદ્ધાંત ૧૫મામાં લંબના કોઈ પણ એકજ બિંદુમાંથી જે લીટી લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૩. કોઈ બે ત્રિકોણમાં એકની બે બાજુ બીજાના બે બાજુની બરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખુણાઓ પણ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખુણા સરખા છે યા ન્યૂનતાપૂરક છે.

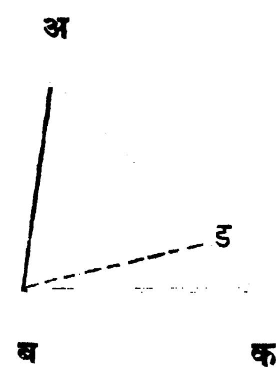
૧૪. ઉપલા પ્રશ્નમાં આપેલા સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ બન્ને સાંકડા, પહોળા અથવા કાટખુણા હોય તો △ઓનો શો સંબંધ છે? આપેલા સરખા ખુણાઓ કાટખુણા કે પહોળા ખુણા હોય તો △ઓનો શો સંબંધ છે?

નોંધ. ત્રીજા વિભાગમાં ત્રિકોણો બનાવવાની જે જે રચનાઓ આપી છે તેને ત્રિકોણની સર્વસમાનતા વિષેના પ્રમેય સિદ્ધાંતોના પક્ષભાગ સાથે સરખાવો.

§ ૧૭. ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬.

જો કોઇપણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે.



△ **अबक**માં **अक** > **अब** છે, તો ∠**अबक** > ∠**अकब** થશે.

રચના. મોટી **अक**માંથી **अब** = **अड** કાપી **बड** સાંધો.

સિદ્ધતા. ∵ **बकड** △ની **कड** બાજુ **अ** સુધી લંબાવી છે;

∴ ∠**अडब** > ∠**बकड**; (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦)
પણ ∵ △**अबड**માં **अड** = **अब**; (રચના)
∴ ∠**अबड** = ∠**अडब**; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)
પણ ∠**अडब** > **बकड**;
∴ ∠**अबड** પણ > ∠**अकब** (∠**बकड**);
∴ ∠**अबक** પણ ∠**अकब**થી ઘણો મોટો છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કોઇપણ △માં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો ખૂણો કયો ?

૨. કોઇપણ △માં સૌથી મોટી બાજુ પરના ખુણા સાંકડા ખુણા છે.

૩. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अब** સૌથી નાની અને **कड** સૌથી મોટી છે તો ∠**अ** > ∠**क** અને ∠**ड** < ∠**ब** છે એ સિદ્ધ કરો.

૪. △**अबक**માં **अब** > **अक** અને **अब**માં **अड** = **अक** અને **अइ**, ∠**अ**ને દુભાગી **बक**ને **इ**માં મળે છે તો બતાવો કે ∠**ब** < ∠**क** બતાવો.

૫. કોઇપણ △માં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય અને શિરોબિંદુમાંથી પાયા સુધી કોઈ પણ લીટી △માં દોરીએ તો તે < મોટી બાજુ.

૬. પ્રશ્ન ૫માંમાં બન્ને બાજુ સરખી છે તો પણ સાધ્ય સત્ય છે.

૭. △**अबक**માં **अब** > **अक** અને **अक**ને વધારી **अड**=**अब** કરીએ તો ∠**अकब** > ∠**अबक** એ સિદ્ધ કરો.

૮. કોઇપણ △માં બે ખૂણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬થી સાબીત કરો.

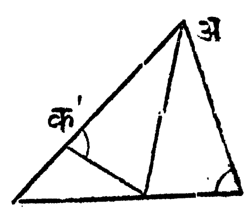
૯.* પ્ર૦ સિ૦ ૧૬ની આકૃતિમાં ∠**अ**ને દુભાગનારી લીટી ⊥ **बड** છે તો ∠**डबक** = ½∠(**ब** − **क**) અને ∠**अबड** = ½∠(**ब** + **क**) છે એમ બતાવો.

૧૦.* ચતુષ્કોણમાં **अब**, **बक**, **कड**, **डअ** ઉતરતા ક્રમમાં હોય તો ∠**ड** > ∠**ब** એ સાબિત કરો.

૧૧. **अबक**△માં **अब** > **कअ** લો.

△ને **अड** ઉપર એવડ વાળી બતાવો કે

∠**क** > ∠**ब** છે.

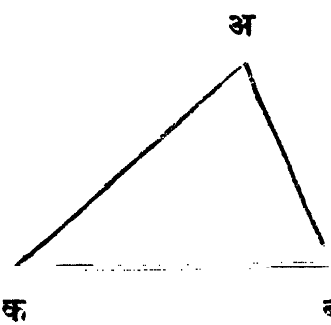


૧૨. **अबकड** સ૦ચ૦માં **अब** > **अड** છે તો ∠**अडब** > ∠**बडक** છે.

૧૩.* ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો ત્રિકોણના શિરોબિંદુને પાયાના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રિકોણની મોટી બાજુ અને શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચે આવવી જોઇએ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૭.

જો કોઇપણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો બીજા ખુણા કરતાં મોટો હોય તો મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમાં ∠**अबक** > ∠**अकब** છે તો **कअ** > **अब** થશે.

સિદ્ધતા. (૧) **अक** > **अब**, અથવા (૨) **अक** = **अब**, અથવા (૩) **अक** < **अब** હોવી જોઇએ.

જો **अक** < **अब** હોય તો ∠**ब** < ∠**क** છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૬)
પણ પક્ષ પ્રમાણે તે અશક્ય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો **अक** = **अब**, તો ∠**ब** = ∠**क** છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)
પણ તે અશક્ય છે માટે (૨) પણ અસત્ય છે.

∴ (૧)લુંજ ખરૂં હોવું જોઇએ,

∴ **अक**, **अब** કરતાં મોટી છે.

ટીપ—ઉપલા સિદ્ધાંતમાં જે જાતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેને "અવચ્છેદક કે ક્રમવિરૂદ્ધ સિદ્ધતા" કહે છે. એ સિદ્ધતામાં સિદ્ધાંતના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી બધી રીતે ખોટા ઠેરવી તે એકજ રીત સત્ય ઠેરવવામાં આવે છે.

પ્રશ્નો.

૧. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ મોટામાં મોટી બાજુ છે.

૨. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **कड** સૌથી મોટી અને **अब** સૌથી નાની છે તો ∠ **अ** > ∠ **क** અને ∠ **ब** > ∠ **ड** છે એમ બતાવો.

૩. પહોળખુણΔમાં પહોળા ખુણાની સામેની બાજુ સૌથી મોટી છે.

૪. કોઇપણΔમાં સૌથી મોટા∠ની સામેની બાજુ>બીજી કરતાં

૫. એકજ બિંદુમાંથી લંબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધા દોરીએ તો તેમાં લંબ નાની છે.

૬. Δ **अबक** સમદ્વિબાજુ છે અને **अब** = **अक** અને **ड**, **बक** પર લંબાવીને યા લંબાવ્યા વગર લઇએ તે પ્રમાણે **अड**> <**अब** (**अक**).

૭. Δ**अबक** ∠**ब** અને ∠**क**ને દુભાગનારી લીટીઓ **म**માં મળે છે. જો **अब**> <**अक** તો તે પ્રમાણે **मब**> <**मक** છે એમ બતાવો.

૮. **अबक** Δમાં ∠**अ**ને દુભાગનારી લીટી **बक**ને **ड**માં મળે છે તો **अब** > **बड** અને **अक** > **कड** છે એમ બતાવો.

૯. **अबक** Δમાં **अड**, **बक** લંબ છે તો **अब** > **बड** અને **अक** > **कड** છે એમ બતાવો.

૧૦. **अबक** Δમાં **अब**, **बक** લંબાવી થતા બહારના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી **ड**માં મળે તો જો **अब** > **अक**, તો **डक** > **डब** છે.

૧૧.* **अबक** સમબાજુ Δમાં કોઇપણ લીટી બે સરખી બાજુને **इ** અને **फ**માં છેદી **बक** પાયાને **फ** તરફ લંબાવતાં **ड**માં મળે છે તો તે જો **अब**ને **इ**માં છેદે તો **अइ** <**अफ** છે એ સિદ્ધ કરો.

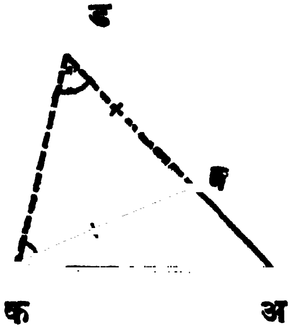
૧૨. **अबक** Δમાં **बड**, **कइ** સામેની બાજુ પર દોરેલી લંબ **म**માં છેદે છે તો જ્યારે **अब**>**अक** ત્યારે **मब**>**मक** છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૩. **अबक** Δમાં **अब**=**अक**; **मर** એ બાજુઓને **म**, **र**માં અને પાયાને **क** તરફ લંબાવતાં **ल**માં છેદે તો **अर**>**अम** છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૪. એક આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી બેજ સરખી લીટી દોરી શકાય છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

કોઈપણ ત્રિકોણની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમાં (૧) **अब + बक > अक;**
(૨) **बक + कअ > अब;**
(૩) **अक + अब > बक** થશે.

રચના. **अब**ને લંબાવી **कब = बड** કરો અને **डक** સાંધો (સ્વી૦ ૬૦)

સિદ્ધતા. △ **बडक**માં

∵ **बक = बड**, ∴ **∠बडक = ∠बकड;** (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

પણ **∠अकड > ∠बकड**, ∴ **∠अडक > ∠अकड (∠बडक)**.

વળી △ **अडक**માં

∵ **∠अकड > ∠अडक**, ∴ **अड > अक;** (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)

પણ **अड = अब + बड = अब + बक;** (રચના)

∴ **अब + बक > अक** છે; એજ પ્રમાણે **बक + कअ > अब;**

અને **अक + अब > बक** છે. પ્ર૦ સિ૦

નોંધ—આ સિદ્ધાંત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છે. કારણ કે **अ**થી **ब** સુધી જઈને **क** સુધી આવવું એ પ્રત્યક્ષ રીતે **अ**થી **क** સુધી સીધું આવવાના કરતાં વધારે છે.

પ્રશ્નો.

૧. **∠अबक**ને દુભાગી પ્ર૦ સિ૦ ૧૭ની મદદ લઈ પ્ર૦ સિ૦ ૧૮ સિદ્ધ કરો.

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮ યા ૧૯ની મદદ લો).

૩. કોઈપણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક બીજાની અંદર હોય તો અંદરના △ની બાજુનો સરવાળો બહારના △ની બાજુના સરવાળા કરતાં નાનો છે એમ બતાવો.

૪. કોઈપણ ત્રિકોણમાંના એક બિંદુને શિરોબિંદુઓ સાથે સાંધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો △ની બાજુની અર્ધી પરિમિતિથી વધારે છે.

૫. ૪·૩ સે. મી., ૩·૫ સે. મી. ને ·૭ સે. મી. ની બાજુવાળો △ કરો.

૬. કોઈપણ ચતુષ્કોણમાં બધી બાજુનો સરવાળો કર્ણના સરવાળા કરતાં મોટો છે એમ બતાવો.

૭. પ્રશ્ન ૪માં જોડેલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતથી ઓછો છે.

૮. કોઈપણ ચતુષ્કોણમાં ત્રણ બાજુનો સરવાળો ચોથી કરતાં મોટો છે.

૯. △ **अबक**માં **ड** બિંદુ એવું છે કે **अड** = **अब** અને ∠**बअड**ને દુભાગનારી લીટી **कब**ને **म**માં મળે છે તો **बम** = **डम** અને **कब** લીટી **कड** કરતાં મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૦. △ **अबक**ની **अक** બાજુમાં **ड** બિંદુ છે તો **अब** + **अक** > **डब** + **कड** છે એમ બતાવો.

૧૧. કોઈપણ વર્તુળમાં જ્યા વ્યાસ કરતાં નાની છે.

૧૨.* કોઈપણ △માં બે બાજુઓ મળી ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણાઈથી મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩.* કોઈપણ △માં બાજુનો સરવાળો મધ્યગાના સરવાળા કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૪.* **अबक** △માં **बक**માં **ड** બિંદુ લીધું હોય તો **अड** લીટી △ની અર્ધી પરિમિતિથી નાની છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૫.* **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **प** કોઈપણ બિંદુ હોય તો સામસામેની બાજુનું એક જોડકું અથવા કર્ણોનો સરવાળો **पअ** + **पब** + **पक** + **पड** કરતાં નાનો છે એમ બતાવો.

૧૬. કોઈપણ સીધીલીટીઆકૃતિમાં એક બાજુ કરતાં બીજી બધી બાજુઓનો સરવાળો મોટો છે એમ બતાવો.

૧૭. ત્રિકોણની અંદરના કોઈપણ બિંદુનાં શિરોબિંદુ સુધીનાં અંતરોનો સરવાળો ત્રિકોણની બાજુના અર્ધાથી મોટો છે એમ બતાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭ કોઈપણ સીધીલીટીઆકૃતિને પણ લાગુ પાડો.

૧૯. △ની મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે (પાયાને) તેનું અર્ધું મળી △ની બાકીની બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટી છે એ સિદ્ધ કરો.

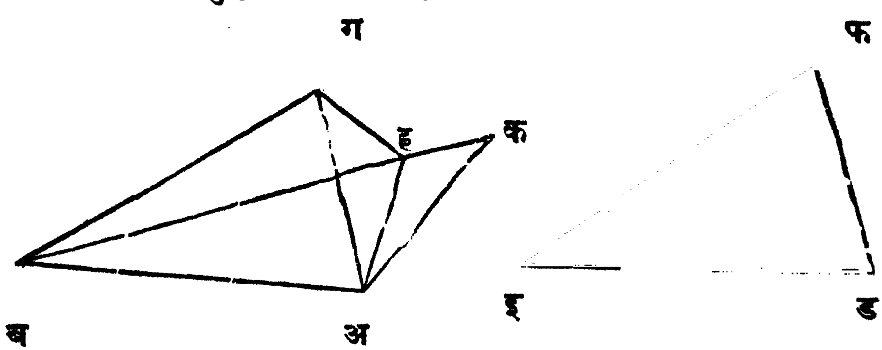
૨૦. △માં બાજુઓનો સરવાળો મધ્યગાના બમણા સરવાળા કરતાં ઓછો છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૧. ચતુષ્કોણમાં અર્ધી પરિમિત કરતાં કર્ણોનો સરવાળો મોટો છે.

§ ૧૮. અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્વ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૯.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અંતર્ખુણા બરાબર ન હોય તો મોટા અંતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણનો પાયો નાના અંતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે.



अबक, डइफ △ઓમાં **अब = डइ, अक = डफ,**

અને ∠**अ** > <**ड** છે તો **बक** પાયો > **इफ** પાયો થશે.

સિદ્ધતા. डइफ △ને **अबग** △ની સ્થિતિમાં મૂકી **ग. क**ને **अब**ની એકજ બાજુ પર આવવા દો.

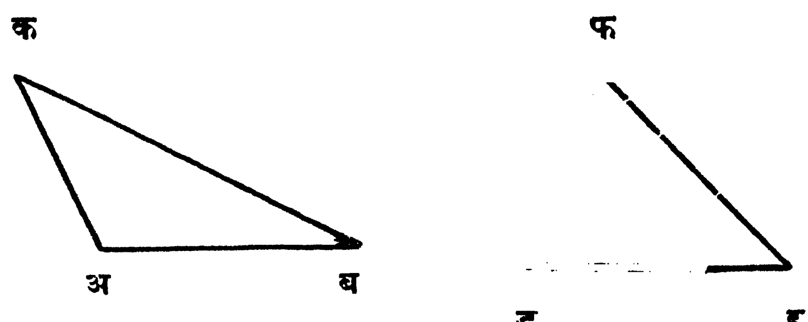
∵ ∠बअक > ∠बअग, ∴ अग, ∠बअकની અંદર પડે છે.
રચના. ∠कअग ને अहથી દુભાગેા. हग સાંધેા.
હવે ∵ अकह, अगह △ એામાં, अक = अग, (પ્રતિજ્ઞા)
अह સામાન્ય છે, અને ∠कअह = ∠गअह, (રચના)
∴ अकह, अगह △ એા સર્વસમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ कह = हग

∴ बह + हग = बह + हक = बक;
અને ∵ △ बहगમાં बह + हग > बग. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૮)
અને ∵ बह + हग = बक,
∴ बक > बग, ∴ बक > इफ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૦.

જો એક ત્રિકેાણની બે બાજુ બીજા ત્રિકેાણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હેાય અને તેઓના પાયા અસમાન હેાય તેા મેાટા પાયાવાળા ત્રિકેાણને શિરેાબિંદુ ખુણેા નાના પાયા-વાળા ત્રિકેાણના શિરેાબિંદુ ખુણાથી મેાટેા છે.



સાધન. अबक, डइफ △એામાં
अब = डइ, अक = डफ અને बक > इफ, તેા ∠अ > ∠ड થશે.
સિદ્ધતા. જો ∠अ, ∠डથી મેાટેા ન હેાય ત્યારે
કાંતેા ∠अ = ∠ड હેાવેા જોઇએ; પણ ત્યારે बक = इफ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)
પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

અથવા $\angle$ **अ** < $\angle$ **ड**; પણ ત્યારે **बक** < **इफ**. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૯)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

∴ માંગેલું સાધ્યજ સત્ય છે.

∴ $\angle$ **अ** > $\angle$ **ड** છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો. (સિ૦ ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧. **अब, डइ** જ્યાના બે સરખા વર્તુળના **क, फ** મધ્યબિંદુ છે. જો **अब** > **डइ** તો $\angle$ **अकब** > $\angle$ **डफइ** છે એમ બતાવો.

૨. **अबक** △માં **अक** > **अब**. જો **अब, अक**ને લંબાવતાં તેમાં **ड, इ** બે એવાં બિંદુ હોય કે **बड** = **कइ** છે તો **बइ** > **कड** બતાવો.

૩. એક વર્તુળનો **अब** વ્યાસ વર્તુળમાંના **क** બિંદુમાંથી જાય છે અને **म** મધ્યબિંદુ **अक**માં છે તો **क**માંથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં **कअ** સૌથી મોટી છે; અને

૪. **क**થી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં **कब** સૌથી નાની છે; અને

૫. જ્યારે **कप, कड** લીટીઓ **क**માંથી પરિધ સુધી દોરી હોય અને $\angle$ **पमक** > $\angle$ **डमक** હોય ત્યારે **कप** > **कड**; અને ઉલટું.

વર્તુળની બહાર **क** બિંદુ છે. **अब** વ્યાસ લંબાવતાં તે **क**માંથી જાય છે અને **अक**માં **म** મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬. **क**માંથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં **कअ** સૌથી મોટી છે. અને **कब** સૌથી નાની છે; અને

૭. જ્યારે **कप, कड**ને **क**માંથી પરિધ સુધી દોરીએ અને $\angle$ **पमक** > $\angle$ **डमक** હોય ત્યારે **कप** > **कड**; અને ઉલટું.

૮. **अबक** △માં **अब**ને **प**માં દુભાગી છે અને **अक** > **कब** તો $\angle$ **अपक** < ૧ |. અને જો **कप**માં કોઇ **ड** બિંદુ હોય તો **अड** > **बड**.

૯. સમદ્વિબાજુ △ની દરેક સરખી બાજુ પાયા કરતાં મોટી હોય તો સરખી બાજુઓના અંતર્ખુણો સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૦. **अबक** △માં **म** બિંદુ એવું હોય કે **मअ**=**अब** તો **अक** > **अब**.

૧૧. **अबक** △માં બાજુઓમાં **ड, इ, फ** બિંદુઓ હોય તો **डइफ** △ની પરિમિતિ **अबक** △ની પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

૧૨.* ત્રિકોણની અ, બ, ક બાજુ ઉપર ત્રિકોણની માંહેના કોઇપણ બિંદુમાંથી દોરેલા લંબનાં અંતર ડ, ઇ, ફ, હોય તો અ+બ+ક > ડ+ઇ+ફ.

૧૩.* કોઈપણ ચતુષ્કોણની કર્ણો મળી ચતુષ્કોણની અર્ધી પરિમિતિથી મોટી છે; અને આખી પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

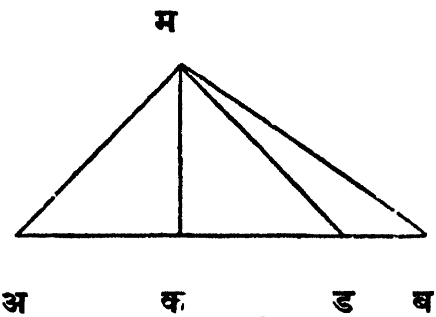
૧૪.* ચતુષ્કોણનાં શિરોબિંદુથી કોઈ અમુક બિંદુ સુધીનાં અંતરોનો સરવાળો લઘુતમ હોય તો તે બિંદુ શોધો.

૧૫.* સૌથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઈપણ લીટી ત્રિકોણમાં દોરી શકાય નહિ.

૧૬.* **अबकडइफ** ષટ્કોણમાં કોઈપણ ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ નથી તો તેની પરિમિતિ **अकइ** △ની પરિમિતિથી મોટી છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૧.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમાં જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુંકામાં ટુંકી છે.



अब એક આપેલી લીટી છે અને **म** એક આપેલું બિંદુ છે. **मक**, **अब** ઉપર લંબ છે અને **मड** એક બીજી કોઈપણ લીટી છે; તો **मक** લીટી **मड**થી નાની થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **मकड**માં ∠ **मकड** = ૧ કાટખુણો.

∴ △ **मकड**માં ∠**मकड** < એક કાટખુણો છે, (પ્ર. સિ. ૮ ઉ.)

∴ ∠**मकड** < ∠**मकड**;

∴ **मकड** △માં **मड** > **मक** છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઈપણ લીટી **म**થી **अब** સુધી દોરીએ

તો તે **मक**થી મોટી છે.

એટલે **मक** ટુંકામાં ટુંકી છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. मમાંથી अब ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે; અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઈપણ બિંદુમાંથી કોઈપણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨ જો. **कड = अक** તો **मड = मअ** છે.

∵ △ **मडक** ≡ △ **मअक** છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. જો मब જેવી બીજી કોઈપણ લીટી मड કરતાં मकથી વધારે અંતરે अबને મળે તો मब > मड છે.

∵ ∠**मबड** < એક ∟

અને ∠**मडब** > ∠**मबड**. (પ્ર૦ ૧સ૦ ૮ ઉ૦ સિ૦)

નોંધ:–કોઈપણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામાં ટુંકી છે તેથી તે તેનું 'અંતર" કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઇપણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા પર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૨. ઉપરના સિદ્ધાંતની મદદથી બતાવો કે કાટખુણ △માં કર્ણ ગમે તે બાજુથી મોટી છે.

૩. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં લંબની બંન્ને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી આપેલી લીટી સુધી દોરી શકાય છે.

૪. કોઈપણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. કોઈપણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબનું છેદનબિંદુ ત્રિકોણનાં બધાં શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

૬. પ્રશ્ન ૫ની મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો.

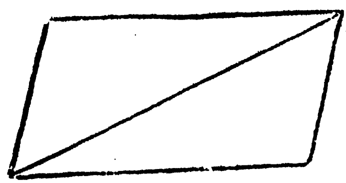
૭. કોઈપણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમાં છેદી શકતી નથી એમ બતાવો.

§ ૧૯. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૨.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ સરખી છે તથા સામસામેના ખુણાઓ સરખા છે; અને દરેક કર્ણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.

अ ब



ड क

अबकड એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને **बड** એક તેની કર્ણ છે.

ત્યારે (૧) **अब** = **कड**; અને **अड** = **बक** થશે.

(૨) ∠**अबक** = ∠**अडक**, અને ∠**डअब** = ∠**डकब** થશે.

અને (૩) △**अबड**, △**कडब** બરાબર થશે.

સિદ્ધતા. ∵ **अब** ∥ **डक**, અને **बड** તેને મળે છે.

∴ ∠**अबड** = ∠**कडब**; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ **अड** ∥ **बक**, અને **बड** તેને મળે છે.

∴ ∠ **अडब** = ∠**कबड**. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

વળી ∵ △**अबड** અને △**कडब** માં

∠**अबड** = ∠**कडब**, ∠**अडब** = ∠**कबड**

અને **बड** સામાન્ય છે,

∴ △ **अबड** ≡ △ **कबड**. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ **अब** = **डक**, અને **अड** = **बक**; અને ∠ **अ** = ∠ **क**.

વળી ∵ ∠ **अबड** = ∠ **कडब** અને ∠ **अडब** = ∠ **कबड** (સિદ્ધતા)

∴ આખો ∠ **अडक** = આખો ∠ **अबक**; (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને $\triangle$ **अबड** $=$ $\triangle$ **कडब**,

$\therefore$ **बड** કર્ણ સ૦ ચ૦ને દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક ખુણો કાટખુણો હોય તો બધા ખુણા કાટખુણા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસેપાસેની બાજુ સરખી હોય તો બધી બાજુઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. સમચોરસની બધી બાજુઓ સરખી છે અને બધા ખુણાઓ સરખા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે.

$\because$ જો ઉપલા સિદ્ધાંતની આકૃતિમાં **अक**, **बड**, **म**માં છેદે તો

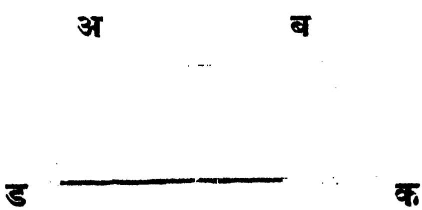
$\triangle$ **कडम** અને $\triangle$ **अबम**માં **अब** $=$ **कड**, અને

$\angle$**अबड** $=$ $\angle$**बडक**, અને $\angle$**बअक** $=$ $\angle$**डकअ**,

$\therefore$ $\triangle$ **कडम** $\equiv$ $\triangle$ **अबम** $\therefore$ **मड** $=$ **मब** અને **मअ** $=$ **मक**. (પ્ર. સિ. ૧૧)

ઉપ૦ ૫. સમાન્તર લીટીઓ હંમેશાં એકજ અંતરે રહે છે.

વ્યાખ્યા. જે ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર બાજુ સિવાયની બીજી બન્ને બાજુઓ સરખી હોય તેને **સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ** કહે છે.



પ.સેની આકૃતિમાં **डअ** $=$ **कब**,

$\therefore$ **अबकड** સમદ્વિબાજુ ટ્રા. છે.

પ્રશ્નો.

૧. $\triangle$ **अबक**માં **अब** $=$ **अक** અને **डइ** $\parallel$ **बक** અને **डइ** લીટી **अब** અને **अक**ને **ड इ**માં છેદે તો **डइकब** સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે.

૨. **अबकड** સ૦ ચ૦માં **अब** અને **अड**ને છેદે તેમ બાજુને સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખુણા અને કયી બાજુઓ બરાબર છે?

૩. કોઈપણ સ૦ ચ૦માં પાસેપાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી કાટખુણે મળે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઈપણ સ૦ ચ૦માં સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે કે એકજ છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. **अबकड** એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં **अड** = **बक** ને ∠**क** = ∠**ड** છે. (નોંધ. **ब**માંથી **अड** ∥ **बइ** દોરો.)

૬. પ્રશ્ન ૫માં **अब** અને **कड**નાં **प** અને **म** મધ્યબિંદુ હોય તો **पम**, **अब**ને ⊥ છે એમ બતાવો.

૭. સામસામેના ખુણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો.

૮. સામસામેની બાજુનું એક જોડકું સમાન્તર અને સરખું હોય તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૯. સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે. એમ બતાવો.

૧૦. કર્ણો એક બીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

૧૧. કોઈપણ લીટી ઉપર સરખી ઉંચાઈની બે લંબ એકજ બાજુએ દોરી હોય તો તેના બીજા છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૧૨. રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે છે.

૧૩. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો સરખા હોય તો તે સ૦ ચ૦ લંબચોરસ છે એમ બતાવો.

૧૪. સ૦ ચ૦માં સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૧૫. **अबकड** સ૦ ચ૦માં **अब**, **कड**ને અનુક્રમે **प**, **म**માં દુભાગે છે તો **बपडम** સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૧૬. કર્ણો સરખા હોઈ એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણ ચોરસ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૭. કોઈપણ બે સમર્યાદ લીટીઓ એક બીજીને કાટખુણે દુભાગે તો તે રોમ્બસ કે ચોરસના કર્ણો હોવા જોઈએ.

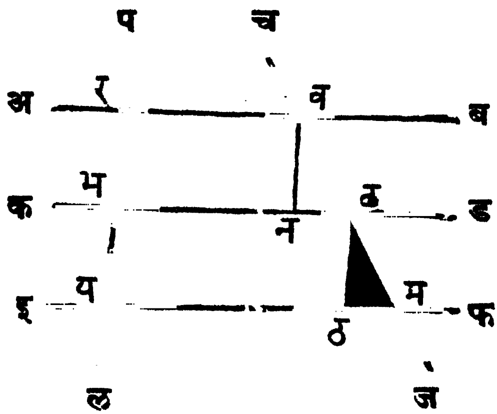
૧૮. સ૦ ચ૦માં કર્ણોના છેદનબિંદુમાંથી સામસામેની બાજુ સુધી દોરેલી લીટી તે બિંદુમાં દુભાગાય છે.

૧૯. સ૦ ચ૦માં કર્ણથી તેની સામેનાં શિરોબિંદુ સમાન અંતરે છે.

૨૦.* **अबक** △ની **बक** બાજુમાં **ड, ल** બિંદુ લો. **अब**માં **प** અને **अक**માં **र** એવાં બિંદુ શોધો કે **डल** = અને ‖ **पर** હોય.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૩.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અંતર્ભાગો સરખા કરતી હોય તો તેમને છેદતી બીજી કોઈપણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ સરખા છે.



पल લીટીને **अब, कड, इफ** સમાન્તર લીટીઓ છેદી **रभ, भय** અંતર્ભાગો સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી **चज** જેવી બીજી કોઈપણ લીટી છે તો **वट** = **टम** થશે.

રચના. **व** અને **ट**માંથી **पल**ને સમાન્તર **वन** અને **टठ** લીટીઓ દોરો.

સિદ્ધતા. ∵ **रव** ‖ **भन** અને **रभ** ‖ **वन** છે;

∴ **रभनव** સ૦ ચ૦ છે; ∴ **रभ** = **वन** છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

અને ∵ **भट** ‖ **यठ** અને **भय** ‖ **टठ** છે,

∴ **भटठय** સ૦ ચ૦ છે; ∴ **भय** = **टठ** છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

પણ રમ = મય; ∴ વન = ટઠ.

વળી ∵ △ વનટ અને △ ટઠમમાં

∠નવટ = ∠ઠટમ અને ∠નટવ = ∠ઠમટ, (પ્ર૦ સિ૦ ૭ અને ૬)

અને વન = ટઠ; (સિદ્ધતા)

∴ △ વનટ ≡ △ ટઠમ; ∴ વટ = ટમ. છે, પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈપણ ત્રિકોણમાં પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાજુના સરખા ભાગ કરે તો બીજી બાજુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઈપણ △માં એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૨. કોઈપણ △માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૩. કોઈપણ △માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે એમ બતાવો.

૪. કોઈપણ △માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુઓને સાંધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ત્રિકોણ થાય છે એમ બતાવો.

૫. કોઈપણ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૬. કોઈપણ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં સામસામેના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી એક બીજીને દુભાગે છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૪.

જો કોઈપણ ચતુષ્કોણમાં

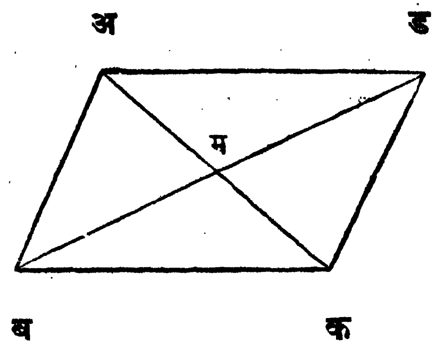
(૧) સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી અને સમાન્તર હોય; અથવા

(૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૩) સામસામેના ખુણાની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૪) કર્ણો એક બીજાને દુભાગે;

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.



अबकड આપેલો ચતુષ્કોણ છે.

(૧) જો **अब** = અને ∥ **कड**, તો **अबकड** સ૦ ચ૦ થશે. **अक** સાંધો.

∵ **अब** ∥ **कड** છે, ∴ ∠**बअक** = ∠**अकड**. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

હવે ∵ △**अबक** અને △**अकड**માં

अब = **कड** અને **अक** સામાન્ય છે અને ∠**बअक** = ∠**अकड**,

∴ △**अबक** ≡ △**अकड**; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ ∠**बकअ** = ∠**डअक**; ∴ **अड** ∥ **बक** (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

∴ **अबकड** સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૨) જો **अब** = **डक** અને **अड** = **बक** તો **अबकड** સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ △ **अबक** અને △ **अडक**માં

अब = **डक**, **अड** = **बक** અને **अक** સામાન્ય છે.

∴ △ **अबक** ≡ △**अडक** (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠**बअक** = ∠**अकड** અને ∠**बकअ** = ∠**कअड**;

∴ **अब** ∥ **डक** અને **अड** ∥ **बक**. (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

∴ **अबकड** સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૩) જો $\angle$ **बअड** = $\angle$ **बकड** અને $\angle$ **अबक** = $\angle$ **अडक**,
તો **अबकड** સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ $\angle$ **बअड** = $\angle$ **बकड** અને $\angle$ **अबक** = $\angle$ **अडक** છે.

∴ $\angle$ **बअड** + $\angle$ **अबक** = $\angle$ **बकड** + **अडक**.

પણ **अबकड**ના ચાર ખુણા = ૪ કાટખુણા. (?)

∴ $\angle$ **बअड** + $\angle$ **अबक** = ૨ કાટખુણા = $\angle$ **डकब** = $\angle$ **अडक**;

∴ **अड** ‖ **बक** અને **अब** ‖ **कड**; (પ્ર૦ સિ૦ ૫)

∴ **अबकड** સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૪) જો **अक**, **बड** કર્ણો **म**માં દુભાગે તો **अबकड** સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∴ △ **अमब** અને △ **डमक**માં

अम = **मक** અને **बम** = **मड** અને $\angle$ **अमब**=સામેના $\angle$ **डमक** (?)

∴ △ **अमब** ≡ △ **डमक**; (?)

∴ $\angle$ **बअक** = $\angle$ **अकड** અને $\angle$ **बकअ** = $\angle$ **कअड**;

∴ **अब** ‖ **कड** અને **अड** ‖ **बक**; (?)

∴ **अबकड** સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈપણ સીધી લીટી ઉપર જો બે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાઓને સાંધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

પ્રશ્નો.

૧. જો કોઈપણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાંથી જતી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે એ સિદ્ધ કરો.

૨. કોઈપણ સીધી લીટી ઉપર છેડાઓમાંથી બે સરખા લંબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને દુભાગે છે એ સિદ્ધ કરો.

૩. પ્રશ્ન ૨માં જો **अब** ઉપર **पम**, **यर** બે લંબ દોરીએ તો **मर**, **पय**ને દુભાગે છે અને **मयरप** એક સ૦ ચ૦ છે.

૪.* બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા **अ** બિંદુમાંથી એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટીઓ સુધી જઈ **अ**માં દુભાગાય.

૫. જો એક ચતુષ્કોણુમાં સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી હોય અને બીજી જોડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણુ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે યા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુ છે એમ બતાવો.

૬. કોઈપણુ સ૦ બા૦ ચ૦માં સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૭. **अबकड** સ૦ ચ૦માં **म**, **य**, અનુક્રમે **अब**, **कड**નાં મધ્ય બિંદુ છે, તો **बमडय** સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૮. જો એક ચતુષ્કોણુમાં કર્ણો સરખા હોઈ અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણુ લંબચોરસ છે એમ બતાવો.

૯.* **अबकड** એક સ૦ ચ૦ છે. અને **म** અમુક બિંદુ એવું છે કે **मअयब**, **मबरक**, **मकलड** અને **मडवअ** સ૦ ચ૦ છે તો **यरलव** પણુ સ૦ ચ૦ છે. તેને આપેલા સ૦ ચ૦ સાથે સરખાવો.

૧૦.* **अबकड** સ૦ ચ૦માં **अक**માં **इ** બિંદુ એવું છે કે **इब** = **इड** તો **इ**, **अक**ને દુભાગે છે. અપવાદ હોય તો બતાવો.

૧૧.* **अबकड** ચતુષ્કોણુમાં ∠**अ**=∠**ब**, ∠**क**=∠**ड** તો **अबकड** સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે. **अबकड** સ૦ બા૦ ચ૦ ક્યારે થશે?

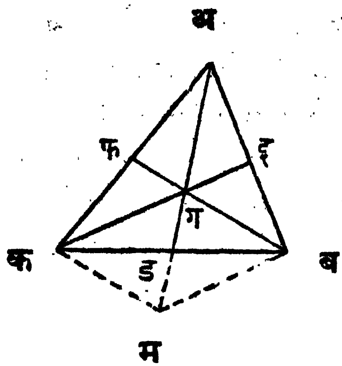
૧૨.* **अबक** એક આપેલો △ છે. અને **डइ**, **फग** બે છેદતી લીટીઓ છે; તો **अबक** △ની સર્વસમાન હોય એવો એક △ બનાવો કે જેની એક બાજુ **डइ** ઉપર હોય અને જેનું એક કોણુ બિંદુ **फग**માં હોય.

૧૩.* જે ચતુષ્કોણુમાં બાકીનાં કોણુ બિંદુથી એક કોણુ બિંદુનાં અંતરો બધાંજ કોણુ બિંદુને માટે એકજ હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૧૪.* સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુમાં કર્ણોના છેદનબિંદુમાંથી દોરેલી લીટી સ૦ ચ૦ના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૫.

કોઇપણ ત્રિકોણુની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



△**अबक**માં **कइ**, **बफ** મધ્યગાઓ **ग**માં છેદે છે. **अग** સાંધી **बक** સુધી લંબાવો; તો **अगड** ત્રીજી મધ્યગા થશે; અને **ग**માં દરેક મધ્યગા ત્રીજે ભાગે છેદાશે.

अगडને **म** સુધી લંબાવી **इग** ‖ **बम**ને **म**માં મળવા દો. **कम** સાંધો.

સિદ્ધતા. **इग** ‖ **बम** અને **अइ** = **बइ** ∴ **अग**=**गम**. (પ્ર. સિ. ૨૩)

વળી **कम** ‖ **फ**માંથી દોરેલી લીટી **अम**ને દુભાગે છે; અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દોરી શકાય છે, (પ્ર. સિ. ૨૩ પ્ર. ૨)

∴ **बगफ** ‖ **मक** છે. ∴ **गबमक** સ૦ ચ૦ છે.

∴ **गम**, **बक** અરસપરસ દુભાગે છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨ ઉ૦)

∴ **अगड**, **बक**ને દુભાગનારી મધ્યગા છે.

વળી **मग** = ૨ **गड** અને **मग** = **अग**; ∴ **अग** = ૨ **गड**;

∴ **ग**માં **अड** ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

અને એજ પ્રમાણે

गમાં **कइ** અને **बफ** ત્રીજે ભાગે છેદાય છે. **પ્ર૦ સિ૦**

ટીપ. ત્રિકોણની મધ્યગાના છેદનબિંદુને ત્રિકોણનું ગુરૂત્વાબિંદુ કહે છે. ∵ એક સરખા કાગળમાંથી જો એક ત્રિકોણ કાપી આ બિંદુમાંથી એક દોરી બાંધી ત્રિકોણને ઉંચક્યો હોય તો તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

પ્રશ્નો.

૧. **अबक** △માં **बइ**, **कफ** મધ્યગાઓ **ग**માં મળે છે. **बग**નું **ल**, અને **कग**નું **म** મધ્યબિંદુ હોય તો **फइ**, **फल**, **लम**, **मइ** સાંધી

બતાવો કે **ગ**માં **બઇ** અને **કફ** દરેક ત્રીજે ભાગે છેદાય છે; અને તે ઉપરથી બતાવો કે મધ્યગાઓ એકબિંદુગામી છે.

૨. કોઈપણ ટ્રાપિજ્યમની વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને સમાન્તર છે.

૩. કોઇપણ △માં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૪. જો કોઈપણ △માં ત્રણ મધ્યગા બરાબર હોય તો △ સમબાજુ છે.

૫. **અબક** કાટખુણુ △નો **અબ** કર્ણ **ડ**માં દુભાગાય છે તો **કડ**, **અબ**થી અર્ધી છે.

૬. **અબકડ** સ૦ ચ૦માં **અબ**નું મધ્યબિંદુ **ઇ** છે. **કઇ**, **ઇડ** સાંધો. અને જો ∠**કઇડ** એક કાટખુણો હોય તો **અબ** = ૨ **બક**.

૭.* **અબકડ** સ૦ ચ૦માં **ઇ**, **ફ**, **અબ**, **અડ**નાં મધ્યબિંદુ છે, તો **ફઇ** ∥ **બડ** છે, અને **ફઇ**, **કફ** લીટીઓ **બડ**ને ત્રિભાગે છે.

૮.* કોઈપણ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી અને કર્ણોના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૯.* રોમ્બસની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી એક લંબચોરસ બતાવે છે.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લો. સિદ્ધ ભાગ.
વિભાગ ૩જો. કૃત્ય ભાગ.

કૃત્યોના કોઈપણ ભાગમાં અમુક માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિ. પણ કરેલું કૃત્ય ખરૂં છે કે નહિ તે હંમેશાં ગમે તે કોઈ ડ્રોઇંગનાં સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવું અને ખાત્રી કરવી. જે જે રચનાઓ કરવી તેમાં આંકેલી આંકણી તથા પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવાં નહિ. કોઈપણ આકૃતિ યા આકૃતિનો ભાગ બહુ બારીકિથી દોરવો કે જેથી સાહિત્યથી માપ

લેતી વખતે કોઇપણ જાતની ભૂલ પડે નહિ. જે જે કૃત્યો કર્યાં છે તે ફક્ત સિદ્ધાંત તરીકેજ શીખવવાનાં નથી પણ બારીક માપ પર હંમેશાં વિશેષ લક્ષ આપવાનું છે. દરેક કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમાં પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનું કામ સંતોષ-કારક રીતે થઈ શકે અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દઢ માહિતી થાય.

આંકણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) કોઈપણ આપેલાં બે બિંદુને સાંધવાં, અને

(૨) કોઇપણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામાં લંબાવવી.

કંપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) એક આપેલું બિંદુ લઈ આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર બીજી એક આપેલી લીટીમાંથી ભાગ કાપવો.

કંપાસના ઉપયોગમાં (૨), (૧)માં સમાએલો છે. કૃત્યોની સિદ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિદ્ધતાથી બનાવેલી રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય; અને સિદ્ધ ભાગમાં કોઈ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમાં નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ.

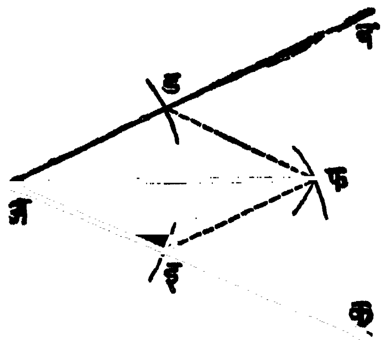
દરેક આકૃતિમાં સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટેજ વપરાએલી લીટી તુટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે. રચના ભાગમાં જ્યાં જ્યાં વર્તુળ દોરવાનો છે ત્યાં ત્યાં વર્તુળનું **જોઈએ તેટલું કૌંસજ** દોરવામાં આવ્યું છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુંચવણ પડે નહિ અને વખત બચે.

કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નોમાં પણ કૃત્યમાં કહ્યું છે તેમજ સિદ્ધતા કહેવી, રચના કરવી અને સાહિત્યોની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવું. કૃત્યો અને પ્રમેયો સાથે સાથે લેવાય તો સારૂં.

§ ૨૦. દ્વિભાગ રચના અને લંબ રચના

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧.

એક આપેલા ખુણાને દુભાગવો.



बअक એક આપેલો ખુણો છે, અને તેને દુભાગવાનો છે.

રચના. **अ** મધ્યબિંદુ લઈ **बअ**, **कअ**ને **ड**, **इ** બિંદુમાં છેદે એવો એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી. કૃ.)

ड, **इ** મધ્યબિંદુ લઈ જોઈએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઈ એક બીજાને **फ**માં છેદે તેમ બે વર્તુળો દોરો.

अफ, **डफ**, **इफ** સાંધો. ત્યારે **अफ** લીટી ∠**बअक**ને દુભાગશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **अडफ** અને △ **अइफ**માં

अड = **अइ** અને **फड** = **फइ** અને **अफ** સામાન્ય છે, (રચના)

∴ △ **अडफ** ≡ △ **अइफ**, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠ **बअफ** = ∠**कअफ**. ∴ **अफ** ∠**बअक**ને દુભાગે છે. કૃ.કૃ.

સૂચના. "જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા"નો અર્થ એવો છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, **ड**, **इ** મધ્યબિંદુ લઇ દોરેલાં કૌંસો એક બીજાને છેદી શકે. આ શબ્દસમૂહનો અર્થ નીચેનાં કૃત્યોમાં પણ એવોજ લેવો.

પ્રશ્નો.

૧. કૃ૦ સિ૦ ૧લાની આકૃતિ કયી લીટી સાથે *સમ્મિતરૂપ છે અને તે કેવી રીતે છે?

---

* કોઇ આકૃતિ તેની અંદરની કોઈ લીટીની આજુબાજુ એવી રીતે

૨. કૃ૦ સિ૦ ૧લામાં **फ** બિંદુ ∠**अ**ની બહાર પાડી બતાવો કે ∠**अ**, **फअ** લંબાવ્યાથી દુભાગાય છે.

૩. કૃ૦ સિ૦ ૧લામાં બીજો કયો ખુણો દુભાગાય છે?

૪. કોઇપણ ખુણાના ચાર સરખા ભાગ કરો.

૫. ૮૫°નો ખુણો કરી તેને પ્રોટ્રેક્ટરથી દુભાગો અને કૃ૦ સિ૦ ૧લા પ્રમાણે દુભાગો.

૬. ૧૫°, ૩૦°, ૭૫°ના ખૂણા પ્રોટ્રેક્ટર વિના બનાવો.

[ટીપ. સમબાજુ ત્રિકોણનો ખૂણો ૬૦°નો છે.]

૭. એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૮. પ્રશ્ન ૭ની મદદ લઈ ૪૫°ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૯. કૃ૦ સિ૦ ૧લામાં બતાવો કે **अफ**નું કોઇપણ બિંદુ **अब**, **अक**થી સમાન અંતરે છે.

૧૦. ઉપલા કૃત્ય સિ૦ ૧લાની આકૃતિમાં જો **डइ**ને સાંધીએ તો **डइ** અને **अफ** એક બીજાને કાટખુણે મળે છે.

૧૧.* એક ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાને દુભાગો.

ટીપ.—આ દુભાગનારી લીટીઓનું સામાન્ય છેદનબિંદુ બધી બાજુને અંદરથી સ્પર્શ કરતા અંતર્લગ્ન વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

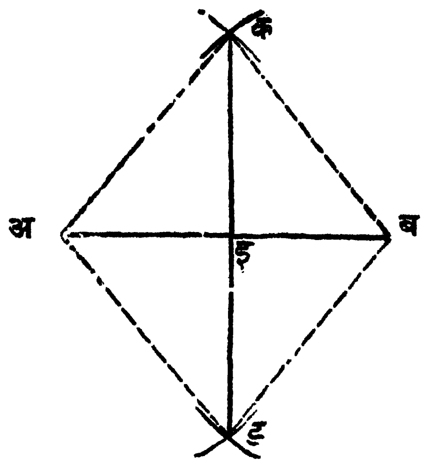
૧૨.* **अबक** △ના ∠**अ**ને અને **अब** **अक** લંબાવતાં થતા બહારના ∠**ब**, ∠**क**ને દુભાગો.

ટીપ.—આ દુભાગનારી લીટીઓનું સામાન્ય છેદનબિંદુ **बक** અને લંબાવેલી **अब**, **अक**ને સ્પર્શ કરતા ઉપલગ્ન વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

૧૩. **अबक** △માં બીજા ખુણાઓને અંદરથી અને સામેના ખુણાને બહારથી દુભાગો.

આવી હોય કે તે આકૃતિના બે ભાગો તે લીટીની આસપાસ સર્વસમાન થઈ રહે તો તે સમ્મિતરૂપ આકૃતિ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨.
એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી.



अब એક આપેલી સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે.

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઈ જોઈએ તેવડી **अक** ત્રિજ્યાથી બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળનું કૌંસ દોરો. (સ્વી૦ કૃ૦)

અને **ब** મધ્યબિંદુ લઈ **कअ** ત્રિજ્યા લઈ બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળનું કૌંસ દોરો. આ વર્તુળો **क, ड**માં છેદે છે. (સ્વી૦ કૃ૦)

कड, अक, अड, बक, बड ને સાંધો.

ત્યારે **अब**ને **कड** લીટી **इ**માં દુભાગશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **अकड** અને △ **बकड**માં

अक = बक, અને **अड = बड.** (રચના)

અને **कड** સામાન્ય છે.

∴ △ **अकड** = △ **बकड**. ∴ ∠ **अकड** = ∠ **बकड** (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

વળી ∵ △ **अकइ** અને △ **बकइ**માં

अक = बक અને **कइ** સામાન્ય છે;

અને અંતર્ખુણો **अकइ** = અંતર્ખુણો **बकइ** (સિદ્ધતા)

∴ △ **अकइ** = △ **बकइ.** (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ अइ = बइ. ∴ अब, इमां दुભાગાય છે. ક્૦ ક્૦

ઉપસિદ્ધાંત. એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લંબ દોરવો.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. ઉપલી આકૃતિમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે?

૩. કોઈપણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો.

૪. ઉપલી આકૃતિમાં બતાવો કે **कड**નું કોઈપણ બિંદુ **अ, ब**થી સમાન અંતરે છે.

૫. કોઈપણ વર્તુળની જ્યાને દુભાગનારો લંબ દોરો.

૬.* એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો, કે તે આપેલાં બે બિંદુથી સમાન અંતરે હોય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૭.* એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે આપેલી બે લીટીથી સરખે અંતરે હોય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૮. એક આપેલી લીટીને બેવડી કરો; તેવડી કરો; પાંચગણી કરો.

૯. △ **अबक**માં **अब** = **अक** તો ∠**अ**ને દુભાગનારી લીટી પાયાનો દુભાગનાર લંબ છે.

૧૦. **अब** = ૨·૬ સે.મી.; **अब**ને **क**માં દુભાગો અને **क** આગળ **कड** = ૧·૫ સે.મી. ૪૫°ને ખુણે દોરો; ∠**अकड** અને ∠**डकब**ને **डक** અને **कफ**થી દુભાગો; ∠**इकफ**ને માપો.

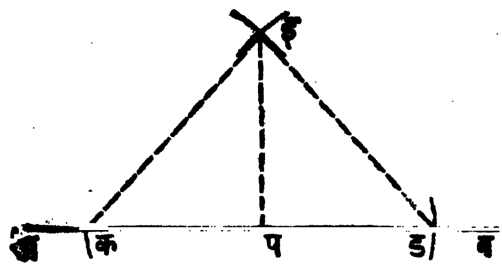
૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ **अक** વિના બીજી કોઈ ત્રિજ્યા લઈ કરો.

૧૨. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ **अक, अड**નાં જુદાં માપ લઈ કરો.

૧૩. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ **अब** ઉપર સમબાજુ △ દોરી તેની સામેના ખુણાને દુભાગી સાબિત કરો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૩.

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દોરવો.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેમાં **प** એક આપેલું બિંદુ છે. ત્યારે **अब** ઉપર **प**માંથી લંબ દોરવાનો છે.

રચના. **पअ**, **पब**માંથી **पक** અને **पड** સરખી કાપો.

क, **ड**, મધ્યબિંદુ લઈ જોઈએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળ દોરો; અને તે **इ**માં અરસપરસ છેદે છે. (સ્વી० કૃ०)

इप, **इक**, **इड** સાંધો. ત્યારે **इप**. **अब**ને **प** આગળથી લંબ થશે,

સિદ્ધતા. ∵ △ **कइप** અને △ **डइप**માં

कप = **पड**, અને **कइ** = **डइ**, (રચના)

અને **पइ** સામાન્ય છે.

∴ △ **कइप** ≡ △ **डइप** ∴ ∠**कपइ** = ∠**डपइ** (પ્ર. સિ. ૧૪)

અને આ સરખા ખુણા **अब** સીધી લીટી ઉપર પાસપાસના છે.

∴ **पइ** ⊥ **अब**ને છે. કૃ० કૃ०

પ્રશ્નો.

૧. સમદ્વિબાજુ △માં પાયાના છેડામાંથી પાયા પર દોરેલી લંબ સામેની બાજુને લંબાવતાં મળે તો આકૃતિમાં સઘળાં અંગનાં માપ કાઢો.

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લંબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો.

૩. એક વર્તુળમાં **अब** જયા છે અને **अ**, **ब**માંથી દોરેલી લંબ વર્તુળને **क**, **ड**માં છેદે છે તો **अक**, **बड** માપો.

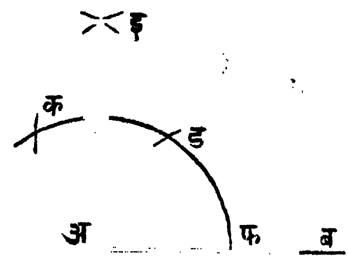
૪. એક ૩·૫″ લાંબી લીટીને તેના છેડાથી ·૭″ દૂર બિંદુમાંથી ૧·૩″ લાંબો લંબ દોરો. આવા કેટલા લંબ દોરી શકાશે.

૫. ૪·૦ સે. મી.ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં **अब** એક જગા છે, **अब**ને **क**માં દુભાગી **क**ને **म** મધ્યબિંદુ સાથે જોડી ∠**मकअ** અને ∠**मकब** માપો.

૬. ∠**अकब** અને **कअ** = **कब** લો. **अ**. **ब**માંથી **अम**, **बम**, લીટી **अक**, **बक**ને લંબ છે. બતાવો કે **कम**, ∠**अकब**ને દુભાગે છે.

૭.* **अब** એક આપેલી લીટીમાં **क** બિંદુ છે; બહાર **ड** બિંદુ લઈ તે (**ड**) મધ્યબિંદુથી **कड** ત્રિજ્યાએ એક વર્તુળ **रकप**, **अब**ને ફરીથી **र**માં છેદે તેમ દોરો. **रड**ને લંબાવતાં તે વર્તુળને **प** બિંદુમાં છેદે છે. **पक** સાંધો; બતાવો કે **पक**, **अब**ને લંબ છે.

૮.* **अब**માં **अ** બિંદુ છે. **अ** મધ્ય બિંદુથી ગમે તે એક વર્તુળ દોરો. **फअ** ત્રિજ્યાથી વર્તુળ ઉપર **फड**, **डक** સરખા ભાગ મૂકો, **ड**, **क**, મધ્યબિંદુ લઈ **कड** ત્રિજ્યાથી બે સરખા વર્તુળો **इ**માં છેદે તેમ દોરો તો **इअ**, **अब**ને ⊥ છે.



૯. આંકેલાં સાહિત્ય વિના ૪૫° અને ૭૫°ના ખુણા બનાવો.

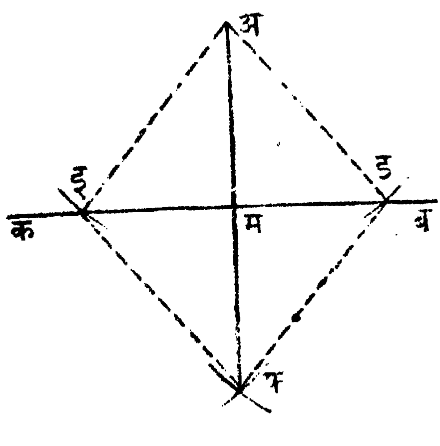
૧૦. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૩જાની આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૧૧.* કોઈપણ ત્રિકોણની બાજુઓને દુભાગી તેનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુ ઉપર લંબ દોરો.

સૂચના. આ લંબનું સામાન્ય છેદનબિંદુ Δનાં બધાં શિરોબિંદુમાંથી જતા પરિલગ્ન વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૪.

એક આપેલી લીટી ઉપર તેની બહારના આપેલા બિંદુમાંથી લંબ દોરવો.



बक એક આપેલી લીટી છે અને **अ** તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે; તો **अ**માંથી **बक** ઉપર એક લંબ દોરવાનો છે.

રચના. **अ** મધ્યબિંદુ લઈ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ **बक**ને **ड, इ**માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી૦ કૃ૦)

ड, इ મધ્યબિંદુઓ લઈ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળો **फ**માં છેદે તેમ દોરો. (સ્વી૦ કૃ૦)

अफ, अड, अइ, फड, फइ સાંધો.

ત્યારે **अफ**, એટલે **अम, बक**ને લંબ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **अडफ** અને △ **अइफ**માં

अड = अइ, અને **डफ = इफ** અને **अफ** સામાન્ય છે. (રચના)

∴ ∠**डअम** = ∠**इअम**. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

વળી ∵ △**डअम** અને **इअम**માં

डअ = इअ અને **मअ** સામાન્ય છે.

અને અંતર્ખુણો **डअम** = અંતર્ખુણો **इअम**,

∴ △**डअम** = △**इअम**. ∴ ∠**डमअ** = ∠**इमअ**. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ **अम, बक**ને લંબ છે. કૃ૦ કૃ૦

વ્યા૦. ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ અરસપરસ જે બિંદુમાં છેદે તેને **લંબછેદનાબિંદુ** યા **લંબસંપાત-બિંદુ** કહે છે.

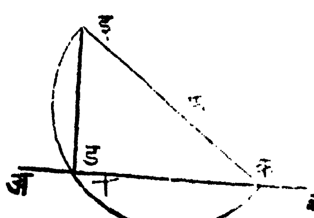
પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. એક મોટો સાંકડખુણ લઈ ત્રિકોણ તેનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો.

૩. કાટખુણ અને પહોળાખુણ ત્રિકોણ લઈ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરો.

૪.* **अब** એ આપેલી લીટી છે અને **इ** એક બહાર આપેલું બિંદુ છે. **अब**માં **क** કોઇપણ બિંદુ છે અને **कइ** જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ **अब**ને ફરીથી **ड**માં છેદે તેમ દોરો તો **डइ** લીટી **अब**ને લંબ છે.



૫.* **अब** આપેલી લીટી છે. અને **क** બહાર આપેલું બિંદુ છે; **अब**માં બે બિંદુઓ **ड** અને **इ** છે. **ड**, **इ** મધ્યબિંદુ લઇ **डक**, **इक** ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ **प**માં છેદે તેમ દોરો તો **कप**, **ब**અને કાટખુણે છેદશે.

૬. ∠**अबक**ને દુભાવી **बड** દુભાગનારી લીટીના **ड** બિંદુમાંથી **अब** અને **बक** ઉપર બે લંબ દોરો; તો આ લંબ સરખા છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ઠ્ઠો ∠**अबक** કાટખુણો યા પહોળો ખુણો લઈ કરો.

૮. વર્તુળના મધ્યબિંદુમાંથી કોઈપણ જયા ઉપર લંબ દોરો.

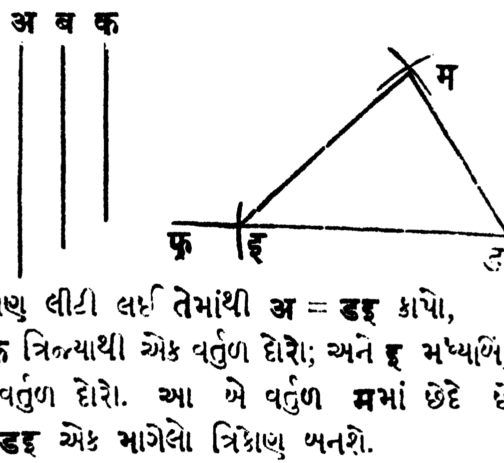
૯. એક ત્રિકોણમાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ જે બિંદુમાં છેદે તેમાંથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લંબ દોરી આ લંબ બાકીનાં શિરોબિંદુ તરફ લંબાવો.

§ ૨૧. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૫.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.

अ, **ब**, **क** ત્રણ આપેલી લીટી છે તો **अ**, **ब** **क**ની બરાબર બાજુ જેની હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.



રચના. **डफ** કોઇપણ લીટી લઈ તેમાંથી **अ** = **डइ** કાપો, **ड** મધ્યબિંદુ લઇ **क** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; અને **इ** મધ્યબિંદુ લઇ **ब** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળ **म**માં છેદે છે. **मड**, **मइ** સાંધો, ત્યારે **मडइ** એક માગેલો ત્રિકોણ બનશે.

સિદ્ધતા. હવે ∵ △**मडइ**માં

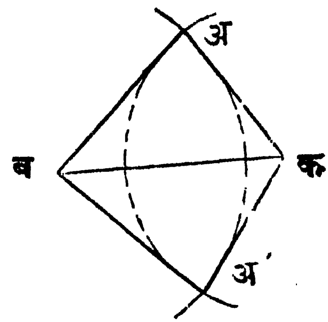
डइ = **अ**, **मइ** = **ब**, **डम** = **क**, (રચના)

∴ **मडइ** માંગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. ૧. મોટામાં મોટી બાજુ સૌથી પહેલી દોરવી.

ટીપ. ૨. ત્રણ આપેલી લીટીઓમાં એક જો બીજી બેના સરવાળાથી મોટી અથવા તેની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ અશક્ય છે. કારણ કે દોરેલા વર્તુળો એક બીજાને ન છેદતાં મોટી લીટી પર એક બીજાની બહારનાં કે એકજ બિંદુમાં છેદશે. જુઓ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

ટીપ. ૩. કોઇપણ આકૃતિ માપ વિનાની દોરવાની હોય તો હંમેશાં મોટી આકૃતિ દોરવી; કારણ કે જે ભૂલ નાની આકૃતિમાં માલમ પડે તે મોટીમાં માલમ પડવી મૂશ્કેલ છે.



ટીપ. ત્રણ બાજુઓની લંબાઇઓ આપી હોય તો એ બાજુઓનો જેટલા ત્રિકોણ નીકળે તેટલા દોરવા હોય તો શું કરીશું?

અ, બ, ક, ત્રણ આપેલી લંબાઇ લો.

સૌથી મોટી અને અ = **बक**ને પાયા તરીકે લો. **ब** આગળથી ક લંબાઇની **बअ** લીટી દોરો. કેટલી લીટીઓ ક લંબાઈની દોરાશે? આ ક = **बअ**નો **अ** છેડો જે લીટી ઉપર આવે તે લીટી કેવી આવશે? **ब** મધ્યબિંદુ લઇ ક ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળનું કોઇપણ બિંદુ **ब**થી કેટલું દૂર છે? ક જેટલું. કારણ? એ વર્તુળની બધી ત્રિજ્યા = ક છે. ત્યારે **ब** આગળથી લીટીઓ એવી દોરીએ કે તેના બીજા છેડા આ વર્તુળ ઉપર ન આવે તો તે લીટીઓની લંબાઇ શી? ક કરતાં નાની કે મોટી. એજ પ્રમાણે **क** આગળથી બ લંબાઇની જેટલી લીટીઓ દોરાય તેટલી દોરો. આ લીટીઓના બીજા છેડા ક્યાં આવશે? **क** મધ્યબિંદુ અને બ ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દોરો. ત્યારે આ બે વર્તુળો ક્યાં ક્યાં છેદે છે? **अ, अ'**માં. એ બિંદુનાં **ब, क**થી અંતર કેટલાં? બ, ક બરાબર. **अ, अ'** સિવાય બીજાં કોઇ બિંદુથી **ब, क**નાં અંતર બ, ક બરાબર હોય કે નહિ? નહિ. ત્યારે અ = **बक** પાયા ઉપર ત્રણ આપેલી લંબાઇના કેટલા ત્રિકોણ **बक**ની ઉપલી બાજુએ થઈ શકે? એકજ અને બીજો ત્રિકોણ ઉપલીજ બાજુએ આવી શકે તો તેનું **अ** બિંદુ ક્યાં

પડવું જોઈએ ? **अ** ઉપરજ. ત્યારે એ બે ત્રિકોણોનું શું થાય છે ? એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે. નહિ. મળી જાય તો શું થાય ? બન્ને ત્રિકોણોની બાજુઓ એકી વખતે આપેલી લંબાઇઓની હોઇ શકે નહિ. એટલે **बक** પાયા ઉપર આપેલી લંબાઇઓની હોઇ શકે નહિ. એટલે **बक** પાયા ઉપર આપેલી લંબાઇઓનો એકજ ત્રિકોણ થઈ શકે છે.

વળી અ, બ, ક બાજુઓનો બીજો કોઇ ત્રિકોણ બનાવીએ તો તે **अबक** △ ઉપરજ બરાબર સ્થાનોપરિસ્થિત થવો જોઈએ અને તેથી એવું અનુમાન સિદ્ધ થાય છે કે,

"જે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તે ત્રિકોણો સર્વસમાન છે." (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

પ્રશ્નો.

૧. એક મોટો ત્રિકોણ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકોણ બનાવો.

૨. ૩·૧", ૪·૪", ૬·૨"ની બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૩. ૪·૩"ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના ખુણા દુભાગી માપો.

૪. ૩·૫ સે. મી.ના પાયા પર ૫·૩ સે. મી.ની બાજુનો એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૫. ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦°,ના ખુણાવાળા △ઓ સાહિત્યની મદદ વિના બનાવો. (કંપાસ અને આંકણી વાપરવી.)

૬. પ્રશ્ન ૫માંની આકૃતિના ખુણાઓ દુભાગો.

૭. ભૂમિતિથી અણજાણ્યો એક છોકરો પોતાની કલમના ૧·૦" ૨·૫", ૩·૬", લાંબા ત્રણ કટકાથી એક ત્રિકોણ બનાવવા બેઠો. ત્રિકોણ બનાવો યા ભૂલ બતાવો.

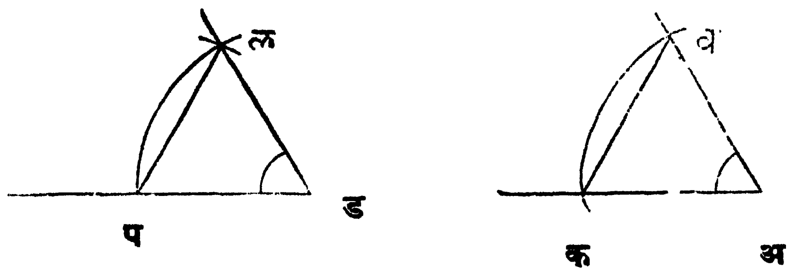
૮. એક આપેલા પાયા ઉપર એક આપેલી બાજુનો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.

૯. એક આપેલી લીટી ઉપર એક એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો કે તેની દરેક સરખી બાજુ પાયાથી બમણી હોય.

૧૦. પાયો અને પરિમિતિ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.
૧૧. એક આપેલા પાયા ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.
૧૨. કર્ણની બરાબર બાજુવાળો એક રોમ્બસ કાઢો.
૧૩. એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમષટ્કોણ કાઢો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૬.

એક આપેલા ખુણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના આપેલા બિંદુ આગળ એક ખુણો કરવો.



बअक આપેલો ખુણો છે, અને **डप**માં **ड** એક આપેલું બિંદુ છે. ત્યારે **डप**માં **ड** આગળ એક ખુણો ∠**बअक** બરાબર કરવાનો છે.

રચના. **अ** મધ્યબિંદુ લઈ કોઈપણ વર્તુળ દોરી **अब = अक** કરો. **ड** મધ્યબિંદુ લઈ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી **डप**ને **प**માં કાપો. અને **प** મધ્યબિંદુ લઈ **कब** ત્રિજ્યા લઈ આગળના વર્તુળને **ल**માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. **कब डल, पल** સાંધો.

ત્યારે ∠**बअक** = ∠**लडप** થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **बअक** અને △ **लडप**માં

अब = डल, अक = डप, कब = पल; (રચના)

∴ ∠**अ** = ∠**ड**. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક સાંકડો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.
૨. એક પહોળો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.
૩. એક બાજુ પર એક સમદ્વિબાજુ કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો.

૪. ∠**अबक** = ∠**बकड** બનાવો અને **बअ**, **कड** જો **म**માં મળે તો **मड**, **मक** કાપો.

૫. એક △**अबक**ના ખુણા બરાબર ખુણાવાળો એક △ બનાવો.

૬. એક **अबकड** ચતુષ્કોણના ખુણા બરાબર ખુણાનો ચતુષ્કોણ કરો.

૭. **अब** = ૨·૦″ છે અને **क** બિંદુ ૦·૫″ અંતરે ઉપર છે; **क**માંથી એવી લીટી દોરો કે **अब** સાથે તે ૫૦°નો ખુણો કરે. કેટલી રચના થઈ શકશે?

૮. ૩·૫ સે.મી.ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દોરો. **म** મધ્યબિંદુમાંથી **मअ**, **मब** પરિધિ સુધી દોરો. ∠**अमब** માપો. **अब**ની સામેના કૌંસ ઉપર કોઈ પણ **प** બિંદુ સાથે **अ**, **ब** સાંધો તો ∠**अपब** કેવડો?

૯.* એકજ બાજુ ઉપર આપેલાં **प** અને **ल** બિંદુમાંથી **अब**ના એકજ બિંદુ સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ **अब** સાથે સરખા ખુણા કરે.

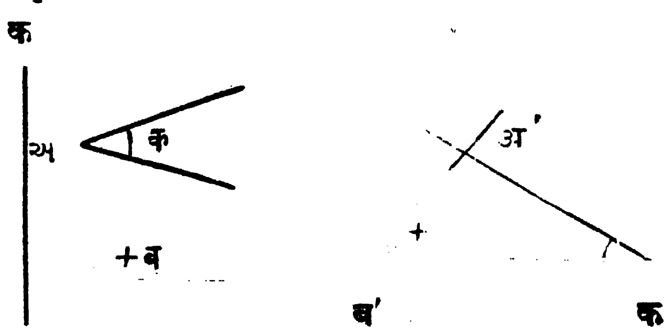
[નોંધ. **अब** ઉપર **पक** લંબ દોરી **पक** લંબાવી **पक** = **डक** કરો. **लड** સાંધી **अब**ને જે બિંદુમાં **लड** છેદે તે બિંદુ **प** સાથે સાંધો.]

૧૦.* **प**માંથી એવી એક લીટી દોરો કે **अ**, **ब**માંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબ સરખા થાય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૧૧.* **अ** બિંદુમાંથી એવી એક લીટી દોરો કે તે **बक** ને ∥ થાય.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૭.

બે ખુણા અને તેની પાસેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



ब, **क** આપેલા ખુણા અને **बक** (અ) આપેલી બાજુ છે;
તો ∠**ब**, ∠**क**, **बक** અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. ગમે તે સીધી લીટી દોરી તેમાંથી **बक** = **ब'क'** કાપો.

ब' આગળ ∠**ब** = ∠**अ'ब'क'** બનાવો અને
क' આગળ ∠**क** = ∠**अ'क'ब'** બનાવો } (કૃ. સિ. ६)

ब'अ', **क'अ'**ને **अ'**માં મળવા દો.

ત્યારે **अ'ब'क'** માંગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **अ'ब'क'**માં

ब'क' = **बक**, ∠**ब'** = ∠**ब**, અને ∠**क'** = ∠**क** છે; (રચના)

∴ **अ'ब'क'** માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત. બે ખુણા અને તેમાંના એકની સામેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.

ટીપ. આપેલી લંબાઈની બરાબર **ब'क'** દોર્યા પછી અમુક બાજુએ ∠**ब**, ∠**क** બનાવવા એવું કાંઈ નથી. આપેલી **बक** = અ લંબાઈની લીટી લઈ તેના છેડા ઉપર ∠**ब**, ∠**क** બરાબર ખુણા ગમે તે એક બાજુ કાઢીએ તોપણ એ પ્રમાણે થતા બધા ત્રિકોણને જો એકેક ઉપર સ્થાનોપરિસ્થિતિથી મુકીએ તો બધા સર્વસમાન છે. પ્રશ્નોત્તર કૃ૦ સિ૦ ૫ની ૫ટીમાં બતાવ્યા પ્રમાણે કરી લેવા. આ ઉપરથી એવું અનુમાન નીકળે છે કે,

"જે ત્રિકોણોમાં બે ખુણા અને એક બાજુ અનુક્રમે સરખાં હોય તે ત્રિકોણો સર્વસમાન છે." (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

પ્રશ્નો.

૧. **अब** = ૫·૧ સે. મી., ∠**अ** = ७१°, ∠**ब** = ६७° તો △ બનાવી બીજાં અંગ માપો.

૨. **बक** = ૨·૯″, ∠**ब** = ९०°, ∠**क** = ૨૫° તો △ બનાવો.

૨. **कअ** = ४·८ સે. મી., ∠**अ** = ૩૨°, ∠**क** = ૧૧७° તો △ બનાવો.

૪. અ = ૩·૬″. ∠ब = ૧૧૨°, ∠क = ૩૩°, તો △ બનાવો.

નીચેનાં માપ પરથી △ ઓ બનાવોઃ—

૫. ક = ૩·૬ સે. મી., ∠अ = ૬૭°; ∠क = ૭૨°,

૬. બ = ૫·૩ સે. મી., ∠ब = ૩૨°, ∠अ = ૬૫°.

૭. ક = ૬·૭ સે. મી.; ∠क = ૩૨°, ∠अ = ૧૧૨°.

૮. ક. = ૨·૧″, ∠अ = ૫૧°, ∠क = ૯૯°.

૯. બ = ૧·૯″, ∠ब = ૯૯°, ∠अ = ૨૦°.

૧૦. અ = ૫·૨ સે. મી., ∠अ = ૨૭°, ∠ब = ૨૯°.

૧૧. કર્ણ અને એક સાંકડો ∠ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણ △ બનાવો.

૧૨. એક બાજુ અને સાંકડો ∠ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણ △ બનાવો.

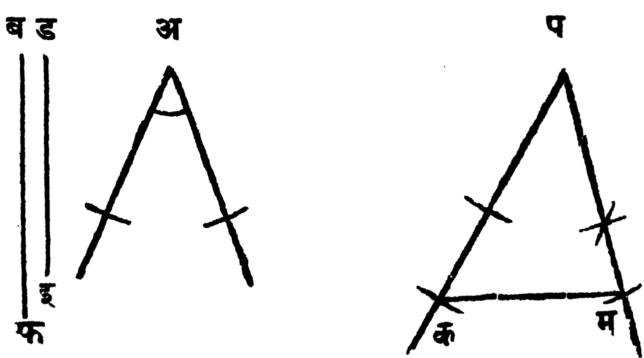
૧૩. એક કાટખૂણ △ માં એક સાંકડો ખુણો બીજા સાંકડા ખુણાથી બમણો છે તો △ કાઢો.

૧૪. કર્ણ આપી છે તો સમદ્વિબાજુ કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૫. શિરોબિંદુ ખૂણો પાયા ઉપરના ખુણાથી બમણો, અને ચાર ગણો હોય એવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો બનાવો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૮.

બે બાજુ અને અંતર્ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



बफ, डइ બે આપેલી બાજુ છે અને **अ** એક આપેલો અંતર્ખુણો છે; તો એ અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. કોઇપણ લીટીમાંથી **बफ = पक** કરો અને **प** આગળ

∠**अ** = ∠**मपक** કરો. (કૃ૦ સિ૦ ૬)

અને **डइ = पम** કરો. **मप** સાંધો. ત્યારે **मपक** માગેલો △ થશે.

સિદ્ધતા. ∵△ **मपक**માં

पक = बफ, पम = डइ, ∠**प** = ∠**अ**; (રચના)

∴△ **मपक** માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલા **अ** અંતર્ખુણા બરાબર કોઇપણ ખુણો બનાવી તેની એક શાખાલીટીમાંથી **बफ** બરાબર અને બીજીમાંથી **डइ** બરાબર, એ ભાગો ખુણાથી શરૂ કરી કાપો અને ત્રિકોણ પુરો કરો. ઘણા ત્રિકોણો બનાવી સ્થાનોપરિસ્થિતિથી સરખાવો, કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનું અનુમાન કઢાવોઃ—

"જે જે ત્રિકોણોમાં બે બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય છે તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે." (પ્ર. સિ. ૧૦)

પ્રશ્નો.

૧. અ = ૨·૧″, બ = ૩·૩″ ∠**क** = ૭૫° તો △ બનાવો.

૨. બ = ૩·૭ સે. મી., ક = ૫·૬ સે. મી., ∠**अ** = ૫૨° તો △ કરો.

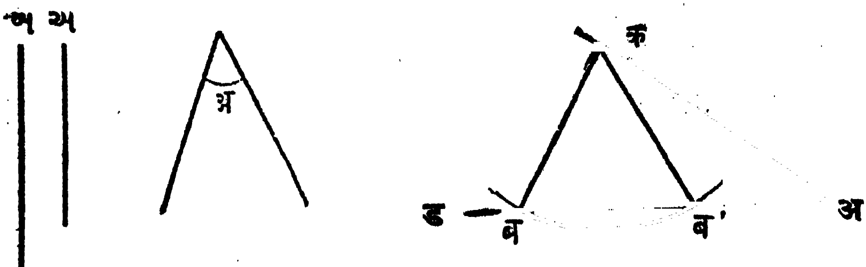
૩. ક = ૫·૧ સે. મી., અ = ૮·૨ સે. મી., ∠**ब** = ૧૧૨° તો △ કરો.

૪*. અ = ૩·૭″, બ = ૨·૧″, ∠**अ** = ૯૦° તો △ કરો.

ટીપ. નિશાળ ખાતાના સરકારી અભ્યાસમાં નીચેના ૯મા સિદ્ધાંતનો સમાવેશ થતો નથી. માટે વિદ્યાર્થીને તે શીખવાની જરૂર નથી. ત્રિકોણોની રચનાના સઘળા પ્રકારો પુરા કરવા માટે જ એ કૃત્ય અત્રે આપ્યું છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૯.

બે બાજુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



અ, બ, બે આપેલી બાજુ છે અને એની સામેનો ખુણો **अ** આપેલો છે તો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. **अ'ड** લીટીમાં **अ'** આગળ ∠**अ** = ∠**अ'** કરો; (કૃ. સિ. ૬) અને બ = **अ'क** કરો. **क** મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો.

જો આ વર્તુળ **अ'ड**ને **ब** અને **ब'**માં છેદે

તો **अ'कब, अ'कब** △ઓ આપેલા પક્ષ ઉપરથી થશે.

સિદ્ધતા. ∵ **अ'कब** △માં અને ∵ **अ'बक'** △માં

∠**अ'** = ∠**अ** ∠**अ'** = **अ**

अ'क = બ, **अ'क** = બ

અને **बक** = અ, અને **कब'** = અ:

તેથી **अ'कब**, અને **अ'कब'** માગેલા ત્રિકોણ છે. ઈ૦ ઈ૦

ટીપ. **क**માંથી **अड** ઉપર લંબ દોરી હોય અને તેટલીજ લંબાઈની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણ થશે. ∵ ∠**ब'** = ૯૦° = ∠ **ब**. વળી જો **कल** લંબ હોય તો **कल** અંતર (**क**નું **अ'ड**થી) ઓછામાં ઓછું છે. તેથી જો અ, **कल**થી ઓછી હોય તો કોઈપણ ત્રિકોણ થશે નહિ. કારણ કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ **अ'ड**ને મળશે નહિ. જ્યારે બે ત્રિકોણો થાય છે ત્યારે આ સિદ્ધાંતને અનિશ્ચિત ત્રિકોણરચના હોય છે.

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અ, બથી ઓછી અને **कल** લંબથી વધારે હોવી જોઈએ કારણ કે જો અ, બથી મોટી હોય તો વર્તુળના બન્ને છેદનબિંદુઓ **अ'ड** ઉપર ∠**अ** તરફ ન પડતાં વિરૂદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ △ થશે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અ, બથી ઓછી હોય અને

(૧) અ, લંબથી ઓછી હોય
(૨) અ, લંબની બરાબર હોય } ત્યારે આકૃતિઓ દોરો.
(૩) અ, લંબથી મોટી હોય

૨. અ, બથી મોટી હોય ત્યારે આકૃનિ કાઢો.

૩. અ = બ હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૪. ક = ૨·૧", બ = ૧·૭" અને ∠**ब**=૩૫° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

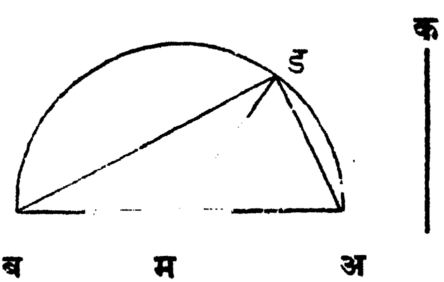
૫. ક=૫·૦ સે.મી., બ=૩·૦ સે.મી. અને ∠**अ**=૩૫° ત્યારે △ દોરો.

૬. △ **अबक** અને △ **डइफ**માં **अब** = **डइ**, **अक** = **डफ** અને ∠ **ब** = ∠ **इ** છે. બતાવો કે આ ત્રિકોણો સરખા હોય કે ન હોય.

ટીપ. ઉપલી આકૃતિઓમાં અનિશ્ચિત ત્રિકોણો હોય ત્યાં કારણ આપો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૦.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવો



क એક બાજુ અને **अब** કર્ણ છે. ત્યારે એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. **अब**ને **म**માં દુભાગી **म** મધ્યબિંદુ લઈ **मअ** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો.

अ મધ્યબિંદુ લઈ **क** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ આગળના વર્તુળને **ड**માં છેદે છે. **डअ**, **डम**, **डब** સાંધો.

ત્યારે **अडब** માંગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ **अडम** △માં અને ∵ **बडम** △માં

मअ = मड **मब = मड**

∴ ∠**अ** = ∠**मडअ**, ∴ **ब** ∠**मडब**.

∴ સરવાળો કરતાં ∠**अडब** = ∠**अ** + ∠**ब** છે;

∴ **अडब** એક કાટખુણ △ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉપ.)

અને તેમાં **अब** કર્ણ છે અને **अड** = **क** એક બાજુ છે.

∴ **अडब** માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલી **अब** કર્ણના **अ** છેડામાંથીજ **क** બરાબર બાજુ દોરવી એવું કાંઈ નથી. **अब** ઉપર ગમે તે બાજુએ અર્ધ વર્તુળ દોરી અને **अब**ના કોઈપણ છેડામાંથી ગમે તે બાજુએ **क** બરાબર બાજુ દોરી જે જે ત્રિકોણો થાય તે બધા સ્થાનોપરિસ્થિતિથી બરાબર માલમ પડે છે. કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનું અનુમાન ઠસાવો.

"જે જે કાટખુણ ત્રિકોણોમાં કર્ણ અને એક બાજુ બરાબર હોય તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે." (પ્ર. સિ. ૧૫)

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૦માં માગેલા △ઓ **अब** ઉપર કેટલા થઈ શકે?

૨. અર્ધ વર્તુળમાંનો ખુણો એક કાટખુણો છે.

૩. ઉપલી આકૃતિમાં **डप**, **अब** ઉપર લંબ હોય તો △**अडप**, △**बडप** અને △**अडब** અરસપરસ સમકોણ છે.

૪. એક વર્તુળમાં ૩·૫" કર્ણ અને ૧·૨" બાજુના બે કાટખુણ ત્રિકોણ પાસેપાસે મુકી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૫. એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણના બે સરખા કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવી તેનાં શિરોબિંદુ સાંધી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

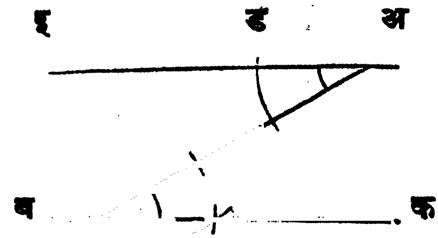
૬. એક બાજુ અને કાટખુણામાંથી સામેના કર્ણ ઉપર દોરેલી લંબ આપેલાં હોય તે કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૭.* કર્ણ અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

§ ૨૨. સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાનું; લીટીના સરખા ભાગ કરવાનું; અને કૌંસને દુભાગવાનું.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧.

એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી સીધી લીટીની સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાની.



बक એક આપેલી લીટી અને **अ** એક આપેલું બિંદુ છે.

ત્યારે **अ**માંથી **बक** ∥ એક લીટી દોરવાની છે.

રચના. **अब** સાંધી, **अ** આગળ ∠**बअड**, ∠**अबक** બરાબર કરો. અને **अड**ને **इ** સુધી લંબાવો. ત્યારે **अइ** લીટી **बक** સમાન્તર થશે.

સિદ્ધતા. ∵ **अइ** અને **बक** લીટીને **बअ** લીટી મળે છે,

અને વ્યુત્ક્રમ ∠**डअब** = વ્યુત્ક્રમ ∠**अबक** કરે છે.

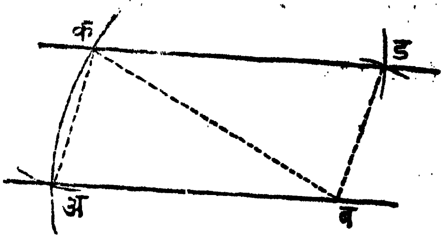
∴ **बक** ∥ **अइ** છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. **अब** = ૪·૫ સે. મી. અને ∠**बअक** = ૬૦°; **क**માંથી **अब** ∥ **कड** દોરો; અને **कड** = ૪·૫ સે. મી. છે; **डब** સાંધો; **अक**, **डब**, ∠ **क**, ∠ **ब** માપો.

૨. ૧·૫″ ત્રિજ્યાના એક વર્તુળ પર **अब** વ્યાસની બન્ને બાજુએ **ड** અને **इ** ૧″ છેટે છે. **ड**, **इ**માંથી બે જ્યા વ્યાસ ∥ દોરો અને તેને માપો.

૩. ∠**बअक** = ૬૦° અને **बअ** = **अक** = ૩·૨″ છે. **कड** ∥ **अब** અને **बड** ∥ **अक** દોરો. **अड**, **बक**, **म**માં છેદે તો **मअ**, **मब**, **मक**, **मड** માપો.



૪.* **अब** આપેલી લીટી અને **क** આપેલું બિંદુ છે. **अब**-માં **ब** ગમે તે બિંદુ લો અને **ब** મધ્યબિંદુ લઈ **बक** ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. **क** મધ્યબિંદુ અને **कब** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; **ब** મધ્યબિંદુ લઈ **अक** ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. બે વર્તુળો **ड**માં છેદે તો **कड** ‖ **अब** છે.

૫. વ્યાવહારિક કામમાં કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દોરશો ?

૬. ૨:૧ના પ્રમાણમાં બાજુઓ હોય એવો એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭. ૪", ૩", ૧·૫"ની બાજુનું એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કરો.

૮. એક બાજુ અને એક કર્ણ ૨·૪" અને ૪·૨" છે તો લંબ ચોરસ દોરો.

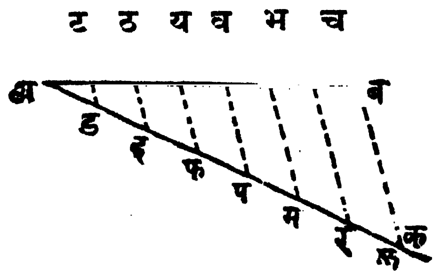
૯. બેકર્ણો અને અંતર્ખૂણો ૪·૦", ૬·૦" અને ૭૫° છે તો સ. ચ. દોરો.

૧૦. ૪·૦" પાયા ઉપર ૨·૧" ઉંચાઈનો ૫૫°ના ખુણાવાળો એક સ૦ ચ૦ બનાવો.

૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧ની આકૃતિમાં **बक** ઉપર **अल** લંબ દોરો; અને **अ** તરફ **बफ** લંબ (**अल**) દોરો તો **फअ**, **बक**ની સમાન્તર છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨.

કોઇ આપેલી સીધી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેના (ધારો કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.

રચના. **अब**ની સાથે કોઈપણ **अक** લીટી ગમે તે ખુણો કરે તેમ દોરો.

अक ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ **अड, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल** કરો; અને **बल** સાંધો.

અને **लब** ‖ **रच, मभ, पव, फय, इट, डठ** દોરો. (કૃ૦ સિ૦ ૧૧)

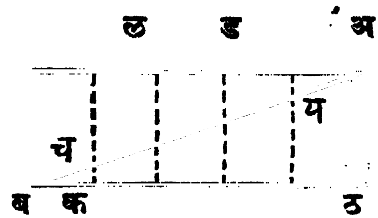
ત્યારે **अब**ના સાત સરખા ભાગ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ **अक**ને છેદી સમાન્તર લીટીઓ **अल**ના **अड, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल,** સાત સરખા ભાગ કરે છે.

∴ તેજ સમાન્તર લીટીઓ **अब**ના પણ તેટલાજ **अठ, ठट, टय, यव, वभ, भच, चब,** સરખા ભાગ કરે છે. (પ્ર. સિ. ૨૩)

એજ પ્રમાણે **अब**ના ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઈ શકે છે. કૃ૦ કૃ૦

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨ની દ્વિતીય રચના.



अबની સાથે ખુણો કરતી **अल** લીટી દોરો અને **अल** ‖ **बठ** દોરો.

अल, बठ ઉપર આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ચાર ચાર સરખા ભાગ કરો.

અને બતાવ્યા પ્રમાણે સાંધો; ત્યારે **अब**ના પાંચ સરખા ભાગ થશે.

∵ **डठ, लक** વગેરે ‖ છે.

અને **अल**ના ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને **बढ**ના પણ ચાર સરખા ભાગ થાય છે;

∴ **बय, अच**ના ચાર ચાર સરખા ભાગ થાય છે.

∴ **अब**ના પાંચ સરખા ભાગ થાય છે, કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક લીટીના પાંચ સરખા ભાગ આશરે કરી સરખાવો.

૨. ૪·૭" લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરો.

૩. ૧૧·૦ સે. મી. લીટીના સાત સરખા ભાગ કરો.

૪. એક આખી લીટીમાંથી તેનો $\frac{૩}{૫}$ ભાગ કાપો.

૫. એક લીટીને લંબાવી તેને ૧$\frac{૪}{૬}$ ગણી બનાવો.

૬. એક લીટીને લંબાવી તેને ૧·૩ગણી બનાવેા.

૭. એક લીટીમાંથી તેનેા ·૭ ભાગ કાપેા.

૮. એક લીટીને ૩:૯ના પ્રમાણમાં કાપેા.

૯. એક લીટીને કાપેા અને તેના ભાગેાનું પ્રમાણ કહેા.

કૃત્ય ૫થી ૧૨ ઉપરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧. પાસેપાસેની બે બાજુ અને તેનેા અંતર્ખુણેા આપ્યાં હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેારેા.

૨. એક બાજુ બીજી કરતાં બમણી હેાય એવેા લંબચેારસ દેારેા.

૩. ૬૦°ના ખુણાવાળેા એક સ૦ ચ૦ આપેલી બાજૂ ઉપર દેારેા.

૪. એક ખુણેા અને પરિમિતિ આપ્યાં હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેારેા.

૫. એક આપેલી લીટીથી આપેલે અંતરે આવે એવી એક સમાંતર લીટી દેારેા.

૬. ૧·૨", ૧·૮" અને ૨·૪"ની બાજુ અને કર્ણ અનુક્રમે હેાય એવેા સ૦ ચ૦ દેારેા.

૭. ૩·૪ સે.મી.ની બાજુ અને ૫·૪ સે.મી.ની કર્ણ હેાય એવેા લંબચેારસ દેારેા.

૮. બે પાસેપાસેની બાજુ અને સામસામેની બાજુનું અંતર આપ્યાં હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેારેા.

૯. એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરેા.

૧૦. બે બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇ આપ્યાં હેાય તેા ત્રિકેાણ દેારેા.

૧૧. પાયેા, એક બાજુ, અને પાયા ઉપરની મધ્યગા આપ્યાં હેાય તેા △ દેારેા.

૧૨. પાયા, પાયા ઉપરની ઉંચાઈ, અને એક બાજુ આપ્યાં હેાય તેા △ દેારેા.

૧૩. બે કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હેાય તેા સ૦ ચ૦ દેારેા.

૧૪. પાયા ઉપરના બે ખુણા અને પાયા ઉપરની ઉંચાઈ આપ્યાં હેાય તેા △ દેારેા.

૧૫. આપેલી ઉંચાઈનેા એક સમબાજુ ત્રિકેાણ દેારેા.

૧૬. શિરેાબિંદુ ખુણેા ને ઉંચાઈ આપ્યાં હેાય તેા સમદ્વિબાજુ △ દેારેા.

૧૭. જેનેા શિરેાબિંદુખુણેા પાયા ઉપરના ખુણાથી ચારગણેા હેાય એવેા એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવેા.

૧૮. ૧·૩"ના પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૧૯. પાયો અને ઉંચાઈ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૦. ૬૦°ના ખુણામાંથી જતી કર્ણ ૨·૪" હોય એવો રોમ્બસ બનાવો.

૨૧. ૩·૪ સે.મી.ની મધ્યગા હોય એવો એક સમબાજુ △ બનાવો.

૨૨. એક બાજુ અને કાટખુણામાંથી કર્ણ ઉપર દોરેલો લંબ આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૨૩. કર્ણ ને બે બાજુનો સરવાળો આપ્યાં છે તો કાટખુણુ △ બનાવો.

૨૪. પરિમિત અને ઉંચાઈ આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૫. પાયો અને શિરોબિંદુ ખુણો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૬. પાયો, અને શિરોબિંદુ ખુણો તથા પાયા ઉપરના એક ખુણાનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૨૭.* પાયો, અને એક બાજુ તથા ઉંચાઇનો સરવાળો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ દોરો.

૨૮.* એક આપેલી લીટીમાં પાયો હોય અને બે આપેલાં બિંદુમાથી બાજુઓ જાય એવો એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

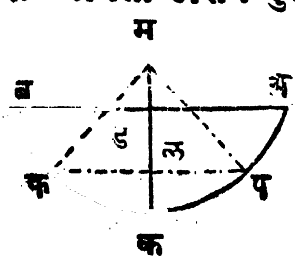
૨૯.* પાયો, ઉંચાઇ, અને પરિલગ્ન વર્તુળની ત્રિજ્યા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો.

૩૦.* એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ત્રીજે ભાગે હોઇ પાયાની સમાન્તર હોય અને તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

૩૧.* એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ચોથે ભાગે હોય ને પાયાની સમાન્તર હોઈ તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૩.

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવું.



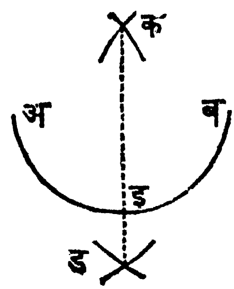
अकब એક આપેલું કૌંસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે.

રચના. अबને સાંધી તેને **ड**માં દુભાગો. (ફૂ૦ સિ૦ ૨) અને **अब**ને **डम**, ⊥ દોરી, **मड**ને લંબાવી કૌંસને **क**માં છેદવા દો. (ફૂ૦ સિ૦ ૩)

ત્યારે **अकब** કૌંસના **क** બિંદુમાં બે સરખા ભાગો થશે,

સિદ્ધતા. કરવાની નથી. ફૂ૦ ફૂ૦

અથવા



પક્ષ. अइब કોઇપણ કૌંસ લો.

સાધ્ય. ત્યારે **अइब** કૌંસને દુભાગવાનું છે.

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ અને **अब**ના **અર્ધાથી** સહેજ મોટી ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. **ब** મધ્યબિંદુ અને તેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો **क**, **ड**માં છેદે છે. **कड** સાંધો.

જો **कड** લીટી કૌંસને **इ**માં છેદે તો **अब** કૌંસ **इ**માં દુભાગાય છે.

સિદ્ધતા. કરવાની નથી. ફૂ૦ ફૂ૦

પ્રશ્નો.

૧. મધ્યબિંદુ આગળ ૯૦°નો ખુણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૨. એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગો.

૩. એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કૌંસને દુભાગે

૪. એક અર્ધ વર્તુળથી મોટા કૌંસને દુભાગો.

૫. ૩·૪" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૪૫°નો ખુણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૬. ૬.૨ સે. મી.ની ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૬૨°નો ખુણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૭. એક કૌંસના ચાર સરખા ભાગ કરો; આઠ સરખા ભાગ કરો.

§ ૨૩. નિધાન રચના.

ટીપ—નિધાનના સિદ્ધાંતો મંજુર થએલા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને કરવાંના નથી માટે તે શીખવાની ખાસ જરૂર નથી.

નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારો કે **प** બિંદુ એવું છે કે તે હંમેશાં "ગમે તે સ્થિતિમાં એક મુકરર **म** બિંદુથી ૫" અંતરે રહે છે. હવે **प** બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી પાસેપાસેનાં બિંદુઓ જોડીએ તો જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનું દરેક બિંદુ **म**થી ૫" અંતરે હોવુંજ જોઇએ; માટે આવી લીટીને **म**થી ૫" અંતરે રહે એવા બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહે છે. વળી **अ** બિંદુ એવું છે કે એક આપેલી **बक** લીટીથી હંમેશાં ૩.૧ સે. મી.ને અંતરેજ રહે છે. તેથી **अ**ની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી તેમાંથી જે લીટી દોરીએ તે **अ**નું **बक**ના સંબંધમાં નિધાન કહેવાય છે. એજ પ્રમાણે **अ** અને **ब** બે બિંદુથી સરખે અંતરે જે **क** બિંદુ હંમેશાં રહે છે તેનું નિધાન પણ નીકળી શકે. કારણ કે જો **क**ની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તો એ બિંદુને સાંધનારી લીટી તે તે નિધાન છે.

વ્યાખ્યા. કોઇ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમાં જઈ એક બિંદુ જે **લીટી** નક્કી કરે તે લીટી તે બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહેવાય છે.

આ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામાં નીચેની બાબતો જરૂરની છે:—

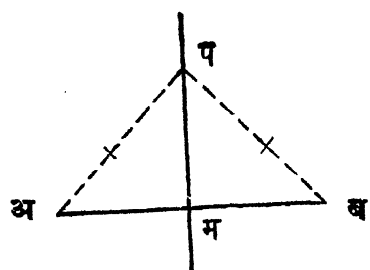
(૧) સ્થિર આપેલી લીટી યા બિં
(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમાં ફરતું બિંદુ;
(૩) આપેલી અમુક શરત; અને
(૪) ખસતું બિંદુ જે લીટી દોરે તે લીટી.

નોંધ–ઉપરની વ્યાખ્યામાં "જે લીટી દોરે તે" શબ્દોમાં "લીટી" એટલે "વક્ર યા સીધી લીટી", "એક યા વધારે લીટી" બન્ને અર્થ સમજવા.

વળી કોઇપણ નિધાન કાઢતી વેળા બતાવવું જોઇએ કે એવી લીટીનું કોઇપણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે; અને તે લીટીની બહારનું કોઈપણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતું નથી. પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધતા વધારે સહેલી હોવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધી છે.

(૧). આપેલી લીટીને દુભાગનાર નિધાન.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અંતરો બે આપેલાં બિંદુથી હંમેશાં સરખાં રહે છે તો તે બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अ, **ब**, બે આપેલાં સ્થિર બિંદુઓ છે અને **प** એવું ખસતું બિંદુ છે કે **अ**, **ब**થી તેનાં અંતરો હંમેશાં સરખાં રહે છે. ત્યારે **प**નું નિધાન કાઢવાનું છે.

∵ **अब** લીટીનું **म** મધ્યબિંદુ, **अ** અને **ब**થી સમાન અંતરે છે.

∴ **म**, **प**ની સ્થિતિ છે.

ધારો કે **प** એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે.

તેથી **पअ** = **पब**. **पम** સાંધો.

હવે ∵ **पअम** અને **पबम** △ઓમાં **पअ** = **पब**, **अब** = **बम**, અને **पम** સામાન્ય છે; ∴ △**पअम** ≡ △ **पबम** છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠**पमअ** = ∠**पमब** ∴ **पम**, **अब**ને લંબ છે.

એટલે **પ**, જે **અ** અને **બ** થી સરખે અંતરે છે તે **અબ**ના દુભાગનાર લંબ ઉપર છે.

એજ પ્રમાણે **પમ** ઉપર ગમે તે બિંદુ લઇએ તો તે **અ** અને **બ**થી સમાન અંતરે છે.

∴ **મપ**, એ **અ**, **બ**થી હંમેશાં સરખે અંતરે રહેતા **પ**નું નિધાન છે. ફ૦ ફ૦

ટીપ—ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છેઃ—

(૧) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

(૨) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે સ્થિર બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક આપેલા બિંદુથી ૨·૧"ને અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

૨. ઘડિઆળના મિનિટ કાંટાની અણીનું નિધાન શું ? કલાક કાંટાની અણીનું નિધાન શું ?

૩. અવાજ ૧ સેકન્ડમાં ૩૮૦ વાર જાય તો એક સેકન્ડે જે લોકો અવાજ સાંભળે તેનું નિધાન શું ? (યોગ્ય સ્કેલ લેવું.)

૪. એક આંકણીને કાગળ ઉપર રાખી ગોળ ફેરવીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શું ? તેના છેડાના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૫. એક રસ્તાની કોરેથી સરખે અંતરે એક માણસ જાય તો તેનું નિધાન શું ?

૬. એક બારણાને ઉઘાડીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શું ?

૭. બે રૂપીયાને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી બીજાને કોરની અડોઅડ ફેરવીએ તો તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કોરથી એક વાર છેટે એક ટપાલી દોડે તો તેનું નિધાન શું ?

૯. એક પત્થરો હાથમાં જમીન ઉપર પડતો મૂક્યો હોય તો તેના ગુરૂત્વાબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૦.* એક બિંદુ એવું છે કે તે બે આપેલી કાટખુણે છેદતી લીટીઓમાંની દરેકથી સરખે અંતરે રહે છે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૧.* એક આંકણીનો એક છેડો જમીન પર છે અને બીજો છેડો દિવાલ પર છે; અને જો છેડા હંમેશાં એ પ્રમાણે રાખી આંકણીને ખસેડીએ તો તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૨.* પ્રશ્ન ૧૦મામાં ખસતું બિંદુ એક કરતાં બીજીથી બમણે કે ત્રણગણે અંતરે રહે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૩.* એક બિંદુ એવું છે કે બે કાટખુણે છેદતી લીટીઓથી તેનાં અંતરોનો સરવાળો ૫·૦" છે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૪.* પ્રશ્ન ૧૩મામાં બાદબાકી ૩·૦" રહે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૫.* ત્રણ આપેલા બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૬.* એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે **અ**થી ૪·૦" અને **બ**થી ૪·૫" છેટે હોય.

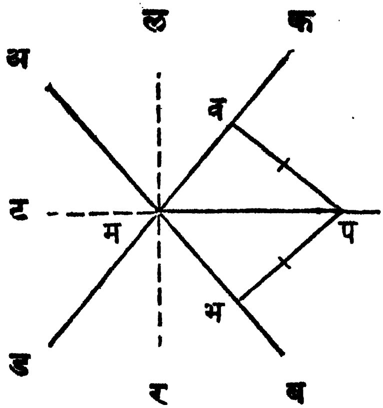
૧૭.* એક આપેલા વર્તુળથી અંતર ૨·૪" રાખે એવા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૮.* **અ**, **બ**થી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ **પક** ઉપર છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૯.* **અ** બિંદુ **બક** લીટીથી ૩·૧" છેટે હંમેશાં રહે છે તો તેનું નિધાન કાઢો.

(૨) આપેલા ખુણાને દુભાગનાર નિધાન

બે આપેલી અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીથી સરખે અંતરે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अब, **कड** બે સીધી લીટી **म**માં છેદે છે અને **प**, એક એવું બિંદુ છે કે તેનાં અંતર **अब**, **कड**થી હંમેશાં સરખાં છે; તો તેનું નિધાન કાઢવાનું છે.

∴ **म** બિંદુ **अब**, **कड** બન્ને ઉપર છે તેથી બન્નેથી તેનું અંતર શૂન્ય છે.

∴ **म**, **प**ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે **प** બીજી સ્થિતિ છે. ∴ **पव** લંબ = **पभ** લંબ છે.

पम સાંધો.

હવે ∵ △ **पवम** અને △ **पभम**માં

पम કર્ણ છે, અને **पव** = **पभ** અને ∠**व** = ∠**भ** = ૯૦° છે.

∴ **प**, ∠**कमब**ને દુભાગનાર લીટી ઉપર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૫)

અને એજ પ્રમાણે **प**, ∠**अमक**ને દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે.

∴ **प**, **म** આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ ઉપર છે. અને **प** ગમે ત્યાં આવે તો પણ **पव** = **पभ** હોવી જોઇએ.

∴ આ ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓની જોડ એ બિંદુનું નિધાન છે. કૃ૦ કૃ૦

ટીપ–ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચ પ્રમાણે પણ આવી શકે છે:—

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખુણાઓને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે.

(૨) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

નિધાન ઉપર નોંધ.

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪·૧"ને છેટે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

(૧) ધારો કે **अमव, कमड** બે આપેલી લીટી **म**માં છેદે છે. **अमब**થી ૪·૧"ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો. (કૃ. સિ. ૧૧) **कमड**થી ૪·૧"ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો. (,,)

આ બે નિધાન એક બીજાને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલા બિંદુની સ્થિતિ છે.

(૨) ધારો કે **अब** ‖ **कड** છે.

(અ) **अब**થી ૪·૧" છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

कडથી પણ ૪·૧" છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

अब ‖ **कड** છે ∴ આ નિધાન પણ ‖ છે અને બિંદુ અશક્ય છે.

(બ) પણ **अब** અને **कड**નું અંતર ૮·૨" હોય તો આ બન્ને નિધાનો એક બીજા ઉપર બરોબર મળી જશે અને માગેલું બિંદુ આ એક બીજીને મળી જતી લીટી ઉપર છે.

ટીપ. આ પ્રમાણે જ્યારે કોઈ રચના નિધાનરચના સાથે સંબંધ ધરાવતી હોય ત્યારે સઘળી જુદી જુદી શરતો લઈ નિધાનો કાઢવાં અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઈ નિધાનોને અરસપરસ છેદતાં કરવાં. આ છેદનબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પૂરી કરે છે. અને એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઈ શકે છે.

નિધાનછેદનમાં વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમાં રાખવાનું છે કે આપેલો પક્ષ શો છે; અને તેના કેટલા જુદા જુદા ભાગ થઈ શકે છે; આ ભાગનાં ક્યાં ક્યાં નિધાન છે; અને આ નિધાનોને એકઠાં કરવાથી શું પરિણામ આવે છે; આ પ્રમાણે કરતાં પ્રશ્નોની રચના સહજ નીકળી આવશે. કોઈ કોઈ વખતે એક કરતાં વધારે રચના પણ આવે છે અને દરેક રચના અવશ્યની છે; તેમજ કોઈ વખતે રચના

અશક્ય છે અને તેનું કારણ એવું હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઈ સ્વતંત્ર શરત રહી જતી હશે. બધા પ્રશ્નોમાં ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધતા આપવી અવશ્યની છે. કારણ કે તે સિવાય પ્રશ્નો પૂર્ણ થયા કહેવાય નહિ.

પ્રશ્નો.

૧. કોઈપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપરનું કોઈપણ બિંદુ શાખા લીટીઓથી સમાન અંતરે છે.

૨. **अ** એક સ્થિર બિંદુ અને **बक** એક સ્થિર લીટી છે. **प**, **बक** ઉપર ખસે છે; **अप** લંબાવતાં તેની ઉપર **पड** = **अप** હોય તો **ड**નું નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે.

૩. ૬૭° ને ખુણે બે લીટીઓ દોરી એકથી ૩·૪ સે. મી. અને બીજીથી ૨·૯ સે. મી. દુર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૪. એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી ૪·૦″ દુર રહેતું બિંદુ શોધી કાઢો. આ ક્યારે અશક્ય છે ?

૫. **अ**, **ब**થી ૪·૪″ દુર છે. એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે **अ**થી ૫·૦″ અને **ब**થી ૫·૯″ દુર હોય ? આવાં કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૬. એક વર્તુળમાં **अ** ને **ब** બિંદુ છે; તો વર્તુળ ઉપર **अ**, **ब**થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. **कब**, **कड**થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ **पम** ઉપર શોધી કાઢો.

૮. **अ**, **ब**થી ૬·૦ સે. મી. દુર છે તો **क** એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે **अ**થી ૪·૦ સે. મી. અને **ब**થી ૫·૦ સે. મી. દુર હોય છે.

૯. **अब**થી ૪·૦ સે. મી. દુર અને **कड**થી ૫·૦ સે. મી. દુર આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦. એક આપેલી કર્ણ ઉપર દોરેલા કાટખુણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુનું નિધાન શોધી કાઢો.

૧૧. ૪·૦″ બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી ૩·૫″ દુર હોય એવાં બિંદુઓ પાયા ઉપર શોધી કાઢો. તેનું અરસપરસ અંતર માપો.

૧૨. ૧·૭″ બાજુવાળા સમબાજુ △ની બાજુથી ·૯″ દુર આવેલું બિંદુ પાયા ઉપર શોધો; પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. **अबक** સમદ્વિબાજુ △માં ∠**ब** = ∠**क** = ૨ ∠**अ** છે, તો **अब** બાજુ ઉપર **प** એવું બિંદુ શોધો કે જે **बक** (પાયો અને **अक**થી સરખે અંતરે હોય. વળી બતાવો કે **अप** = **कप** = **कब** છે.

૧૪. કોઈપણ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એવું બિંદુ શોધો કે જે બન્ને બાજુથી સરખે અંતરે હોય.

૧૫. ૪·૦″ વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમાં વ્યાસની ‖ એક લીટી દોરો; આ બે લીટીથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૧૬. એક વર્તુળમાં **अब** વ્યાસ અને **अक** એક જ્યા છે. પરિધ ઉપર **अब**, **अक**થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધો.

૧૭. પ્રશ્ન ૧૬માં **अब**, અને લંબાવેલી **कअ** લીટીથી સરખે અંતરે પરિધ ઉપર આવેલું બિંદુ શોધો.

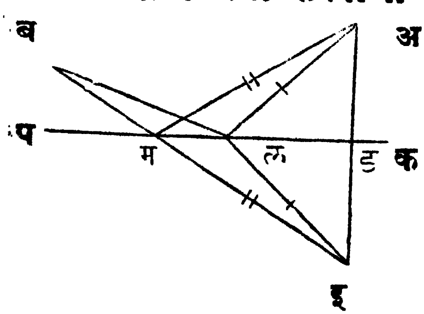
૧૮. **अ** એક સ્થિર બિંદુ છે અને **बक** ઉપર **ड** એક ખસતું બિંદુ છે તો **अड**ના મધ્યબિંદુનું નિધાન કાઢો.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો કૃત્ય ભાગ સમાપ્ત.

પરિશિષ્ટ अ. § ૨૪. થોડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧લો.

अ, ब બિંદુમાંથી पक સીધી લીટી સુધી એવી બે સીધી લીટી દોરો કે તેનો સરવાળો સૌથી ન્યૂન પરિમાણનો હોય.



(૧) ધારો કે **अ**, **ब** આપેલી લીટીની એકજ બાજુએ છે **अड** ⊥ **पक** દોરો અને **अड** લંબાવી **अड** = **इड** કરો. **पक**માં કોઇપણ બિંદુ **ल** લો. **अल**, **बइ**, **बल**, **अम** સાંધો; અને **बइ**, **पक**ને **म**માં છેદે છે.

∵ △ **मडअ** ≡ △ **मइड**, ∴ **मअ** = **मइ**,

∴ **बम** + **मअ** = **बइ**.

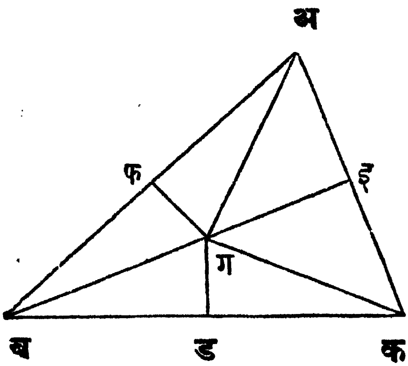
વળી **बलइ** △માં **बल** + **लइ** > **बमइ** એટલે, > **बम** + **मअ**;

∴ म આગેલું બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે अ, ब, पकની વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો સ્પષ્ટ છે કે अब, જો पकને ममां છેદે તો म, આગેલું બિંદુ છે. ફ૦ ફ૦

પ્રશ્ન ૨જો.

ત્રિકોણ ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબિંદુગામી છે.



अबक △ના ∠ब, ∠कને बग, कगથી દુભાગો. गअ સાંધો. गइ, गड, गफ ⊥ બાજુઓ પર દોરો.

∵ गब, ∠बને દુભાગે છે.

∴ गड = गफ.

અને ∵ गक, ∠क ને દુભાગે છે.

∴ गड = गइ ∴ गइ = गफ = गड.

વળી ∵ अफग △ અને अइग △માં अग સામાન્ય છે;

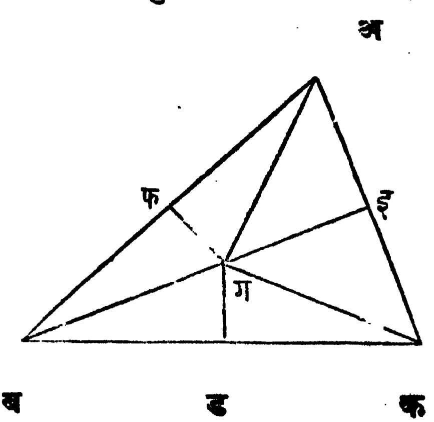
અને गफ = गइ; અને ∠फ = ∠इ = ૧ |__ ;

∴ गअ, ∠अને પણ દુભાગે છે, પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૩જો.

ત્રિકોણની ત્રણે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબ એકબિંદુગામી છે.

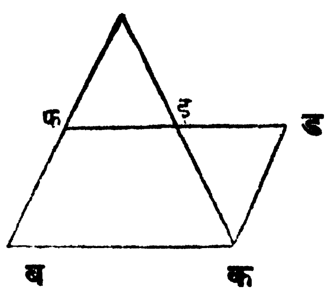
અ, બ, કનાં ड, इ, फ, મધ્યબિંદુ છે. इग ⊥ अक અને फग ⊥ अब દોરો; આ લંબ गमां મળવીજ જોઈએ, કારણ કે જો ન મળે તો તેઓ ∥ છે અને ∴ अब ∥ अक (?) પણ એ અશક્ય છે.



∴ इग, फग, गमां છેદે છે. गड અને गअ, गब, गक સાંધો.
∵ गफ, अबनो દુભાગનાર ⊥ છે. ∴ गअ = गब.
અને તેજ પ્રમાણે गअ = गक. ∴ गअ = गब = गक.
અને ∵ △ गबड ≡ △ गकड;
∴ मड ⊥ बक છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૪થો.

એક ત્રિકોણની બે બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે, અને તેથી અર્ધી છે.



अबक △ની अब, अकनां फ, इ, મધ્યબિંદુ છે.

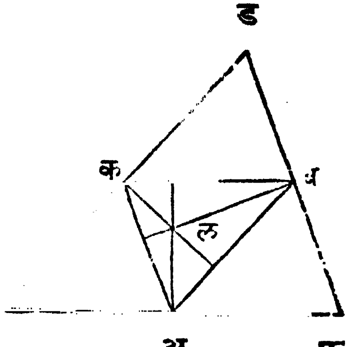
फइ લંબાવી इफ = इड કરો.

डक સાંધો.

∵ △ अफइ ≡ △ कडइ,
∴ ∠अ = ∠इकड, ∴ अब ∥ कड છે.
અને अफ = फब = कड, ∴ कड ∥ ને = बफ; ∴ बड સ૦ચ૦ છે.
પણ डफ = ૨ इफ, ∴ बक = ૨ इफ અને कब ∥ फइ. પ્ર૦સિ૦

પ્રશ્ન ૫મો.

ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ પર સામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી લંબ એકબિંદુગામી છે.



अबक △ નાં अ, ब, कમાંથી इअफ, डबफ અને डकइ લીટીઓ △ બાજુઓને ∥ દોરો.

∵ अक ∥ फब અને बक ∥ फअ,
∴ अफबक સ૦ ચ૦ છે.
∴ अक = फब; તેજ પ્રમાણે,

अक = बड, बक = फअ = अइ અને **बअ = कइ = कड.**

∴ **डइफ** △ની બાજુનાં **अ, ब, क,** મધ્યબિંદુમાંથી દોરેલી લંબો **ल**માં એકબિંદુગામી છે.

પણ **अबक** △ની બાજુઓ **डइफ** △ની બાજુઓને ∥ છે.

∴ **अल, बल, कल** લંબ **अबक** △ની બાજુ ઉપર પણ લંબ છે. **પ્ર૦ સિ૦**

પ્રશ્નો.

૧. **पक, रव** બે સીધી લીટી અને **अ, ब** બે બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલાં છે તો **पक** પર **ड** અને **रव** પર **इ** બિંદુ એવાં શોધો કે **अड + डइ + इब** સૌથી ન્યૂન હોય.

૨. એક આપેલા બિંદુથી એક આપેલી સીધી લીટી સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે.

૩.* ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવો **अ, ब**ની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકો રસ્તો શોધી કાઢો.

૪.* એક સીધી લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુ પર આપેલાં બે બિંદુથી તે લીટીના કોઈ બિંદુ સુધી એવી લીટી દોરો કે તેઓનો તફાવત મહત્તમ હોય.

૫.* બે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને બે આપેલાં બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૬. ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. એક △ના બહારના બે ખુણા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબિંદુગામી છે.

૮. જો ત્રણ લીટીઓ, અરસપરસ બબ્બે છેદે છે તો ત્રણેથી સરખે અંતરે રહેતાં ચાર બિંદુઓ છે.

૯. બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર છે, અને અંતર્ખુણા અસમાન છે તો મોટા અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ નાના અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

૧૦. પ્રશ્ન ૯નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૧૧. **अड, अबक** △ની મધ્યગા છે. જો **अक** > **अब**, તો ∠**अडक** > ૧ ∟.

૧૨. **अबक** $\triangle$માં **बक** પાયો છે અને **अड** મધ્યગા છે, તો જે પ્રમાણે $\angle$**अ**, કાટખુણો, પહોળો ખુણો અથવા સાંકડો ખુણો હોય તે પ્રમાણે **अड** = < અથવા > $\frac{1}{2}$ **बक** છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૧૪. જે ખુણામાંથી મધ્યગા દોરી છે, તે ખુણો કરતી બાજુની અર્ધા સરવાળાથી તે મધ્યગા ઓછી છે.

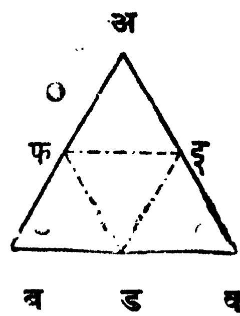
૧૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો.

૧૬. એક ત્રિકોણની આસપાસ એક વર્તુળ દોરો.

૧૭. કોઈપણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૧૮. કોઈપણ ચતુષ્કોણમાં બે સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને કર્ણોના મધ્ય બિંદુ જોડે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૯. **अबक** $\triangle$માં $\angle$**क** = ૧ ∟; **बक**નું **ड** મધ્યબિંદુ છે અને **अब** માંથી $\frac{1}{4}$ **अब** = **बइ** કાપી છે તો **डइ** = **बइ** બતાવો.



૨૦. એક ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨૧. એક ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીઓથી $\triangle$ના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે.

૨૨. કોઈપણ સ૦ ચ૦નાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની એક લીટી પર સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો સામસામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી ∥ ની એક જોડ મળી બીજી જોડની બરાબર છે.

૨૩. સ૦ ચ૦ની સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી કર્ણોના છેદનાબિંદુમાંથી જાય છે.

૨૪. **अबकड** સ૦ ચ૦ની **अब**, **कड** બાજુનાં **इ**, **फ** મધ્યબિંદુ છે તો **डइ** અને **बफ**, **अक**ના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૨૫. કોઈ બે લીટી **अब, कड**નાં **इ, फ** મધ્યબિંદુ છે અને **अक, इफ, बड** સાંધી છે. જો **अक** ‖ **इफ** હોય તો **बड** ‖ **इफ**.

૨૬. ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતો સ૦ ચ૦ આપેલા ચતુષ્કોણથી અર્ધો છે.

૨૭. **अबक** △માં **बगइ, कगफ** મધ્યગા દોરો. **गब, गक**ને **र, ल**માં દુભાગો. **इफ, फर, रल, लइ** સાંધી સિદ્ધ કરો કે ત્રણ મધ્યગાઓ એકબિંદુગામી છે અને દરેક તેજ બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

૨૮. એક △નાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુને ‖ લીટીઓ દોરી હોય તો એ પ્રમાણે થતા △ની બાજુ આપેલા △ની બાજુથી બમણી છે.

૨૯. **अबकड** સ. ચ.માં **म, अड**નું મધ્યબિંદુ અને **इ, बक**નું મધ્યબિંદુ છે તો **बम** અને **डइ, अक**ના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૩૦. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **प, अब**નું અને **र, कड**નું મધ્યબિંદુ છે અને **पर, डब**ને દુભાગે છે તો **अड** ‖ **बक** છે.

૩૧. **अब** લીટીના છેડામાંથી અને તેના મધ્યબિંદુમાંથી તેને છેદતી અથવા તેની બહારની બીજી કોઈપણ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમાન્તરોમાં પહેલી અને ત્રીજીનો તફાવત અથવા સરવાળો બીજનાથી બમણો છે.

પરિશિષ્ટ વ. ૨૫. પૃથક્કરણ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતાં ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાનું કામ વધારે ભારી લાગે છે તેનાં થોડાંક કારણો નીચે પ્રમાણે છે:—

(૧) ભૂમિતિમાં આપેલા મૂખ્ય સિદ્ધાંતો—પ્રમેયો અને કૃત્યો—બરાબર સમજવા જોઇએ એટલુંજ નહિ પણ તે ઉપરના પ્રશ્નો છોડવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે તે પહેલાં તેને મગજમાં બરાબર ઠસાવવા જોઇએ.

(૨) પ્રશ્નો અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિતની કે બીજ ગણિતની માફક ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાને માટે ચોક્કસ નિયમો સ્થાપી શકાય નહિ.

(૩) મૂખ્ય સિદ્ધાંતોમાં કયા કારણથી અમુક રીતનીજ સિદ્ધતા લેવામાં આવે છે તે કારણો એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામાં આવ્યાં છે; એટલે પહેલાં પ્રતિજ્ઞાથી લઇ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાંતોનો આધાર લઈ એક પછી એક પદ મૂકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામાં આવ્યો છે.

આ પ્રમાણે ભૂમિતિ એકીકરણમાં જાણેલાં પરિણામો ઉપરથી નવાં પરિણામો સિદ્ધ કરવામાં આવે છે. પણ એ રીતે કાંઇ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કાઢી શકાતો નથી. આ ભાગ શોધવાને માટે ઘણે ભાગે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશેઃ—

(૧) પ્રશ્નનો મૂખ્ય પક્ષ આવી જાય એ પ્રમાણે બરાબર આકૃતિ કાઢવી. સરખી લીટીઓ, સરખા ખુણાઓ–પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી. જે પરિણામ લાવવાનું હોય તે સાથે બાજુ પર લખી દેવું.

(૨) બે લીટીઓ કે ખુણાઓ સરખા ફક્ત દેખાતા હોય તેટલા ઉપરથી સરખા ધારી લેવા નહિ. સરખાં નહિ આપ્યાં હોય તો ખૂણા અને લીટી કદી પણ સરખાં દોરવાં નહિ. ત્રિકોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ; ચતુષ્કોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ. ચતુષ્કોણમાં બધી બાજુ અને બધા ખુણા અસમાન દોરવાં. જો વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યા સિવાય તેઓની ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ, વગેરે...

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે સિદ્ધાંતો સૂચવાતા હોય તે લક્ષમાં રાખવું; જેમકે બે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪થો, ૫મો, ૬ઠ્ઠો, કે ૭મો સિદ્ધાંત સૂચવે છે, વગેરે...

(૪) આપેલા પક્ષ પરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઇ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી; અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમાં રાખવી, કે કદાચ તેમાંથી માગેલું પરિણામ નીકળી શકે; એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડાં પદ આગળ ચલાવવાં અને સાધ્ય પરથી થોડાં પદ પાછળ ચલાવવાં.

(૫) જો એમ છતાં પણ સાબિતી પુરેપુરી ન મળે તો કોઈપણ ઉપલકીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શક્તિ વધારે વાપરવી.

(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી સઘળી સત્યતાઓનો ઉપયોગ કર્યા વિના ઘણુંખરૂં પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ.

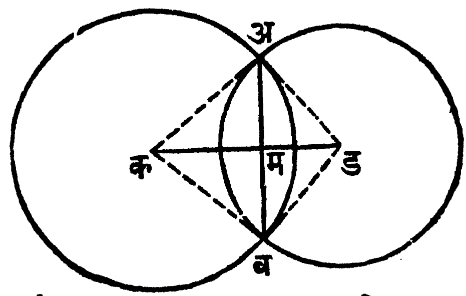
સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી; પણ એ કામમાં હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મ્હાવરો પાડવો જોઈએ અને ઘણીજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ. આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માંગેલા સાધ્યનું કારણ સહિત પૃથક્કરણ કરી તે પક્ષને એવી રીતે પદબંધ ગોઠવવો કે માંગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ મુકી એકીકરણ લક્ષમાં આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણથી કરી બતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન अ.

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્યબિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખુણે દુભાગે છે.

क, ड મધ્યબિંદુના બે વર્તુળો **अ, ब**માં છેદે છે, ત્યારે **कड, अब**ને કાટખુણે દુભાગશે.



પૃથક્કરણ. આકૃતિમાં બે વર્તુળો છે. ∴ **कअ = कब** અને **डअ = डब**. વળી **अम = मब** અને ∠**अमक** = ∠**बमक** થવા જોઈએ. તે પરથી માલમ પડે છે કે જો બે પાસેપાસેના ખૂણા સરખા થાય તો **अमक** △ ≡ △**बमक** વળી △**अमक** ≡ △ **बमक** થવાને માટે △ઓમાં **अक = कब** અને **कम** સામાન્ય છે; તેથી ∠**अकम** =∠**बकम** થવો જોઈએ.

પણ ∠**अकम** = ∠**बकम** થવાને માટે △**अकड** ≡ △**बकड** જોઈએ. અને આ △ઓમાં એકના ત્રણ અંગ=બીજાનાં ત્રણ અંગ છે; તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે.

એકીકરણ. રચના. **कअ, कब, डअ, डब** સાંધો.

સિદ્ધતા. **अकड** △ અને **बकड** △ માં **अक = बक, अड = बड** અને **कड** સામાન્ય છે; ∴ △ઓ સર્વસમાન છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠**अकम** = ∠**बकम**.

વળી **अकम** △ અને **बकम** △માં **अक**=**बक**, **कम** સામાન્ય છે, અને ∠**अकम**=∠**बकम**, ∴ △ઓ સર્વસમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

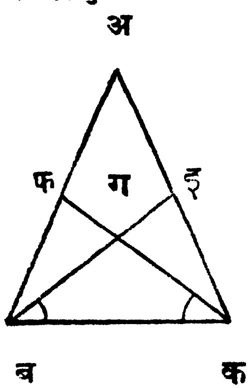
∴ **मअ** = **मब** અને ∠**अमक** = ∠**बमक** = ૧ ⌊. પ્ર૦ સિ૦

ટીપ. ૧. એકીકરણમાં પૃથક્કરણમાંનાં પદોનો ક્રમ ઉલટો હોય છે.

ટીપ. ૨. પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામાં પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતાં રચના અને સિદ્ધતાનાજ ભાગોની જરૂર છે.

પ્રશ્ન ब.

જો કોઈ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.



अबक △માં **बइ** મધ્યગા = **कफ** મધ્યગા છે ત્યારે △ **अबक** સમદ્વિબાજુ થશે.

પૃથક્કરણ. ધારો કે **अबक** △ સમદ્વિબાજુ છે.

∴ **अब** = **अक** ∴ **बफ** = **कइ**.

અને ∠**फबक** = ∠**इकब**

∴ △**फबक** ≡ △**इकब**

∴ ∠**गबक** = ∠**गकब**,

અને ∴ **गक** = **गब**;

અને વળી **गब** = $\frac{2}{3}$ **बइ** અને **गक** = $\frac{2}{3}$ **कफ**, ∴ **इब** = **कफ**

એકીકરણ. મધ્યગાઓને **ग**માં મળવા દો.

∵ **बइ** = **कफ** અને **गक** = $\frac{2}{3}$ **कफ** ને **गब** = $\frac{2}{3}$ **बइ**

∴ **गक** = **गब** છે.

∴ વળી **गबक** સમદ્વિબાજુ △માં

∠**गबक** = ∠**गकब**. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

વળી ∵ **इबक** △ અને **फकब** △માં

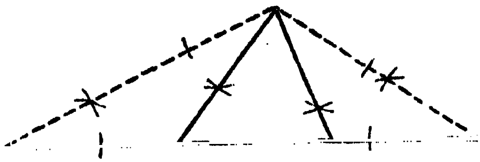
बइ = **कफ** અને **बक** સામાન્ય છે,

અને ∠**इबक** = ∠**फकब** ∴ △ઓ સર્વસમાન છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ **बफ** = **कइ** ∴ **अब** = **अक**. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન क.

પરિમિતિ, ∠ब અને ∠क આપ્યાં હોય તો अबक △ બનાવો.



પૃથક્કરણ. ધારો કે अबक માગેલો △ છે.

અ + બ + ક, ∠ब, ∠क આપેલાં છે.

कबને બંને બાજુ લંબાવી बअ=बड અને अक=कइ કરો.

જો अड, अइ સાંધીએ તો अबड △, अकइ △ સમદ્વિબાજુ છે.

∴ ∠ड = ∠बअड અને ∠इ = ∠कअइ.,

અને ∠अबक = ∠डअब + ∠ड = ૨ ∠ड.

અને ∠अकब = ∠इअक + ∠इ = ૨ ∠इ.

∴ ∠ड = ½ ∠ब અને ∠इ = ½ ∠क છે.

અને डब + बक + कइ = અ + બ + ક.

એકીકરણ: આપેલી પરિમિતિ = डइ લો.

ड આગળ ½ ∠ब = ∠ड કરો.

અને इ આગળ ½ ∠क = ∠इ કરો.

જો डक, इअ, अमां મળે તો अ આગળ.

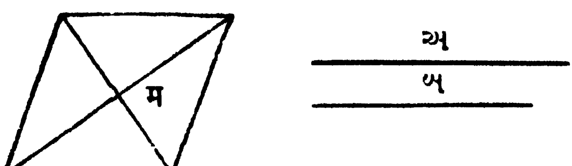
∠ड = ∠बअड અને ∠इ = ∠कअइ કરો.

ત્યારે △ अबक માગેલો △ છે.

સિદ્ધતા: વિદ્યાર્થીએ પૂરી કરવી. ફ૦ ફ૦

પ્રશ્ન ड.

કર્ણોની લંબાઈ આપી હોય તો રોમ્બસ બનાવો.



પૃથક્કરણ: રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે છેદે છે; આ સત્યતા ધ્યાનમાં રાખી કૃત્ય તરત થશે.

એકીકરણ: બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ ⊥ દોરી **मअ** = $\frac{१}{२}$ અ અને **मब** = $\frac{१}{२}$ બ કરો. **अम, बम** લંબાવી **मअ** = **मक** અને **मब** = **मड** કરો; **अबकड** સાંધો; ત્યારે **अबकड** માંગેલો રોમ્બસ છે.

સિદ્ધતા. **अक** અને **बड** એક બીજીને કાટખુણે દુભાગે છે;

∴ **अब = बक = कड = डअ.** કૃ૦ કૃ૦

§ ૨૬. પહેલાં ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. **अब, अक** ૮૦°નો ખુણો કરે છે. **अब** = ૨·૩″ અને **अक** = ૨·૩″ છે. ∠**अ**ને દુભાગનારી લીટી **बक**ને **ड**માં મળે છે તો ∠**ब**, ∠**क** માપો અને ∠**अडब**ના એક કાટખુણપૂર્ણી અને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણા કહો.

૨. એક સમબાજુ △ની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવ્યા હોય તો આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ છે તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે.

૪. એકજ બાજુ ઉપર **अबक, डबक** △ઓમાં **अब** = **डक** અને **अक** = **डब** તો **अड** ∥ **बक** છે.

૫. પ્રશ્ન ૩જામાં પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ △ દોર્યો હોય તો પાયાને દુભાગનાર લંબ આ ત્રિકોણના સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૬. અ = ૩·૭″, ∠**ब** = ૬૧° અને ક = ૪·૧″ છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. **अबकड** સ૦ ચ૦માં **अक** કર્ણ ઉપર **प, म** એવાં બિંદુ છે કે **अप** = **कम** તો **बपडम** સ૦ ચ૦ છે.

૮. વિષમબાજુ ટ્રાપિજ્યમમાં વિષમ બાજુઓનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમન્તર છે.

૯. **अबक** △ની **अब, बक, क**અને **ड, इ, फ**માં દુભાગો; **ड, इ, फ**માંથી **अब, बक, अक** ઉપર લંબ દોરો; આ લંબ એક બિંદુગામી છે એમ બતાવો.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ **अबकड, अबपम** એ સ૦ ચ૦ છે તો **कडमप** પણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બાજુઓનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે.

૧૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૧૩. સમદ્વિબાજુ △ના શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લંબ છે અને પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૧૪. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ **अबक**, **डबक** છે તો ∠**अबड** = ∠**अकड**.

૧૫. કોઈપણ સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અંતરે આવેલાં બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણ સરખે અંતરે છે.

૧૬. સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણ પણ સમબાજુ છે.

૧૭. બે ત્રિકોણમાં ∠**ब** = **ब**′ = ૩૭° ક = ક′ = ૫·૯ સે. મી. અને બ = બ′ ૬·૭ સે. મી. છે તો ત્રિકોણો બનાવો. અનિશ્ચિત રચના છે ? કારણ આપો.

૧૮. ૩·૫″ ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૧૧૨°નો ખુણો કરતા કાંસને દુભાગો.

૧૯. **अबक** સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ **बअ**, **कअ**ને **इ**, **फ** સુધી લંબાવી છે, જો **अइ** = **अफ** હોય તો **फब** = **इक**.

૨૦. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખુણાને દુભાગે છે.

૨૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાની બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરે છે.

૨૨. ૩·૧″ની બાજુ ઉપરના ૭ સમબાજુ ત્રિકોણો સાથે મૂકી એક સમષટ્કોણ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખુણો ૧⅓ કાટખુણા બરાબર છે.

૨૩. ત્રિકોણમાં **कब** પાયો અને પાયા ઉપરનો લંબ આપ્યા છે તો એ અંગોવાળા કેટલા ત્રિકોણ બનાવી શકશો ?

૨૪. એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દૂર છે, અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને

દિવાલથી ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતાં ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે. જો સીડી ૪૧ ફુટ લાંબી હોય તો બારીની ઉંચાઈ કેટલી ?

૨૫. **अबकड** સ૦ચ૦ની **अक** બાજુને લંબાવતાં **कइ = कअ; कब** ‖ **इफ, डक**ને લંબાવતાં **फ**માં મળે છે તો **अबफक** સ૦ ચ૦ છે.

૨૬. એક હોડી પશ્ચિમમાં ૨૫૦ વાર જાય છે, અને પછી ૩૦° ઉત્તરમાં વળી જઈ ૩૬૦ વાર જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અંતરે ગઇ? બન્ને સ્થાનોનું કોણઅંતર કાઢો.

૨૭. જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજની ઉપર છે ત્યારે જમીનમાં દાટેલી એક ઉભી કાઠી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાંખે છે તો કાઠીની ઉંચાઈ શી?

૨૮. એક મોજણીદાર **अ**થી પૂર્વમાં ૧૫૦ વાર જાય છે; પછી ત્યાંથી (**ब**થી) **क** સુધી ઉત્તરમાં ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી **ड** સુધી પશ્ચિમમાં ૪૫૦ વાર જાય તો **अड** કેટલું? **अ**થી **ड**નું કોણઅંતર શું ?

૨૯. **अबकड** સ. ચ.ની બાજુ પર અનુક્રમે **इ, फ, ग, य** ચાર બિંદુઓ છે, જો **अय = कफ** અને **अइ = कग** તો **इफगय** સ૦ ચ૦ છે.

૩૦. **अबक** સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને **इ, फ**માં મળે તો તે ‖ **बक** છે.

૩૧. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अब = कड** અને ∠**ब** = ∠**क** છે તો **अड** ‖ **बक** છે.

૩૨. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમના કર્ણો સરખા છે ?

૩૩. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમમાં સમાન્તર બાજુઓ આગળના ખુણાઓ બરાબર છે.

૩૪. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમની સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫. **अबकड** ચ.માં ∠**अ**=∠**ब** અને ∠**क**=∠**ड** તો **अड=बक** છે.

૩૬. કોઈપણ લંબચોરસની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ રૉમ્બસ છે.

૩૭. સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બતાવો કે જો બે સમાન્તર ચતુષ્કોણમાં બે પાસેપાસેની બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય તો બેઉ સ૦ ચ૦ સર્વ અંગમાં બરાબર છે.

૩૮. **अबकड, इफगय** બે ચતુષ્કોણમાં **अब, बक, कड, डअ; इफ, फग, गय, यइ**ની અનુક્રમે બરાબર હોય અને ∠**अ** = ∠**इ** તો ચતુષ્કોણો સર્વ અંગોમાં બરાબર હોઈ શકે છે.

૩૯. કોઇપણ સ૦ ચ૦ના કર્ણના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુ સુધી દોરેલી લીટીના તે બિંદુ આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.

૪૦. **अबक** △માં **बइ**ને **फक** મધ્યગા **ग**માં છેદે છે. **गब, गक**ને અનુક્રમે **य, ड**માં દુભાગી છે તો **यडइफ** સ૦ ચ૦ છે.

૪૧. **अबकड** સ૦ ચ૦માં **अक**ને **इ** સુધી લંબાવતાં **कइ** = **अक** થાય છે. **इ** અને **ब**માંથી **इफ, बफ** અનુક્રમે **कब, कअ**ને ‖ છે તો **अबकफ** સ૦ ચ૦ છે.

૪૨. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે સામસામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બીજા કર્ણ ઉપર લંબ દોરી છે તો આ લંબ સરખી છે.

૪૩. **अबक, डइफ** △ ઓમાં **अब** = ‖ **डइ** અને **बक** = ‖ **इफ** છે તો **अक** = ‖ **डफ** છે.

૪૪. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अब** ‖ **डक** અને **अड** = **बक** તો બતાવો કે ∠**अ** + ∠**क** = ૧૮૦° છે; અને **अक** = **बड** છે.

૪૫. **अप, बक** બે સળીઆ સમાન્તર છે. **अप, प**ની આસપાસ અને **बक, ब**ની આસપાસ સરખા વેગથી એકજ દિશામાં ફરે છે તો તેઓ હંમેશાંજ સમાન્તર છે અને **अक** અમૂક સ્થિર બિંદુમાંથી જાય છે.

૪૬. જો કોઈ સીધી લીટી આકૃતિમાં માંહેના ખુણા બહારના ખુણાની (સરવાળાની) બરાબર હોય તો તેની કેટલી બાજુ છે ? કારણ આપો.

૪૭. માંહેનો ∠**अ** = $\frac{3}{5}$ બહારના ∠**अ**; અને ૪ ∠**ब** = ૫ ∠**क** છે તો ત્રિકોણના ખુણા કાઢો.

૪૮. દરેક સમબહુકોણમાં કોઇપણ અંતર્ગામી ખુણો નથી; અનુક્રમે બધી બાજુ લંબાવવાથી એક વખતે ૧૫°, બીજી વખતે ૩૦°, ત્રીજી વખતે ૪૦°, અને ચોથી વખતે ૧૨૦°નો દરેક ખુણો થાય છે તો તે ચાર બહુકોણની કેટલી કેટલી બાજુ હશે ?

૪૯. કોઈપણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી પાયા સુધી દોરેલી લીટીના બીજી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી બે સરખા ભાગ કરે છે.

૫૦. કોઇપણ સ૦ ચ૦નાં બે સામસામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની કોઈપણ લીટી ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો બાકીનાં શિરોબિંદુમાંથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલા લંબના સરવાળા બરાબર છે.

૫૧. કોઈપણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કોઇપણ બિંદુમાંથી જો સરખી બાજુ ઉપર લંબ દોરીએ તો આ લંબનો સરવાળો પાયાના છેડામાંથી સામેની બાજુ ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૫૨. કોઇપણ સમબાજુ ત્રિકોણમાં અંદરના કોઇપણ બિંદુમાંથી બધી બાજુ ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉંચાઇની બરાબર છે.

૫૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની માંહેના કોઇપણ બિંદુમાંથી ત્રણે બાજુ ઉપર દોરેલા લંબનો સરવાળો પાયાના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા કોઇપણ લંબ બરાબર છે.

૫૪. સરખી અને સમાન્તર લીટીઓ કોઇપણ એકજ લીટી ઉપર બે સરખા કાટખુણ પ્રલંબન કરે છે.

૫૫. એક કાટખુણ ત્રિકોણનો એક ખુણો જો ૩૦°નો હોય તો સૌથી મોટી બાજુ સૌથી નાનીથી બમણી છે.

૫૬. કાટખુણો ને કર્ણ આપ્યાં હોય તો કર્ણના મધ્યબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૫૭. **अबकड** ચોરસમાં **अ**થી, **बक** અને **कड**નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે અને **क**થી, **अड**, **अब**નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃતિ રોમ્બસ છે.

૫૮. સમબાજુ △ **अबक**માં **अब**માં એક **ड** બિંદુ લો; △ની સામેની બાજુ ઉપર **अड** ઉપર એક સમબાજુ △ **अडइ** દોરો તો **बइ** = **कड**.

૫૯. **अबक** △ના બહારના ∠**अ**ને દુભાગનાર લીટી ઉપર જો **प** બિંદુ લીધું હોય તો **अब** + **अक** < **पब** + **पक**.

૬૦. **अबक** સમદ્વિબાજુ △માં **अब** = **अक** અને **डइफ** લીટી **अब**, **बक** અને **अक**ને લંબાવતાં છેદે છે; જો **डइ** = **इफ**, તો **बड** = **कफ**.

૬૧. ૫·૩″ પાયા ઉપર ૩·૪″ ઉંચાઇનો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો. તેનાં સર્વ અંગ માપો.

૬૨. ઉંચાઈ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો આપેલાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૬૩. એક સમબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઈ આપી હોય તો △ બનાવો.

૬૪. એક વહાણ કલાકમાં દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમાં જાય છે. બે વાગે તે એક દીવાદાંડી ઇશાનમાં જુએ છે; અને દોઢ કલાક પછી દીવા દાંડી પૂર્વની દક્ષિણે ૭½°એ દેખાય છે તો બીજી જગ્યામાં દીવાદાંડીથી વહાણનું અંતર કેટલું ? અને કયારે તે દીવાદાંડીની પાસેમાં પાસે હતું ?

૬૫. △**अबक**માં **अब**, **अक**માં **प**, **ड**, એવાં બિંદુ શોધો કે **पड** ∥ **बक** થાય અને **पड** = ⅓ **बक** થાય.

૬૬. **अब**, **अक**માં **ब**, **क** એવાં બિંદુ શોધો કે ∠**ब** = ૩ ∠**क**.

૬૭. **अक**, **बड** બે સમાન્તર લીટીઓમાં અનુક્રમે **अ**, **ब** બે સ્થિર બિંદુ છે. બીજા **प**, **ड** બે બિંદુ એવાં શોધો કે **अपबड** એક રૉમ્બસ બને.

૬૮. ∠**बअक**ને આ પ્રમાણે દુભાગો:–**अ** મધ્યબિંદુથી બે વર્તુળો એવા દોરો કે પહેલો **बअ**, **कअ**ને **प**, **ड**માં અને બીજો એજ લીટીઓને **म**, **य**માં છેદે; **पय**, **डम**, **ल**માં છેદે તો **अल**, ∠**अ**ને દુભાગે છે.

૬૯. **अ ब**, **कड**ની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે બિંદુ છે તો **कड**માં **प** એવું બિંદુ શોધો કે ∠**अपक** = ∠**बपक**.

૭૦. **पकरय** એક એવો રૉમ્બસ બનાવો કે તેનો **पर** કર્ણ એક આપેલી લીટી ઉપર હોય અને તેની **पक**, **कर**, **रय** ત્રણ બાજુ ત્રણ આપેલાં બિંદુમાંથી જાય.

૭૧. **कड**ની એકજ બાજુએ **अ**, **ब** બે બિંદુ છે તો **कड**માં એવું એક બિંદુ **प** શોધો કે **पअ**, **पब**નો તફાવત મોટામાં મોટો હોય.

૭૨. પ્રશ્ન ૭૧માં તફાવત નાનામાં નાનો હોય તો **प** બિંદુ કયાં છે ?

૭૩. એક એવો રૉમ્બસ કાઢો કે તેની બે બાજુઓ આપેલા ત્રિકોણની બાજુમાં હોય અને તેનું એક શિરોબિંદુ પાયા ઉપર હોય.

૭૪. બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હોય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હોય તેવી એક લીટી દોરો.

૭૫. **अकइड** એક અર્ધ વર્તુળ **अड** વ્યાસ ઉપર છે અને **ब** તેનું મધ્યબિંદુ છે. **इ, क** એવી રીતે પરિધ ઉપર છે કે **कइ** લંબાવતાં **अबड**ને **फ** સુધી લંબાવેલી લીટી ઉપર મળીને **इफ = बइ = बक** કરે છે તો બતાવો કે ∠**फ** $\frac{1}{3}$ ∠**अबक** છે.

૭૬. **अबक**△માં ∠**ब** આપેલો ખુણો અને ∠**क** બીજો આપેલો ખુણો છે અને **बक** ઉપર **अ**ની ઉંચાઇ આપેલી છે તો △ બનાવો.

૭૭. શિરોબિંદુ આગળના એક આપેલા ખુણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૭૮. એક કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ આપી છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો આપ્યો છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭૯. એક સમદ્વિબાજુ કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૦. એક કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૧. એક ત્રિકોણમાં અ, બ + ક, અને ∠**ब** આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૨. એક ત્રિકોણમાં અ, ક–બ ને ∠**ब** આપ્યાં છે તો △ બનાવો.

૮૩. જો **अब, अक** અને **बड** આપ્યાં હોય તો એક **अबकड** સ૦ ચ૦ બનાવો.

૮૪. એક એવો રોમ્બસ બનાવો કે તેમાં એક કર્ણ = બાજુ છે.

૮૫. એક ચતુષ્કોણમાં કર્ણો બરાબર છે અને તેઓ એક બીજાને ૬૦° એ દુભાગે છે. જો કર્ણ ૫·૪ સે. મી. હોય તો ચતુષ્કોણ બનાવો. જો પક્ષ અધુરો હોય તો પૂર્ણ કરો.

૮૬. પાયો, પાયાની ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો △ બનાવો. કેટલા △ઓ થશે ?

[**નોંધ. प** ઉંચાઇએ પાયાની || **अब** દોરો. **अब**ને દુભાગી મધ્યબિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઇ અને ક મધ્યગા ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો, આ વર્તુળ જો સમાન્તર લીટીને **इ**માં છેદે તો △ **अइब** માગેલો ત્રિકોણ છે.]

૮૭. ∠**कअब** એક કાટખુણો છે અ ∠**कअब** વચ્ચેના કોઈપણ બિંદુ **ड**માંથી **डइ, डफ** લંબ **अक, अब** ઉપર છે, તો જો (૧) **डइ+डफ**= ૫·૦ સે. મી., અને (૨) **डइ – डफ** = ૨·૦ સે. મી. હોય તો **ड**નું નિધાન કાઢો.

૮૮. **अबक** △માં **अब** = ૩·૨″, **अक** = ૪·૨″ અને **बक** = ૩·૬″ છે તો **अब** અને **अक**થી સરખે અંતરે અને **बक**થી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. એવાં કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૮૯. પ્રશ્ન ૮૮માં **अब**, અને **अक**થી સરખે અંતરે અને **ब, क**થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધો

૯૦. પ્રશ્ન ૮૮માં **ब, क**થી સરખે અંતરે અને **अ**થી ૧·૮″ ને અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૯૧. **अब** ઉપર એક **प** બિંદુ ફરતું છે અને **क** એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે. **पक**ને લંબાવતાં **कड = पक**; તો **ड** નિધાન શોધી કાઢો.

૯૨. પ્રશ્ન ૯૧ની મદદથી ∠**बअक**ની વચ્ચેના **ड** બિંદુમાંથી એક એવી લીટી શાખાલીટી **अब, अक** સુધી દોરો કે તે **ड** આગળ દુભાગાય.

૯૩. એક આપેલા બિંદુથી આપેલે અંતરે અને બે આપેલી ∥ લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો. ઉપરની રચના ક્યારે બનશે ? ક્યારે નહિ બનશે ? ક્યારે બે રચના અશક્ય છે ?

૯૪. એક આપેલી લીટી ઉપર જેનું શિરોબિંદુ હોય અને જેની એક આપેલી ઉંચાઈ હોય એવો એક આપેલા પાયા ઉપર △ બનાવો.

૯૫. એક સમદ્વિબાજુ △માં સરખી બાજુ ઉંચાઈથી બમણી તો △ બનાવો.

૯૬. **अबक** △માં ∠**अ** કાટખુણો અને **अब**, તથા **बक**થી **अ**નું અંતર આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૭. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઈ અને પાયાની સામેનો ખુણો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૮. એક ૉમ્બસમાં બે સામસામેની બાજુનું અંતર એક બાજુથી અર્ધું છે તો ૉમ્બસ બનાવો.

૯૯. **अ** બિંદુમાંથી **बक** સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે એક આપેલા ખુણાની બરાબર **बक** સાથે **अबक** ખુણો કરે.

૧૦૦. **अब, अक, अड** ત્રણ લીટીઓ **अ**માં મળે છે તો એવી એક **बकड** આડી લીટી દોરો કે **क** આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય.

૧૦૧. એક સમબાજુ ત્રિકોણની મદદથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૦૨. ત્રણ બાજુનાં મધ્યબિંદુઓ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૩. બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૪. એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૫. ત્રણ મધ્યગાઓ આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૬. ૨·૪" ઉંચાઈ અને પાયા આગળના ખુણા ૪૦° અને ૬૦° હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૭. મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લંબાઈનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે.

૧૦૮. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઈનો સરવાળો અને પાયો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૯. **अबक** △માં **अब** > **अक** છે. **अप** લીટી **अ** ખુણાને દુભાગે છે અને **अड** મધ્યગા છે તો **अड** મધ્યગા **अब** અને **अप**ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૦ પ્રશ્ન ૧૦૯માં જો **अम** ⊥ **बक** હોય તો **अप** દુભાગનાર લીટી **अम** અને **अड**ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૧. **अब, कड** બે આપેલી લીટી છે અને **म**, **अब**માં એક આપેલું બિંદુ છે. **अब**માં **प** એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે **पम** અંતર **कड** ઉપરના **प**ના લંબ અંતર બરાબર હોય.

૧૧૨. **अबक**△માં **अब = अक** છે. **बक**ને સમાન્તર **डइ** એવી લીટી દોરો કે તે **अब, अक**ને, **ड इ**માં મળી **डब** અથવા **इक** બરાબર થાય.

૧૧૩. **अबक**△માં **बक** પાયાને સમાન્તર **डइ** એવી લીટી દોરો કે તે બાજુઓને **ड, इ**માં મળી **डब** અને **इक**ના (૧) સરવાળા, અને (૨) બાદબાકી બરાબર થાય.

૧૧૪. સમદ્વિબાજુ △ના પાયાને લંબાવી તેના ઉપરના કોઇ પણ બિંદુમાંથી સરખી બાજુઓ ઉપર લંબ દોરીએ તો એ લંબનો તફાવત કોઇ અમુક અંતર બરાબર છે.

૧૧૫. એક આપેલી લીટીને સમાન્તર એવી એક લીટી દોરો કે બીજી બે આપેલી લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલી લંબાઇ બરાબર હોય.

૧૧૬. બે અરસપરસ છેદતી લીટીઓ સાથે સરખા ખુણા કરતી એવી એક લીટી દોરો કે તે બે લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલા અંતર બરાબર હોય.

૧૧૭. બે આપેલાં બિંદુમાંથી એકેક એવી લીટી દોરો કે તે લીટીઓ એક આપેલી લીટીને મળી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવે.

૧૧૮. એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવો એક રોમ્બસ દોરો કે તેનો એક ખુણો ત્રિકોણના એક ખુણા સાથે બરાબર મળી જાય.

૧૧૯. પરિમિતિ અને એક સાંકડો ખુણો આપ્યાં હોય તો એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૦. ઉંચાઇ આપી હોય તો એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૧. એક આપેલી ઉંચાઈનો એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો કે તેનો પાયો એક આપેલી લીટીમાં હોય અને તેની સરખી બાજુઓ બે આપેલાં સ્થિર બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૨. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇનો તફાવત અને પાયો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૩. પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૪. પાયેા, પાયા ઉપરના ખુણાઓનેા તફાવત અને બાજુઓનેા સરવાળેા આપ્યાં છે તેા ત્રિકેાણ બનાવેા.

૧૨૫. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગેા કે તે લીટી એક આપેલા બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૬. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગેા કે તે લીટી સ૦ ચ૦ની એક બાજુને લંબ હેાય.

૧૨૭. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગેા કે તે લીટી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર હેાય.

૧૨૮. પાયેા, પાયા ઉપરની ઉંચાઇ, અને પાયાને મળતી મધ્યગા આપ્યાં હેાય તેા ત્રિકેાણ બનાવેા.

૧૨૯. ત્રિકેાણના એક શિરેાબિંદુમાંથી એક એવી લીટી દેારેા કે તે સામેની બાજુને છેદે અને તેના ઉપર બાકીનાં શિરેાબિંદુઓમાંથી દેારેલી લંબ બરાબર થાય.

૧૩૦. એક આપેલી લીટીની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી એવી એક લીટી તે લીટી સુધી દેારેા કે તે તેની સાથે એક આપેલા ખુણા બરાબર ખુણેા કરે.

૧૩૧. એક આપેલા ખુણાના હાથમાંથી સરખા ભાગેા છેદે એવી એક લીટી આપેલા બિંદુમાંથી દેારેા.

૧૩૨. એક એવેા રેામ્બસ દેારેા કે તેની બે બાજુઓ એક આપેલા ત્રિકેાણની બાજુઓ ઉપર હેાય અને તેનું એક શિરેાબિંદુ તેના પાયા ઉપર હેાય.

૧૩૩. **अबकड** એક સ૦ ચ૦ છે. અને **कड** = ૨ **अब**. **अब** ને બન્ને બાજુ એવી રીતે લંબાવી છે કે **इअ** = **अब** = **बफ** છે. ત્યારે સિદ્ધ કરેા કે **कइ**, **डफ** કાટખુણે છેદે છે.

૧૩૪. **अबकड** ચેારસના **अ**માંથી **बक**, **कड** નાં મધ્યબિંદુ સુધી અને **क**માંથી **डअ**, **अब** નાં મધ્યબિંદુ સુધી, લીટીઓ દેારીએ તેા આ ચાર લીટીઓ એક રેામ્બસ બનાવે છે.

૧૩૫. **अबकड** સ૦ ચ૦ની **बक** બાજુમાં **प** બિંદુ લઇ તેમાંથી **अब** ને સમાન્તર દોરેલી **पम** લીટી **अड** સુધી દોરીએ તો **अबपड** આકૃતિ = $\frac{1}{2}$ (**अबकड** સ૦ ચ૦ + **अबपम** સ૦ ચ૦) છે.

§ ૨૭. પરિશિષ્ટ क. વ્યાખ્યાનુક્રમ.

અતિકાટખુણ. એક કાટખુણાથી મોટા પણ બે કાટખુણાથી નાના ખુણાને અતિકાટખુણ ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle).

અતિકાટખુણ ત્રિકોણ. એક અતિકાટખુણ ખુણો જેમાં હોય એવા ત્રિકોણને અતિકાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Obtuse-angled Triangle).

અતિદ્વિકાટખુણ. બે કાટખુણાથી મોટા પણ ચાર કાટખુણાથી નાના ખુણાને અતિદ્વિકાટખુણ (Reflex Angle) કે અંતર્ગામી યા રીફ્લેક્ષ ખૂણો કહે છે. (Re-entrant Angle.)

અર્ધ વર્તુળ. વ્યાસ અને વર્તુળના કૌંસની વચ્ચેના ભાગને અર્ધ વર્તુળ કહે છે. (Semi-ericie.)

અવચ્છેદક સિદ્ધતા. જે સિદ્ધતામાં એક સિવાય સાધ્ય બીજી બધી રીતે ખોટા છે એમ બતાવવામાં આવે છે તેને અવચ્છેદક કે ક્રમ વિરૂદ્ધ સિદ્ધતા કહે છે. (Proof of Exhaustion.)

અંશ. એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે દરેકને અંશ (Degree) કહે છે. અંશના ૬૦મા ભાગને કળા, (Minute) કળાના ૬૦મા ભાગને વિકળા (Second) કહે છે.

અષ્ટકોણ. જે આકૃતિમાં આઠ બાજુ (અને આઠ ખુણા) હોય તેને અષ્ટકોણ કહે છે. (Octagon.)

ઉદ્દેશ. સિદ્ધાંતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને ઉદ્દેશ કહે છે. (General Enunciation.)

ઉન કાટખુણ. એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને ઉન કાટખુણ કે સાંકડો ખુણો કહે છે. (Acute Angle.)

ઉન કાટખુણુ ત્રિકોણુ. બધા ખુણા જેમાં ઉન કાટખુણુ હોય એવા ત્રિકોણુને ઉન કાટખુણુ ત્રિકોણુ કહે છે. (Acute-angled T.)

ઉપસિદ્ધાંત. સિદ્ધાંતના ઉપરથી સહજ રીતે નીકળતા બીજા સિદ્ધાંતને ઉપસિદ્ધાંત કહે છે. (Corollary.)

એક કાટખુણુપૂર્ણી ખુણો. જો બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને એક કાટખુણુપૂર્ણી યા કોટિ ખુણો કહે છે. (Complementary Angle.)

એક બિંદુ ગામી. જે લીટીઓ એકજ બિંદુમાં અરસપરસ છેદે તેઓને એક બિંદુગામી કહે છે. (Concurrent.)

એક લીટી સ્થાયી. જે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટી ઉપર આવી શકે તેને એક લીટી સ્થાયી કહે છે. (Collinear.)

કક્ષા. આપેલી શરત પ્રમાણે એક બિંદુના ખસવાથી જે લીટી દોરાય તેને કક્ષા કે નિધાન કહે છે. (Locus or Orbit)

કર્ણ લીટી. સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ યા કર્ણ લીટી કહેવાય છે. (Diagonal. Hypotenuse.)

કળા. અંશના ૬૦મા ભાગને કળા કહે છે. (Minute.)

કાટખુણો. જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર એવી રીતે પડે કે પાસેપાસેના ખુણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે. (Right Angle.)

કાટખુણ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને કાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Right-angled Triangle.)

કૃત્ય. જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ નવું બનાવવું હોય તેને કૃત્ય યા કૃત્ય સિદ્ધાંત કહે છે. (Problem.)

કોટિખુણો. જુઓ એક કાટખુણુપૂર્ણી ખુણો. (Acute Angle)

કોણ અંતર. નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાંધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખુણો કરે તેને કોણ અંતર કહે છે. (Bearing.)

કૌંસ. પરિધના કોઈ પણ ભાગને કૌંસ કહે છે. (Arc.)

ખંડ. વર્તુળમાં પરિધ સુધીની કોઈ પણ સીધી લીટી અને કૌંસની વચ્ચેના ભાગને ખંડ કહે છે. (Segment of a circle.)

ખુણો. જ્યારે બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને ખુણો યા કોણ કહે છે. (Angle.)

ઘન વસ્તુ. જેને લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈ હોય તેને ઘન વસ્તુ કે પદાર્થ કહે છે. (Solid.)

ચતુષ્કોણ. ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ચતુષ્કોણ કહે છે. (Quadrilateral.)

ચોરસ. જે લંબ ચોરસમાં પાસે પાસેની બાજુઓ અરસપરસ બરાબર હોય તેને ચોરસ યા સમચોરસ કહે છે. (Square.)

જ્યા. જે સીધી લીટી વર્તુળમાં આવી રહી પરિધ ઉપર હદ પામે છે તેને જ્યા કહે છે. (Chord.)

ટ્રાપિજ્યમ. જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એકજ જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને ટ્રાપિજ્યમ કહે છે. (Trapezium.)

ત્રિકોણ. ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ત્રિકોણ કહે છે. (Triangle.)

ત્રિજ્યા. વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીઓ પરિધ સુધી દોરીએ તેને ત્રિજ્યા કહે છે. (Radius.)

દશકોણ. દશ બાજુથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને દશકોણ કહે છે. (Decagon.)

દ્વાદશકોણ. બાર બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને દ્વાદશકોણ કહે છે. (Duodecagon.)

દ્વિકાટખુણ. બે કાટખુણાની બરાબર જે ખુણો હોય તેને દ્વિકાટખુણ કહે છે. (Straight Angle.)

દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણો. જ્યારે બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તે દરેકને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી યા ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કહે છે. (Supplementary Angle.)

નવકોણ. નવ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને નવકોણ કહે છે. (Nonagon.)

નિગમન. સિદ્ધાંતના સમાપ્તિ ભાગને નિગમન કે સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.)

નિધાન. કોઇપણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમાં જવાથી એક બિંદુથી જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી) દોરાય તેને તે બિંદુનું નિધાન કહે છે. (Locus.)

નિયમિત બહુકોણ. જેમાં બધી બાજુ અને બધા ખુણા સરખા હોય તેને નિયમિત બહુકોણ કહે છે. (Regular Polygon)

ન્યૂનતાપૂરક ખુણો. જુઓ દ્વિકાટખુણપૂર્ણ (Supplementary Angle.)

પક્ષ. સિદ્ધાંતમાં જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ યા પક્ષ ભાગ કહે છે. (Data. Hypothesis.)

પંચકોણ. પાંચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ કહે છે. (Pentagon.)

પરિધ. જે વક્ર લીટીથી વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને પરિધ અથવા પરિધિ કહે છે. (Circumference.)

પરિમિતિ. કોઈપણ આકૃતિની બધી બાજુના સરવાળાને પરિમિતિ કહે છે. (Perimeter.)

પહોળો ખુણો. એક કાટખુણાથી મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો હોય એવા ખુણાને પહોળો ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle.)

પહોળખુણ ત્રિકોણ. કોઈપણ ત્રિકોણમાં જો એક ખુણો પહોળો હોય તો તેવા ત્રિકોણને પહોળખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Obtuse angled Triangle.)

પાસેપાસેના ખુણા. એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખુણાઓ પાસેપાસેના ખુણા કહેવાય છે. (Adjacent Angles)

પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. જ્યારે બે સિદ્ધાંતમાં એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સાધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાંતો એક બીજાના પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો કહેવાય છે. (Converse Propositions.)

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ. જે પ્રમાણની સત્યતા બીજી વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઈ આવે તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહે છે. (Axiom.)

પ્રતિજ્ઞા. કોઇ સિદ્ધાંતમાં જે સાબિત કરવાનું હોય અથવા રચવાનું હોય તે જ્યારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં સૂચવવામાં આવે ત્યારે તેને સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહે છે. (Enunciation.)

પ્રમેય સિદ્ધાંત. જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ સિદ્ધ કરવાનું હોય તેને પ્રમેય યા પ્રમેય સિદ્ધાંત કહે છે. (Theorem.)

બહુકોણ. પાંચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને બહુકોણ કહે છે. (Polygon.)

બિંદુ. જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઈ, પહોળાઈ, જાડાઇ યા ઉંચાઈ કોઈ પણ પરિમેય ન હોય તેને બિંદુ કહે છે. (Point.)

બેરિંગ. જુઓ કોણ અંતર. (Bearing.)

મધ્યગા. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ અને સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે. (Median.)

મધ્યબિંદુ. વર્તુળમાં જે મુકરર બિંદુથી પરિધ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું મધ્યબિંદુ કહે છે. (Centre of a Circle.)

મળતા આવતા ખુણા. એકજ દિશા તરફ જતી બન્ને લીટીના વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના મળતા આવતા ખુણા છે. (Corresponding Angles.)

મીનીટ. જુઓ કળા. (Minute.)

શાખાલીટીઓ. જે સીધી લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થયો હોય તેને ખુણાની શાખાલીટીઓ કે હાથો કહે છે. (Arms of an Angle.)

ષટ્કોણ. ૭ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ષટ્કોણ કહે છે. (Hexagon.)

સમકેંદ્ર વર્તુળો. જે વર્તુળોનું મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને સમકેંદ્ર વર્તુળો કહે છે. (Concentric Circles.)

સમચોરસ. જુઓ ચોરસ. (Square.)

સપાટ આકૃતિ. સપાટ સફાઈમાં આવેલી આકૃતિને સપાટ આકૃતિ કહે છે. (Plane figure.)

સપાટ સફાઈ. સીધી લીટીની બનેલી સફાઇને સીધી યા સપાટ સફાઈ યા સમતલપૃષ્ઠ કહે છે. (Plane Surface.)

સપ્તકોણ. સાત બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને સપ્તકોણ કહે છે. (Heptagon.)

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Isosceles Triangle.)

સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ. જે ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર નહિ એવી બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કહે છે. (Isosceles Trapezium.)

સમબહુકોણ. જે બહુકોણમાં સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખુણાઓ સરખા હોય તેને સમબહુકોણ કહે છે. (Regular Poly.)

સમબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ સરખી હોય એવા ત્રિકોણને સમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Equilateral Triangle.)

સમાધાન સ્થિતિ. એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે ત્યારે તે રીત સમાધાન સ્થિતિ કહેવાય છે. (Superposition.)

સમાન્તર લીટીઓ. કોઈ પણ લીટીઓ એકજ સફાઈમાં એવી રીતે આવી હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લંબાવતાં કદી પણ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ સમાન્તર લીટીઓ છે. (Parallel St. lines.)

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ. જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે. (Parallelogram.)

સમાપ્તિ. જ્યારે સિદ્ધાંતમાં માંગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામાં આવે છે ત્યારે તેને સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.)

સફાઈ. જેને લંબાઈ અને પહોળાઈ ફક્ત હોય પણ જાડાઈ યા ઉંચાઈ ન હોય તેને સફાઇ કહે છે. (Superficies.)

સમ્મિતરૂપ આકૃતિ. આકૃતિને તેની અંદર આવેલી કોઈ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતાં જો બન્ને ભાગો બરાબર સ્થાનોપરિ સ્થિ-

તિથી મળી જાય તો તેને સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કહે છે, અને આવી લીટીને સમ્મિતરૂપ ધરી યા આંસ કહે છે. (Figure, and Axis of Symmetry.)

સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ. જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કોઈ બિંદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હોય ત્યારે એવા બિંદુને સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ કહે છે. (Centre of Symmetry.)

સ્થાનોપરિ સ્થિતિ. જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તો આવી સ્થિતિને સ્થાનોપરિ સ્થિતિ કહે છે. (Superposition.)

સાધન. સિદ્ધાંતમાં જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિની સાથે સંબંધથી વર્ણવામાં આવે ત્યારે તેને સાધન કહે છે. (Parti. Enunci.)

સાધ્ય. સિદ્ધાંતમાં માંગેલા ભાગને સાધ્ય કહે છે. (Conclusion.)

સાંકડો ખુણો. એક કાટખુણાથી જે ખુણો નાનો હોય તેને સાંકડો ખુણો કે ઉનકાટખુણ કહે છે. (Acute Angle.)

સાંકડખુણ ત્રિકોણ. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં જો ત્રણે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય તો તેને સાંકડખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Acute-ang. T.)

સામસામેના ખુણા. કોઈ પણ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો આ શિરોબિંદુ આગળ તેજ બે લીટીઓના જુદા જુદા ભાગોની વચ્ચેના ખુણા સામસામેના ખુણા છે. (Vertically Opposite Angles.)

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જુઓ ઉદ્દેશ (General Enunciation.)

સિદ્ધતા. સિદ્ધાંતમાં જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હોય અથવા રચવાની હોય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામાં આવે અથવા રચવામાં આવે ત્યારે જે ભાગમાં સિદ્ધ કરીએ તેને સિદ્ધતા કહે છે. (Proof.)

સીધી લીટી. જે લીટી પોતાની આખી લંબાઈમાં એકથી બીજા બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે તેને સીધી લીટી કહે છે. (St. Line.)

સીધી લીટી આકૃતિ. જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી હોય તેને સીધી લીટી આકૃતિ કહે છે. (Rectilinear Fig.)

સીધી સફાઈ. જુઓ સપાટ સફાઈ. (Plane Surface.)

સેકન્ડ. મીનીટનો ૬૦મો ભાગ. (Second.)

સ્વીકૃત કૃત્ય. જે કૃત્ય આપણે કબૂલી લઈએ છીએ તેને સ્વીકૃત કૃત્ય કહે છે. (Postulate.)

રચના. સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઈ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે ત્યારે તેને રચના કહે છે. (Construction.)

રીફ્લેક્સ ખુણો. જુઓ અંતર્ગામી ખુણો. (Reflex Angle.)

રૅામ્બસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ અરસપરસ બરાબર હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને રૅામ્બસ કહેવામાં આવે છે. (Rhombus.)

લંબ. બે સીધી લીટીઓ જો કાટખુણે છેદે તો તે દરેક એક બીજીને લંબ છે એમ કહેવાય છે. (Perpendicular.)

લંબચોરસ જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને લંબચોરસ કહે છે. (Rectangle.)

લંબછેદનબિંદુ. ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબ જે બિંદુમાં એક બીજીને છેદે તે બિંદુને ત્રિકોણનું લંબ છેદન બિંદુ કે લંબ સંપાત બિંદુ કહે છે. (Orthocentre.)

લીટી. જેને ફક્ત લંબાઈજ હોય પણ પહોળાઈ અને જાડાઈ કોઈ પણ ન હોય તેને લીટી કહે છે. (Line.)

વક્ર લીટી. જે લીટી પોતાની લંબાઈમાં એક બિંદુથી બીજા કોઈ બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને વક્ર લીટી કહે છે. (Curved Line.)

વક્ર સફાઈ. વક્ર લીટીની બનેલી સફાઈને વક્ર સફાઈ કહે છે. (Curved Surface.)

વર્તુળ. આકૃતિની એવી એક વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઈ પણ સીધા લીટી અંતર હંમેશાં એકજ રહે તો તે આકૃતિને વર્તુળ કહે છે; અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળનો પરિઘ કહે છે. (Circle.) (Circumference.)

વિકળા. કળાનો ૬૦ મો ભાગ. (Second.)

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા. જુઓ સાધન. (Particular Enunci.)

વિષમકોણ. જે સીધી લીટી આકૃતિમાં ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ વિષમ કોણ કહેવાય છે. (Irregular Figure.)

વિષમ ચતુરસ્ત્ર. જુઓ રોમ્બસ. (Rhombus.)

વિષમ બહુકોણ. જે બહુકોણમાં બાજુ યા ખુણા બરાબર ન હોય તેને વિષમ બહુકોણ કહે છે. (Irregular Polygon.)

વિષમબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુઓ અરસપરસ બરાબર ન હોય તેને વિષમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Scalene Tri.)

વ્યાસ. વર્તુળમાં જે સીધી લીટી મધ્યબિંદુમાંથી થઈને પરિધ ઉપર બન્ને બાજુએ હદ પામે છે તેને વ્યાસ કહે છે. (Diameter.)

વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો. જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. (Converse Propositions.)

ગણત્રીના પ્રશ્નોના જવાબો.

પાનું ૧૮. (૪) ૧″ = ૨૫·૪ મી. મી.

પાનું ૨૩. (૧) ૧૦૫; ૮૮૦; ૪૮૦ મા. (૨) ૮૫૦; ૧૦૫૦; ૫૯૦; ૫૪૦ મા. (૩) ૭ ફુટ; ૬·૨ ફુટ. ૮·૩ ફુટ. (૪) ૪૪૦૦ ફુટ. (૧૭) ૫૦ ફુટ. (૧૮) ૩૯ ફુટ. (૧૯) ૧૧·૭″. (૨૦) ૧૨·૫ સે. મી. (૨૧) ૧૭·૧૬″. ૨૨·૮ મા. (૨૩) ૩૧·૨ મા. (૨૪) ૩૦ મા. (૨૫) ૨૮·૬ મા. (૨૬) ૧૧·૪ મા. (૨૭) ૨૧૫·૦૫ માં. (૨૮) ૮·૪૮ મા. (૨૯) ૩૮·૨ મા. (૩૦) ૧૫૦ ફુટ.

પાનું ૫૦. (૧) ૨૮·૯ મા.; પ૦ ૨૪° ઉ૦ (૨) ૨૨ મા.; દ૦ ૩૧° પૂ૦; પૂ૦ ૨૮$\frac{1}{2}$° દ૦. (૩) ૪૩·૪ મા.; દ૦ ૨૨° પૂ૦. (૪) પૂ૦ ૭૫° ઉ૦; પ૦ ૭૫° ઉ૦. (૫) ૮·૬ મા.; (૬) ૯·૨ મા.; પ૦ ૫૮° દ૦. (૭) ૯·૫ મા. દ૦ ૨૭$\frac{1}{2}$° પૂ૦. (૮) ૩૨·૮ મા.; પૂ૦ ૨૭$\frac{1}{2}$° દ૦. (૯) ૩૨·૮ મા.; પ૦ ૪૦° ઉ૦. (૧૦) ૭૭; ૨૭૪ મા. (૧૧) ૮૭·૪ મા.;

પૂ ૫૮½° ઉ. (૧૨) ૫૬.૯ ફુટ; (૧૩) ૭૦.૭ ફુટ. (૧૪) ૬૧૦ ફુટ; ૪૭૦ ફુટ. (૧૫) ૪॥ ઈંચ.

પાનું ૯૨. (૩૫) અનુક્રમે ૫; ૩૬; ૯; ૧૨. (૩૭) અનુક્રમે ૧૨; ૯; ૨૪; ૪; ૧૫; ૩૬.

પાનું ૧૬૪. (૧૦) અનુક્રમે ૫; ૩૬; ૩૬૦; ૨૪૦. (૧૨) અનુક્રમે ૧૨; ૩૦; ૯; ૪૦; ૨૪; ૧૦; ૪; ૧૫; ૯૦; ને ૩૬.

પાનું ૧૯૦. (૫) અશક્ય.

પાનું ૨૧૦. (૧૦) એક કાટખુણો.

પાનું ૨૧૧. (૫) એક કાટખુણો.

પાનું ૨૨૫. (૧) ૧૨૦°. (૨) દરેક ૨.૨". (૩) **बम** = **मक** = ૧.૬"; **अम** = **मड** = ૨.૮".

પાનું ૨૩૭. (૧૧) ૧ । ૧૧) .૬"; ૧.૧".

પરચુરણ પ્રશ્નો, પાનું ૨૪૮. (૧) ∠**ब** = ∠**क** = ૫૦°. (૨૪) ૪॥ ફુટ. (૨૬) ૬૩૫ વાર. (૨૭) ૨૭ ફુટ. (૨૮) ૪૧૮ વાર; ૪૪°. (૪૮) ૨૪; ૧૨; ૯; ૩૦. (૬૧) બાજુ ૪.૩ ઇંચ; ખુણા ૫૨°, ૫૨°, ૭૬°.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો સમાપ્ત.